L'Actualité économique

Choix de consommation des ménages en présence de plusieurs décideurs

Anyck Dauphin, Abdel-Rahmen El Lahga, Bernard Fortin and Guy Lacroix

Volume 82, Number 1-2, mars–juin 2006

Les modèles non unitaires de comportement des ménages : théories et applications

URI: https://id.erudit.org/iderudit/013466ar
DOI: https://doi.org/10.7202/013466ar

See table of contents

Publisher(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (print)
1710-3991 (digital)

Explore this journal

Cite this article

Dauphin, A., El Lahga, A.-R., Fortin, B. & Lacroix, G. (2006). Choix de consommation des ménages en présence de plusieurs décideurs. *L'Actualité économique*, *82*(1-2), 87–118. https://doi.org/10.7202/013466ar

Article abstract

Recently, a new theoretical framework has been proposed to analyze the behavior of households composed of two adults. This approach, usually referred to has the “collective model”, assumes that spouses have distinct preferences and that household decisions are Pareto efficient. So far, most empirical studies based on the collective approach have focused on households made up of two decision makers thus ignoring households in which there may be more (*e.g.*, couples with adult children or parents in developed countries, extended families in developing countries). The purpose of this paper is twofold: first we summarize the main tests that have been proposed to empirically verify the constraints that derive from the collective setting. We also present a new test that is equivalent to an existing test but that is easier to implement in certain circumstances. Second, we test the multiple-person collective model using British survey data. The sample comprises couples with a single child aged 16 or older. Our results reject the collective model with one or two decision-makers, but do not reject it when three decisions-makers are assumed.

L'Actualité économique, Revue d'analyse économique, vol. 82, nos 1-2, mars-juin 2006

CHOIX DE CONSOMMATION DES MÉNAGES EN PRÉSENCE DE PLUSIEURS DÉCIDEURS*

Anyck DAUPHIN
Centre de recherches pour le développement international (CRDI)
CIRPÉE

Abdel-Rahmen EL LAHGA
Institut Supérieur de Gestion de Tunis
UAQUAP

Bernard FORTIN
Département d'économique
Université Laval
CIRPÉE
CIRANO

Guy LACROIX
Département d'économique
Université Laval
CIRPÉE
CIRANO

Résumé – Récemment, un nouveau cadre théorique d'analyse s'est développé dans le but d'analyser les comportements des ménages avec deux conjoints. Cette approche, qualifiée de modèle collectif, suppose que chaque conjoint a des préférences individuelles et que les choix du ménage sont Pareto-optimaux. Toutefois, les études empiriques réalisées jusqu'à maintenant sur les modèles collectifs ont porté essentiellement sur des ménages à deux décideurs et ignorent le comportement des ménages qui en comptent potentiellement un plus grand nombre (p. ex., couples vivant avec des enfants adultes ou avec des personnes âgées dans les pays développés, familles élargies dans les pays en développement). Le but de cet article est double : dans un premier temps, nous présentons de façon synthétique les

* Nous remercions le *Central Statistical Office* pour nous avoir donné accès aux données du *Family Expenditure Survey* de la Grande-Bretagne. Nous remercions également le Centre Interuniversitaire sur le Risque, les Politiques Économiques et l'Emploi (CIRPÉE), la Chaire du Canada en économie des politiques sociales et des ressources humaines et le *Consejo Superior de Investigaciones Científicas de España* pour leur aide financière. Cet article a été partiellement rédigé alors que Guy Lacroix était professeur invité à l'*Instituto de Análisis Económico* de Barcelone. Nous sommes redevables à Olivier Donni pour ses commentaires détaillés et instructifs sur une première version. Nous avons aussi bénéficié des remarques utiles d'Hélène Couprie.

principaux tests qui ont été proposés pour vérifier empiriquement les contraintes du modèle collectif dans un tel contexte. Nous proposons également un test qui s'avère être équivalent à un autre test présenté dans la littérature mais qui dans certains cas s'avère plus facile à mettre en oeuvre. Dans un deuxième temps, nous testons le modèle collectif à plusieurs décideurs à l'aide d'une enquête sur des microdonnées britanniques. L'échantillon retenu comprend des couples avec un enfant de 16 ans et plus. Les résultats rejettent le modèle collectif avec un ou deux décideurs mais ne le rejettent pas dans le cas de trois décideurs.

ABSTRACT – Recently, a new theoretical framework has been proposed to analyze the behavior of households composed of two adults. This approach, usually referred to has the « collective model », assumes that spouses have distinct preferences and that household decisions are Pareto efficient. So far, most empirical studies based on the collective approach have focused on households made up of two decision makers thus ignoring households in which there may be more (*e.g.*, couples with adult children or parents in developed countries, extended families in developing countries). The purpose of this paper is twofold: first we summarize the main tests that have been proposed to empirically verify the constraints that derive from the collective setting. We also present a new test that is equivalent to an existing test but that is easier to implement in certain circumstances. Second, we test the multiple-person collective model using British survey data. The sample comprises couples with a single child aged 16 or older. Our results reject the collective model with one or two decision-makers, but do not reject it when three decisions-makers are assumed.

INTRODUCTION

La théorie microéconomique moderne considère habituellement le ménage comme étant l'entité décisionnelle de base. Les choix du ménage, même lorsqu'il est composé de plusieurs adultes, sont supposés issus de la maximisation d'une fonction d'utilité familiale standard sous réserve d'une contrainte budgétaire. Cette caractérisation du ménage, communément appelée « modèle unitaire », a constitué le fondement de la presque totalité des travaux théoriques et empiriques des dernières décennies.

Le modèle unitaire doit sa popularité au fait qu'il permet l'utilisation de tous les outils d'analyse développés pour le modèle du consommateur. Il peut ainsi être adapté aisément à des contextes fort variés (offre de travail, système de demande, *etc.*). Cette polyvalence se retrouve également au niveau de l'analyse empirique. Néanmoins, il y a un prix à payer pour une telle flexibilité. En particulier, il faut renoncer à prendre en compte les préférences individuelles des agents composant le ménage ainsi que leurs interactions dans le processus de décision. Par voie de conséquence, le modèle unitaire ne peut être utilisé pour analyser la répartition du bien-être entre les membres du ménage. Cela constitue sans contredit sa principale lacune.

Plusieurs auteurs ont tenté de réconcilier l'existence de préférences individuelles et la caractérisation du ménage telle que proposée par le modèle unitaire. Ainsi, Samuelson (1956) a supposé que les membres du ménage sont tout d'abord parvenus à un consensus quant à la répartition des ressources. Ce consensus permettant une agrégation des préférences des membres du ménage, il serait par la suite justifié de représenter le ménage par une fonction d'utilité unique. Celle-ci correspond alors à une somme pondérée fixe des utilités individuelles. Cependant, son modèle reste muet relativement à la création et la pérennité de ce consensus. En proposant son *théorème de l'enfant gâté*, Becker (1974) arrive à justifier de façon plus convaincante la caractérisation du modèle unitaire. Dans son modèle, le ménage est constitué d'un chef de famille altruiste et de un ou plusieurs individus égoïstes. L'altruiste s'assure que les égoïstes maximisent sa fonction d'utilité en effectuant des transferts à ces derniers. Ce modèle est cependant très contraignant puisqu'il suppose un niveau important de ces transferts (absence de solutions de coin) ainsi que la transférabilité des utilités entre les membres du ménage.

Ces tentatives de réconciliation entre l'individualisme méthodologique et le modèle unitaire sont insatisfaisantes en ce qu'elles supposent une pondération fixe des utilités individuelles dans la fonction d'utilité familiale (Samuelson, 1956) ou bien démontrent l'existence d'une telle fonction dans un contexte très contraignant (Becker, 1974). L'insatisfaction à l'égard du modèle unitaire s'est également manifestée dans la littérature empirique. En effet, plusieurs prédictions fondamentales du modèle unitaire ne sont pas corroborées empiriquement. En particulier, la mise en commun des revenus (« *income pooling* »)[1] et les propriétés de la matrice de Slutsky (symétrie et négativité) sont presque toujours rejetées (p. ex., Schultz, 1990; Thomas, 1990; Thomas, 1993; Fortin et Lacroix, 1997; Browning et Chiappori, 1998; Phipps et Burton, 1998).

En réponse aux problèmes méthodologiques et empiriques du modèle unitaire, Chiappori et ses collaborateurs ont effectué des travaux de recherche fondés sur les hypothèses que les décideurs dans le ménage ont des préférences qui leur sont propres et que le processus de décision familial conduit à des affectations faiblement Pareto-efficaces. Ces travaux ont montré que cette hypothèse, relativement anodine dans le contexte du ménage, impose des restrictions falsifiables sur le comportement. Cette caractérisation du ménage, communément appelée « modèle collectif », s'est d'abord intéressée à un modèle d'offre de travail dans un contexte statique et avec égoïsme ou avec « *caring* au sens de Becker » (Chiappori, 1988, 1992). Bourguignon *et al.* (1995) ont élargi le modèle aux demandes de consommation de biens du ménage, également dans un contexte statique. En outre, Browning et Chiappori (1998) ont développé un modèle plus général de consommation des ménages lorsque les prix relatifs sont variables tout en permettant des externalités et des biens publics au niveau familial. Ils ont en particulier généralisé les conditions de Slutsky et présenté des résultats empiriques sur données canadiennes (FAMEX) corroborant la validité des restrictions dérivées du modèle collectif général.

---

1. La mise en commun des revenus signifie que seul le revenu total du ménage devrait avoir un effet sur les décisions et non pas sa répartition entre les membres qui le composent. Le rejet de cette hypothèse a des conséquences importantes pour la conduite des politiques économiques et sociales.

Dans deux articles récents, Chiappori et Ekeland (2002, 2005) ont franchi un autre pas en généralisant les travaux de Chiappori et Browning (1998) dans plusieurs directions. Dans leur article de 2005, ils ont présenté une caractérisation générale ainsi que les restrictions que doivent respecter les fonctions de demande agrégées d'un groupe comportant un nombre de membres fixe et exogène. Par ailleurs, dans leur article complémentaire de 2002, ces deux auteurs ont montré que sous certaines conditions, l'observation des comportements d'un tel groupe permet de récupérer en tout ou en partie les préférences individuelles de tous les membres de même que le processus de décision.

Ce nouveau cadre théorique d'analyse des comportements des ménages (et des groupes de façon générale) offre une sérieuse alternative au cadre d'analyse unitaire[2]. Toutefois, au niveau empirique, à l'exception d'un nombre très limité d'analyses récentes portant sur les familles polygames et effectuées par des auteurs du présent article (Dauphin, Fortin et Lacroix, 2003; Dauphin, 2003), les études réalisées jusqu'à maintenant sur les modèles collectifs n'ont porté que sur des ménages à deux décideurs. Ils ignorent donc le comportement des ménages qui en comptent potentiellement plus. Cette lacune est sérieuse, compte tenu de l'importance relative des couples vivant avec des enfants adultes ou avec des personnes âgées dans les pays développés ou encore des familles élargies (incluant les ménages polygames ou polyandres) dans les pays en développement.

Le but de cet article est double. Dans un premier temps, nous présentons de façon synthétique les principaux tests qui ont été proposés pour vérifier empiriquement les contraintes du modèle collectif dans un contexte où le ménage comprend potentiellement plus de deux décideurs. Nous proposons également un test qui s'avère être équivalent à un autre test présenté dans la littérature mais qui peut dans certains cas s'avérer plus simple à mettre en oeuvre. Ce test se fonde sur la notion de facteur de distribution. Il s'agit d'une variable, comme la part du revenu d'un conjoint dans le ménage, qui affecte le processus de décision (et donc les choix du ménage) sans influencer ni les préférences individuelles ni la contrainte budgétaire agrégée du ménage. Dans un deuxième temps, nous effectuons ces tests sur données tirées d'une série en coupe transversale (1982-1993) du *Family Expenditure Survey* (FES) britannique. L'échantillon de ménages retenu se limite aux couples avec un enfant de plus de 16 ans. Ces données contiennent de l'information sur les prix et certains facteurs de distribution. Ils permettent donc de faire appel aux contributions théoriques de Browning et Chiappori (1998) et de Chiappori et Ekeland (2002, 2005) pour valider le modèle collectif. Nos résultats rejettent la rationalité collective avec deux décideurs mais ne la rejettent pas dans le cas de trois décideurs. Notre analyse met ainsi en évidence non seulement

2. Pour une excellente recension des modèles collectifs et plus généralement des modèles non unitaires, voir Chiappori et Donni (2005).

l'importance de tenir compte des préférences individuelles dans l'analyse des ménages, mais également l'importance de reconnaître que plusieurs membres participent à la prise de décision au sein du ménage.

1. Cadre théorique

Considérons un ménage formé de $S + 1$, $S \geq 1$, membres qui participent au processus de choix de consommation du ménage[3] et où S est exogène. Chaque décideur i, $i = 1, ..., S + 1$ a ses propres préférences définies sur N biens marchands consommés par le ménage, représentées par une fonction d'utilité $U_i(\boldsymbol{x})$, concave et deux fois continûment différentiable, où $\boldsymbol{x} \equiv [x_1, ..., x_N]$. Nous n'imposons aucune restriction sur la nature de ces biens, lesquels peuvent être de nature privée, publique ou sujet à externalités. Le ménage fait face à un vecteur de prix $\boldsymbol{\pi} \in \mathbb{R}^N$. Ainsi, la contrainte budgétaire du ménage s'écrit de la façon suivante :

$$\boldsymbol{\pi}' \boldsymbol{x} = m \tag{1}$$

où m représente le revenu du ménage, supposé exogène. Pour alléger la notation, nous normaliserons $m = 1$ dans ce qui suit.

Le modèle collectif suppose que les choix de consommation du ménage sont efficaces. Plus formellement, nous posons l'axiome suivant (dit de « rationalité collective ») :

Axiome 1. *Le processus de décision qui détermine le panier de consommation du ménage mène à des choix faiblement Pareto-efficaces. Autrement dit, pour tout vecteur de prix* $\boldsymbol{\pi}$ *et revenu m (ici m =* 1*), le vecteur de consommation* $\boldsymbol{x}$ *choisi par le ménage est tel qu'aucun autre vecteur* $\bar{\boldsymbol{x}}$ *respectant la condition* $\boldsymbol{\pi}' \bar{\boldsymbol{x}} = 1$ *ne peut améliorer le bien-être de tous les membres.*

En général, les décisions du ménage ne dépendent toutefois pas seulement des préférences, du revenu et des prix. Elles dépendent aussi du pouvoir de négociation de chacun de ses membres. Par conséquent, tous les facteurs dans l'environnement du ménage, ou les « *Extra-household Environmental Parameters* » (EEP) pour reprendre la terminologie de McElroy (1990), qui influencent le pouvoir de négociation des membres du ménage peuvent affecter le résultat du processus de décision.

---

3. $S + 1$ ne représente pas nécessairement la taille du ménage. Il est possible que d'autres individus appartiennent au ménage mais ne participent pas à la prise de décision.

Axiome 2. *Le processus de décision dépend de K variables* $\boldsymbol{y} \equiv [y_1, ..., y_K]'$, *appelées facteurs de distribution, qui sont indépendantes des préférences individuelles et qui ne modifient pas globalement la contrainte budgétaire du ménage.*

Plusieurs exemples de facteurs de distribution existent : la législation concernant le divorce, le nombre d'hommes par 100 femmes (rapport des sexes) sur le marché du mariage (Chiappori, Fortin et Lacroix, 2002) ou encore les parts relatives de revenu des membres du ménage.

Les axiomes 1 et 2 signifient qu'il existe S fonctions scalaires $\mu_1(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{\pi}) \geq 0, ...,$ $\mu_S(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{\pi}) \geq 0$, telles que le vecteur x choisi par le ménage solutionne le programme d'optimisation suivant :

$$\max_{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}_+^N} \sum_{i=1}^{S} \mu_i(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{\pi})\, U_i(\boldsymbol{x}) + U_{S+1}(\boldsymbol{x}), \tag{P}$$

sous la contrainte

$$\boldsymbol{\pi}'\, \boldsymbol{x} = 1$$

où $\mu_i(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{\pi})$, $i = 1, ..., S$ représente le poids (de Pareto) associé à la fonction d'utilité du décideur i par rapport à celle du $S + 1^{e}$ décideur. Il s'interprète comme un indicateur du pouvoir de négociation ou de persuasion du membre i au sein du ménage. Nous supposons que ces poids sont continûment différentiables.

La solution du programme (P) peut s'obtenir en deux étapes. En premier lieu, la contrainte budgétaire et les fonctions d'utilité déterminent l'ensemble des possibilités de consommation, ou encore la frontière de Pareto du ménage. En conformité avec l'axiome 1, le résultat du processus de décision est situé sur la frontière de Pareto. En second lieu, le vecteur $\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{\pi}) = \left(\mu_1(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{\pi}), ..., \mu_S(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{\pi})\right)$ des poids de Pareto détermine le point choisi sur cette frontière.

Il est important de noter que le vecteur $\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{\pi})$ n'est généralement pas constant puisqu'il dépend des facteurs de distribution, des prix et du revenu (ici normalisé à 1). En conséquence, les facteurs de distribution n'influencent la demande du ménage que via leurs effets sur les poids de Pareto $\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{\pi})$. Ainsi, les facteurs de distribution n'altèrent pas la frontière de Pareto.

Notons par $\tilde{\boldsymbol{\xi}}(\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu})$ le vecteur des demandes marshalliennes obtenues en résolvant (P) pour un niveau donné des poids $\boldsymbol{\mu}$. En remplaçant ces poids par leur fonction $\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{\pi})$, le système de demande peut s'écrire : $\tilde{\boldsymbol{\xi}}\left(\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{y})\right)$. Ces demandes sont malheureusement non observables puisque les poids de Pareto ne le sont pas. Seule la forme réduite des demandes $\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{y})$ est observable. Une question fondamentale que soulève le modèle collectif est la suivante : l'hypothèse de rationalité collective impose-t-elle des restrictions empiriquement falsifiables sur le comportement observé du ménage, étant donné l'égalité suivante :

$$\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{y}) = \tilde{\boldsymbol{\xi}}\left(\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{y})\right) \quad ? \tag{2}$$

Une contribution fondamentale de Chiappori (1988, 1992) a été de montrer que sous certaines conditions particulières[4], l'hypothèse de rationalité collective génère effectivement des contraintes testables sur le comportement des ménages[5]. La littérature récente a généralisé ce résultat au cas où on n'impose aucune restriction sur la nature des biens et le nombre de décideurs et propose plusieurs tests du modèle collectif, soit sur les prix et sur les facteurs de distribution.

1.1 *Tests sur les prix*

Une première restriction du modèle collectif porte sur les effets prix des demandes agrégées du ménage :

Proposition 1 (la condition SR(S)). *Si $\xi(\pi, \boldsymbol{y})$ résout le programme (P), alors la matrice de Slutsky associée à $\xi(\pi, \boldsymbol{y})$, soit $\boldsymbol{S}(\pi, \boldsymbol{y}) = (D_\pi \xi)(I - \pi \xi')$, peut être décomposée de la façon suivante :*

$$\boldsymbol{S}(\pi, \boldsymbol{y}) = \sum(\pi, \boldsymbol{y}) + \boldsymbol{R}(\pi, \boldsymbol{y}) \tag{3}$$

où $\sum$ est une matrice symétrique négative définie et $\boldsymbol{R}$ une matrice de rang au plus égal à S.

Démonstration. Voir Browning et Chiappori (1998)[6] ■

L'intuition de ce résultat est la suivante. La matrice $\boldsymbol{S}(\pi, \boldsymbol{y})$ de la proposition précédente est en fait une *« pseudo-matrice » de Slutsky*. La raison en est que les éléments de la matrice $\boldsymbol{S}(\pi, \boldsymbol{y})$ ne représentent plus les effets prix sur la demande à un niveau d'utilité donné du ménage, comme dans le modèle unitaire. Dans le cadre collectif, la variation des prix produit deux effets. À un niveau d'utilité du ménage et à des poids de Pareto donnés, une variation des prix modifie les choix du ménage. Cette modification respecte la symétrie et la négativité de la matrice des effets prix tout en déplaçant la frontière de Pareto. Cet effet correspond à $\sum(\pi, \boldsymbol{y})$ dans l'équation (3). Cependant, la variation des prix affecte aussi le pouvoir de négociation des membres du ménage via son effet sur les poids de Pareto et donc la localisation choisie sur la nouvelle frontière parétienne. Cet effet

4. Ainsi, il suppose deux décideurs, deux biens assignables (loisir de chaque décideur), un bien non assignable (consommation du ménage), préférences égoïstes ou « *caring* à la Becker », absence de biens publics et prix (salaires) variables.

5. Chiappori montre aussi que sous ces hypothèses, il est possible de récupérer la règle de partage des revenus exogènes du couple à une constante près ainsi que les préférences de chaque décideur, étant donné cette constante. Dans le présent article, nous nous limiterons à l'étude des restrictions qu'impose le modèle collectif, puisqu'on se situe dans le cas général où il est impossible d'identifier les préférences individuelles ou le processus de décision.

6. Chiappori et Ekeland (2005) ont aussi montré la proposition inverse selon laquelle si la condition SR(S) est valide et sous certaines hypothèses raisonnables, il existe des poids de Pareto et des fonctions d'utilité individuelles tels que $\xi(\pi, \boldsymbol{y})$ résout le programme (P).

correspond à $\boldsymbol{R}(\pi, y)$. Le rang maximal de cette matrice est égal au nombre de poids de Pareto (= S), ceci en raison du fait que ces effets prix n'influencent les choix de consommation que via ces poids μ (voir l'équation (2)).

Nous devons nous demander si cette restriction imposée par le modèle collectif est contraignante. Intuitivement, nous devrions nous attendre à ce que plus le nombre de décideurs (ou, de façon équivalente, de poids de Pareto) est faible et plus le nombre de biens est élevé, plus cette restriction impose des contraintes aux comportements. Ainsi, il est évident que la symétrie et la négativité de la matrice de Slutsky doivent être respectées dans le cas d'un ménage à une seule personne (aucun poids de Pareto). Formellement, Chiappori, Ekeland et Browning (1999) ont montré que la symétrie n'est contraignante que si $2(S + 1) \leq N$ et que la négativité ne l'est que si $S + 1 < N$. Ainsi la symétrie n'est pas contraignante dans le modèle classique d'offre de travail avec trois biens ($N = 3$) et deux décideurs ($S = 1$).

La représentation du comportement d'un ménage composé de plusieurs personnes selon le modèle collectif montre que la violation des conditions de Slutsky traditionnelles peut être attribuable à l'omission de l'influence des différents membres sur la prise de décision, mais pas de n'importe quelle façon puisque la proposition 1 doit être respectée. Dans les applications empiriques, le test de la restriction donnée dans cette proposition se réduit à un test de la restriction suivante :

Proposition 2. *Soit $\boldsymbol{M}(\pi, y) = \boldsymbol{S}(\pi, y) - \boldsymbol{S}(\pi, y)'$. Alors, la matrice antisymétrique $\boldsymbol{M}(\pi, y)$ est de rang au plus égal à 2S.*

Démonstration. Voir Chiappori et Ekeland (2005) ∎

Cette proposition montre que la mise en oeuvre des restrictions imposées par la proposition 1 conduit à un test de rang sur une matrice observable.

1.2 *Tests sur les facteurs de distribution*

Dans le cadre du modèle collectif, la présence des facteurs de distribution dans les fonctions de demande implique elle aussi des restrictions testables sur les décisions du ménage. La littérature récente a présenté deux types de test portant sur ces restrictions. Le premier porte sur les demandes non conditionnelles (c.-à-d., la fonction $\xi(\pi, y)$) alors que le second porte sur des demandes conditionnelles. Celles-ci sont obtenues de la façon suivante : à partir d'un sous-ensemble de fonctions de demande non conditionnelle, nous calculons d'abord (quand ces fonctions existent) les fonctions inverses d'un nombre identique de facteurs de distribution; ensuite, nous substituons ces fonctions inverses dans les fonctions de demande non conditionnelle restantes. Nous obtenons ainsi des fonctions de demande conditionnelle. Nous pouvons d'abord dériver une première proposition portant sur les demandes non conditionnelles.

Soit $\boldsymbol{\xi}(\pi, \boldsymbol{y})$ un système de fonctions de demande satisfaisant la condition SR(S), et $\boldsymbol{Y} = \mathrm{D}_y\, \boldsymbol{\xi}$ une matrice dont l'élément (i, k) est $\frac{\partial \xi_i}{\partial y_k}$. Nous avons la proposition suivante :

Proposition 3 (Chiappori et Ekeland, 2005). *Supposons que le nombre de facteurs de distribution ainsi que le nombre de biens excèdent le nombre de poids de Pareto, (c.-à-d. $K \geq S$ et $N \geq S$), alors rang $\boldsymbol{Y} \leq S$.*

Démonstration. La preuve est simple. Puisqu'à l'optimum, nous avons $\boldsymbol{\xi}(\pi, \boldsymbol{y}) = \tilde{\boldsymbol{\xi}}(\pi, \mu(\pi, \boldsymbol{y}))$, la matrice des effets des facteurs de distribution sur les fonctions de demande est donnée par $\boldsymbol{Y} = D_y\, \boldsymbol{\xi}(\pi, y) = D_\mu\, \tilde{\boldsymbol{\xi}}(\pi, \mu)\, D_y \mu$. Puisque la matrice $D_y \mu$ est de dimension $S \times K$ son rang est au plus égal à S. En conséquence, rang $\boldsymbol{Y} \leq S$ ■

La proposition 3 stipule que s'il y a plus de S facteurs de distribution, leurs effets sur les demandes doivent être linéairement dépendants. Ceci est une généralisation du résultat obtenu par Bourguignon *et al.* (1995), dans le cas d'un ménage à deux décideurs ($S = 1$). Les facteurs de distribution ont alors des effets proportionnels sur toutes les demandes. Formellement, si $S = 1$ et $K \geq 2$ alors l'expression $\frac{\partial \xi_i}{\partial y_k} \Big/ \frac{\partial \xi_i}{\partial y_l}$ ne doit pas dépendre de i.

L'intuition derrière ce résultat est la suivante. Le système de demande dépend des poids de Pareto des S premiers décideurs par rapport à celui du $S + 1^e$ décideur. S'il y a moins de décideurs qu'il y a de facteurs de distribution, les effets de ces facteurs sur les demandes doivent nécessairement être linéairement dépendants (localement). En effet, par définition, ils n'influencent ces demandes que via les poids de Pareto[7].

Alors que le test de la proposition 3 porte sur des demandes non conditionnelles, les tests que nous proposons maintenant portent sur des demandes conditionnelles. Plus précisément, ils portent sur le rang de matrices associées aux effets de facteurs de distribution sur certaines demandes, après les avoir conditionnées sur le niveau des demandes restantes. Ces tests s'inspirent des travaux de Bourguignon *et al.* (1995), Dauphin et Fortin (2001) et Dauphin (2003). Dans ce qui suit, pour simplifier la présentation, nous ignorons les prix (supposés fixes) dans la notation.

---

7. Chiappori et Ekeland (2005) ont aussi généralisé au cas de plusieurs décideurs un résultat de Browning et Chiappori (1998) selon lequel il existe un lien entre les effets prix et les effets des facteurs de distribution. Ce lien vient du fait que dans le modèle collectif une partie des effets prix (celle qui viole la symétrie et la négativité de la matrice de Slutsky) ainsi que les effets des facteurs de distribution agissent sur les demandes via les poids de Pareto. Cette propriété qui est en théorie falsifiable n'est pas testée dans le présent article.

Considérons les partitions $\xi \equiv [\xi_1', \xi_2']'$ et $\boldsymbol{y} \equiv [\boldsymbol{y}_1', \boldsymbol{y}_2']'$ des vecteurs ξ et $\boldsymbol{y}$ avec dim ξ_1 = dim $\boldsymbol{y}_1 = J$. Le système de demande (2) peut alors s'écrire :

$$\xi_1 = \xi_1(\boldsymbol{y}_1, \boldsymbol{y}_2) \equiv \tilde{\xi}_1(\mu(\boldsymbol{y}_1, \boldsymbol{y}_2)), \tag{4}$$

$$\xi_2 = \xi_2(\boldsymbol{y}_1, \boldsymbol{y}_2) \equiv \tilde{\xi}_2(\mu(\boldsymbol{y}_1, \boldsymbol{y}_2)). \tag{5}$$

Lemme 1. *Supposons que $\xi_1(\boldsymbol{y})$ soit différentiable et que la matrice $D_{y_1}\xi_1(\boldsymbol{y})$ soit non singulière. Alors, conditionnellement à $\xi_1 = \xi_1(\boldsymbol{y}_1, \boldsymbol{y}_2)$, il existe une fonction vectorielle différentiable et unique $\boldsymbol{y}_1 = \boldsymbol{y}_1(\xi_1, \boldsymbol{y}_2)$ qui résout (localement) (3) pour $\boldsymbol{y}_1$ et telle que :*

$$\xi_1 = \xi_1(\boldsymbol{y}_1(\xi_1, \boldsymbol{y}_2), \boldsymbol{y}_2) = \tilde{\xi}_1\left(\mu(\boldsymbol{y}_1(\xi_1, \boldsymbol{y}_2), \boldsymbol{y}_2)\right). \tag{6}$$

Démonstration. Application du théorème des fonctions implicites ■

Sous les conditions du lemme 1, nous pouvons définir une fonction $\bar{\xi}_2 : \mathbb{R}^K \to \mathbb{R}^{N-J}$, telle que :

$$\bar{\xi}_2(\xi_1, \boldsymbol{y}_2) = \xi_2(\boldsymbol{y}_1(\xi_1, \boldsymbol{y}_2), \boldsymbol{y}_2) = \tilde{\xi}_2\left(\mu(\boldsymbol{y}_1(\xi_1, \boldsymbol{y}_2), \boldsymbol{y}_2)\right) \tag{7}$$

où $\bar{\xi}_2(\xi_1, \boldsymbol{y}_2)$ est un sous-système de demande pour les $(N - J)$ derniers biens définies conditionnellement à la demande des J premiers biens ξ_1.

Proposition 4. *Supposons que les hypothèses du lemme 1 soient satisfaites. Supposons aussi que $K \geq S$, $N \geq S$. Alors, pour $J = 1, \ldots, S$, le rang de la matrice $D_{y_2}\bar{\xi}_2(\xi_1, \boldsymbol{y}_2)$ est égal ou inférieur à $(S - J)$.*

Démonstration. Voir l'annexe ■

Notons tout d'abord que ce résultat est déjà établi pour $J = S$ par Dauphin et Fortin (2001). L'intuition de la Proposition 4 est la suivante : nous savons que le système de demande non conditionnelle dépend de S poids de Pareto. Pour qu'une demande sur laquelle nous allons conditionner soit maintenue constante, il est nécessaire que le facteur de distribution sur lequel elle est inversée compense les variations des autres facteurs de distribution, ce qui fait qu'au moins l'un des poids relatifs qui influence cette demande devient linéairement dépendant des autres poids relatifs. Par conséquent, le sous-système de demande conditionnelle dépendra au plus de $(S - J)$ poids relatifs et la matrice des effets des facteurs de distribution sera au plus de rang $(S - J)$.

Une question importante est de savoir si les propositions 3 et 4 sont équivalentes. La réponse est qu'elles le sont lorsque le lemme 1 est satisfait. Plus précisément, le respect (non-respect) du résultat de la proposition 3 entraîne le respect (non-respect) du résultat de la proposition 4 et vice versa. Cette équivalence est facile à comprendre. Lorsque $rang[D_{y_1} \xi_1] = J$, nous savons en partant que le rang minimum de $D_y \xi$ est J. Maintenant, si $rang[D_{y_2} \bar{\xi}_2] \leq S - J$, c'est parce que $\boldsymbol{y}_2$ produit sur $\bar{\xi}_2$ jusqu'à $S - J$ effets linéairement indépendants. Le vecteur $\boldsymbol{y}$ peut donc produire au total $(S - J) + J$ effets linéairement indépendants sur ξ, d'où $rang[D_y \xi] \leq S$. À l'inverse, si $rang[D_y \xi] \leq S$ c'est parce $\boldsymbol{y}$ produit sur ξ jusqu'à S effets linéairement indépendants. Si l'on conditionne ξ_2 sur ξ_1 avec $rang[D_{y_1} \xi_1] = J$, il restera donc au maximum $S - J$ effets linéairement indépendants.

Pour que ces deux résultats constituent un test de rationalité collective, il faut que $K \geq S + 1$ et $N > S + 1$. Si $K = N = S$, la matrice $D_{y_1} \xi$ sera de dimension S et donc forcément d'un rang maximal de S. Si $K = N = S + 1$, la dimension de $D_y \xi$ sera de $S + 1$, mais son rang maximal sera toujours de S en raison de la loi de Walras.

Quoique les propositions 3 et 4 soient équivalentes au plan théorique, les tests statistiques visant à vérifier le modèle collectif à partir de celles-ci ne correspondent pas nécessairement, en particulier dans les petits échantillons. Pour cette raison, il est préférable de tester la rationalité collective à l'aide des résultats des deux propositions. C'est ce que nous ferons dans la partie empirique de ce présent article.

Le corollaire suivant est très utile puisqu'il permet de déterminer le nombre de décideurs dans un ménage (ou d'un groupe en général) dans le cas où il est vraisemblable de supposer au départ la rationalité collective.

Corollaire 1 (Dauphin et Fortin, 2001). *Supposons que le processus de décision soit collectivement rationel. Supposons aussi que le rang de* $D_\mu \tilde{\xi}_2(\mu(\boldsymbol{y})) = S$ *pour tout* $J < S$. *Alors sous les hypothèses de la proposition 4, le nombre de décideurs dans le ménage correspond au plus petit nombre de biens sur lesquels les fonctions de demande doivent être conditionnées afin de satisfaire la proposition 4 pour* $J = S$, *c'est-à-dire que* $D_{y_2} \bar{\xi}_2(\xi_1, \boldsymbol{y}_2) = \mathbf{0}$, *plus* 1.

Démonstration. Voir l'annexe ∎

Nous présenterons les résultats découlant de l'application de ce corollaire dans la prochaine section.

2. Tests empiriques

Les sections 1.1 et 1.2 ont montré que l'hypothèse de rationalité collective génère des contraintes falsifiables sur l'effet des prix et des facteurs de distribution sur les choix agrégés de consommation du ménage. Les résultats théoriques que nous avons présentés montrent aussi que ces contraintes varient selon le nombre de décideurs dans le ménage. Dans la section 2.1 nous utilisons une série de coupes transversales tirées du *Family Expenditure Survey* (FES) britannique pour mettre en oeuvre de tels tests dans le cas de ménages comprenant potentiellement trois décideurs.

2.1 *Analyse des ménages britanniques*

Les données utilisées sont tirées du FES pour la période 1982-1993. L'enquête contient de nombreuses informations à propos des dépenses sur les biens durables et non durables des ménages, sur les revenus et l'offre de travail des différents membres adultes du ménage, ainsi que sur leurs caractéristiques socioéconomiques. Nous avons sélectionné à partir des différents échantillons annuels un sous-échantillon de 2 745 familles composées de trois adultes, soit un couple marié et un enfant âgé de 16 ans et plus . Comme il s'agit de la première tentative de tester le modèle collectif sur des ménages comprenant potentiellement plus de deux décideurs dans un pays développé, nous avons choisi des ménages assez homogènes n'ayant pas d'enfants en bas âge. Nous avons aussi exclu les ménages dans lesquels l'un des deux parents était inactif vis-à-vis le marché du travail ou du moins proche de la retraite (homme de plus de 65 ans et femme de plus de 60 ans), ainsi que les ménages résidant en Irlande du Nord. Enfin, nous avons exclu les ménages dans lesquels un des trois décideur ne gagnait aucun revenu.

Nous nous intéressons à la consommation des ménages mais n'observons que les dépenses de consommation. Cette distinction est importante au niveau conceptuel. En effet, la dépense pour un bien non durable au temps t est une bonne approximation de sa consommation à la même période. En revanche, un bien durable apporte un flux de services dont la consommation s'échelonne dans le temps. Par conséquent, la dépense sur un bien durable est une mesure inadéquate de la valeur ponctuelle de la consommation. Nous supposons que la distinction entre un bien non durable et un bien durable peut être faite sans ambiguïté. Nous supposons en outre une séparabilité faible entre la consommation de biens durables et la consommation de biens non durables. Ainsi, les choix concernant les biens non durables dépendent des dépenses totales sur ces biens, soit le revenu total du ménage net des dépenses sur les biens durables. L'hypothèse de séparabilité, quoique restrictive, est fréquente dans la littérature (voir Banks *et al.*, 1997). Notons par ailleurs que nous conditionnons les estimations sur la possession d'une maison et la possession d'une voiture, ce qui permet de tester une certaine forme de non-séparabilité entre biens durables et biens non durables.

Le système de demande que nous estimons comporte 11 catégories de biens non durables : les aliments, les dépenses de restaurant, l'alcool, le tabac, les services, le loisir, le chauffage, le transport, les vêtements, les biens de loisir et les biens personnels. Relativement à la section théorique, notre échantillon est donc caractérisé par S = 2 (deux poids de Pareto) et N = 11. Les prix sont mesurés mensuellement au niveau national, ce qui correspond à 144 prix différents pour chacun des biens étudiés et permet en principe d'estimer les effets prix de manière satisfaisante.

Le test de la proposition 3 dans ce contexte requiert l'observation d'au moins trois facteurs de distribution. De par la structure des ménages choisis et compte tenu du fait que le système de demande est conditionné sur les dépenses totales en biens non durables, il nous est possible de construire trois facteurs de distribution à partir des revenus individuels. Suivant en cela Browning et Chiappori (1998), nous avons retenu le logarithme du revenu brut d'un conjoint (ici le mari), la différence des logarithmes des revenus de l'épouse et de son conjoint [log(revenu femme) – log(revenu homme)] et la différence des logarithmes des revenus de l'enfant et du père [log(revenu enfant) – log(revenu homme)][8]. Ces facteurs de distribution sont bien sûr sujets à caution, car ils dépendent pour leur validité de l'hypothèse de séparabilité. Néanmoins, ils sont susceptibles d'influencer de façon significative le processus de décision au sein du ménage pour un niveau donné des dépenses totales du ménage sur les biens non durables. D'autres facteurs pourraient éventuellement être inclus dans l'analyse (p. ex., rapport des sexes, règles de divorce). Pour le moment, nous devons nous contenter de nous limiter à ces trois seuls facteurs faute de données disponibles.

Le tableau 1 présente les statistiques descriptives de notre échantillon. Ces statistiques sont compilées pour l'ensemble des années 1982-1993. Comme nous ignorons les biens durables, il n'est pas étonnant de constater que les parts les plus importantes concernent les aliments, les biens de loisir et les vêtements. Par ailleurs, les facteurs de distribution laissent entrevoir des écarts importants entre les époux d'une part, et entre le père et l'enfant, d'autre part. Les autres variables du tableau montrent que la majorité des ménages disposent d'une voiture (83,2 %) et environ la moitié possèdent une maison (48,9 %). Enfin, les époux ont un niveau de scolarité similaire, alors que l'enfant est légèrement moins scolarisé, vraisemblablement en raison de son âge.

---

8. Browning et Chiappori (1998) ignorent ce dernier facteur de distribution puisqu'ils supposent dans leur analyse que seuls les conjoints sont des décideurs dans le ménage.

TABLEAU 1

STATISTIQUES DESCRIPTIVES

VARIABLE	MOYENNE	ÉCART-TYPE
Les parts budgétaires		
Aliments	0,287	0,168
Alcool	0,063	0,086
Tabac	0,056	0,078
Vêtements	0,094	0,109
Loisir	0,036	0,072
Transport	0,034	0,058
Service : poste téléphonique (service domestique)	0,047	0,047
Restaurant	0,052	0,054
Biens personnels (B.P) : article de toilette et autres...	0,057	0,078
Biens loisir (B.L.)	0,120	0,095
Les facteurs de distribution		
Ln(revenu brut homme) (FD1)	5,131	0,934
Ln(revenu épouse)-Ln(revenu époux) (FD2)	-1,324	1,765
Ln(revenu enfant)-Ln(revenu père) (FD3)	-1,089	1,774
Les caractéristiques du ménage		
Log dépenses totales	4,241	0,613
Trimestre1	0,298	0,457
Trimestre2	0,263	0,440
Trimestre3	0,214	0,410
North	0,069	0,254
Yorks/Humerside	0,102	0,302
North West	0,115	0,319
East Midlands	0,079	0,270
West Midlands	0,104	0,305
East Anglia	0,039	0,194
Greater London	0,073	0,261
South East	0,190	0,392
South West	0,078	0,268
Voiture	0,832	0,374
Maison	0,489	0,500
Âge homme	52,071	6,551
Âge femme	49,449	5,812
Âge enfant	20,952	4,131
Sexe enfant 1 = masculin	0,577	0,494
Scolarité père	10,425	2,188
Scolarité mère	10,450	2,885
Scolarité enfant	9,494	4,773
Taille de l'échantillon	2 745	

NOTE : Les montants sont exprimés en livres sterling.

2.2 *Modèle empirique*

Pour effectuer les tests empiriques, nous estimons un système de demande QAIDS (*Quadratic Almost Ideal Demand System*) tel que proposé par Banks *et al.* (1997) et utilisé par Browning et Chiappori (1998). Le système QAIDS a l'avantage de proposer une forme fonctionnelle flexible qui permet de capter la non-linéarité des courbes d'Engel, confirmée plusieurs fois par les travaux empiriques (voir Banks *et al.*, 1997).

Les parts budgétaires s'écrivent :

$$w = \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\Theta}\, \boldsymbol{y} + \boldsymbol{\Gamma}\, \boldsymbol{p} + \boldsymbol{\beta}(\ln(m) - a(\boldsymbol{p})) + \boldsymbol{\lambda}\, \frac{(\ln(m) - a(\boldsymbol{p}))^2}{b(\boldsymbol{p})} + \boldsymbol{\upsilon} \tag{8}$$

où $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$ et $\boldsymbol{\lambda}$ sont des vecteurs de paramètres de dimension N, $\boldsymbol{\Theta}$ et $\boldsymbol{\Gamma}$ sont des matrices de paramètres de dimension $(N \times K)$ et $(N \times N)$ respectivement, $\boldsymbol{y}$ est un vecteur de dimension K de facteurs de distribution, $\boldsymbol{p}$ est un vecteur de dimension N des logarithmes des prix, $\ln(m)$ est le logarithme des dépenses totales du ménage sur les biens non durables et $\boldsymbol{\upsilon}$ un vecteur de termes d'erreurs. Les indices de prix $a(\boldsymbol{p})$ et $b(\boldsymbol{p})$ sont définis par :

$$a(\boldsymbol{p}) = \alpha_0 + \boldsymbol{\alpha}'\, \boldsymbol{p} + \frac{1}{2}\, \boldsymbol{p}'\, \boldsymbol{\Gamma}\, \boldsymbol{p}\ , \tag{9}$$

$$b(\boldsymbol{p}) = \exp(\boldsymbol{\beta}'\, p)\ . \tag{10}$$

L'additivité implique que $\boldsymbol{\alpha}'\, \boldsymbol{e} = 1$, $\boldsymbol{\Theta}'\, \boldsymbol{e} = \boldsymbol{0}$ et $\boldsymbol{\beta}'\, \boldsymbol{e} = \boldsymbol{\lambda}'\, \boldsymbol{e} = \boldsymbol{\Gamma}\, \boldsymbol{e} = 0$ avec $\boldsymbol{e}$ un vecteur unitaire de dimension N. L'homogénéité implique que $\boldsymbol{\Gamma}'\, \boldsymbol{e} = 0$. En pratique, l'additivité est nécessairement vérifiée par la construction des données sous forme de parts budgétaires. Ainsi, nous estimons un système de 10 équations au lieu de 11 en omettant une équation arbitraire du système. Les paramètres de l'équation omise s'obtiennent par substitution dans la contrainte budgétaire. Pour simplifier la notation, nous considérons dans tout ce qui suit que $N = 10$. Nous imposons l'homogénéité en remplaçant les prix par des prix relatifs (nous divisons tous les prix par celui du bien de référence, soit le chauffage).

Dans l'équation (8), les facteurs de distribution sont introduits de façon à n'affecter que les constantes des équations de parts. Cette manière de procéder a deux avantages. Premièrement, les demandes inverses (quand elles existent) ont la même forme fonctionnelle que les demandes non conditionnelles, à ceci près que les facteurs de distribution sur lesquels nous inversons sont remplacés à droite par des parts de dépenses. En second lieu, à cette même exception près, les demandes conditionnelles sur les parts restantes ont la même forme fonctionnelle que les demandes non conditionnelles correspondantes. Ces deux propriétés facilitent grandement la mise en oeuvre des tests.

La matrice de Slutsky est donnée par

$$\boldsymbol{S} = \Gamma - \frac{1}{2}\left(\beta + 2\lambda \frac{\tilde{m}}{b(\boldsymbol{p})}\right)\boldsymbol{p}'(\Gamma - \Gamma') + \tilde{m}\left(\beta\beta' + \frac{\tilde{m}}{b(\boldsymbol{p})}(\lambda\beta' + \beta\lambda') + \left(\frac{\tilde{m}}{b(\boldsymbol{p})}\right)^2 \lambda\lambda'\right) \quad (11)$$

avec $\tilde{m} = \ln(m) - a(\boldsymbol{p})$.

Dans la présentation du modèle, nous avons jusqu'ici omis les facteurs de préférences ou l'hétérogénéité individuelle observable. En fait, dans la spécification empirique du modèle nous estimons le système de demande en incorporant un vecteur z de caractéristiques socio-démographiques du ménage par l'entremise des fonctions $a(\boldsymbol{p})$ et $b(\boldsymbol{p})$. Plus précisément, nous écrivons :

$$a(\boldsymbol{p}, z) = \alpha_0 + \alpha(z)'\boldsymbol{p} + \frac{1}{2}\boldsymbol{p}'\,\Gamma\,\boldsymbol{p} \quad (12)$$

et

$$b(\boldsymbol{p}, z) = \exp\left(\beta(z)'\boldsymbol{p}\right) \quad (13)$$

où les fonctions $\alpha(z)$ et $\beta(z)$ sont linéaires dans les z. Le vecteur z inclut une série de variables dichotomiques (neuf variables régionales, trois trimestres, la possession d'une maison et la possession d'une voiture). Des estimations préliminaires ont permis d'établir qu'en raison probablement de l'homogénéité de l'échantillon, les variables de scolarité et d'âge n'étaient jamais significatives. Étant donné la spécification QAIDS, la proposition 1 se réduit à la proposition suivante :

Proposition 5. *La matrice S satisfait la restriction SR(S) si et seulement si la matrice* Γ *satisfait la restriction SR(S).*

Démonstration. Généralisation immédiate de la proposition 10 de Browning et Chiappori (1998) ■

Le résultat de la proposition 5 combiné avec le résultat de la proposition 2 réduit le test empirique de la restriction SR(S) à un test de l'hypothèse suivante :

$\boldsymbol{H}_0$: *rangM* = rang $[\Gamma - \Gamma'] \leq 2S$.

Le système de demande QAIDS est linéaire conditionnellement aux termes $a(\boldsymbol{p})$ et $b(\boldsymbol{p})$. Par conséquent son estimation est immédiate par la méthode des moindres carrés linéaires itérés proposée par Blundell et Robin (1999). Il s'agit essentiellement d'estimer le système par moindres carrés ordinaires après avoir remplacé les coefficients entrant dans $a(\boldsymbol{p})$ et $b(\boldsymbol{p})$ par des valeurs de départ. Nous itérons ensuite jusqu'à convergence, compte tenu du fait que ces deux expressions dépendent de coefficients estimés du système (sauf α_0 qui a été maintenu constant, suivant en cela Browning et Chippori, 1998).

Pour tenir compte de la possible endogénéité du logarithme des dépenses totales sur les biens non durables, nous rajoutons à la spécification QAIDS dans (8) les résidus de la régression auxiliaire du log de ces dépenses sur un ensemble d'instruments[9]. Ainsi, le terme d'erreur υ s'écrit comme une décomposition orthogonale

$$\upsilon = \rho\, u + \varepsilon. \tag{14}$$

Le test de significativité de ρ est équivalent à un test d'exogénéité du log des dépenses totales sur les biens non durables. Les instruments utilisés sont l'ensemble des variables explicatives, un terme de tendance linéaire, le log du revenu net du ménage et son carré, ainsi que l'indice général des prix[10].

2.3 *Estimation du système de demande*

Les paramètres du système de demande non conditionnelle sont présentés au tableau 2. Les trois facteurs de distribution retenus ont un impact significatif sur plusieurs fonctions de demande. C'est le cas notamment de la demande pour les aliments, le tabac, le loisir et les biens de loisir. De plus, la majorité des coefficients des prix relatifs sont statistiquement significatifs[11]. Tous les paramètres de prix propres sont négatifs, à l'exception de la demande pour le transport.

De façon générale, la possession d'une voiture ou d'une maison affecte peu la consommation de biens non durables puisque très peu de paramètres sont statistiquement significatifs. Ce résultat est compatible avec l'hypothèse de séparabilité des préférences entre les biens durables et les biens non durables. En revanche, les résultats montrent que le terme quadratique du logarithme des dépenses totales sur la demande est significatif dans toutes les demandes sauf celle pour les aliments. Ce résultat est conforme à celui obtenu par Banks *et al.* (1997).

Le test d'exogénéité présente la statistique t du paramètre associé au résidu de la régression de la dépense totale sur un ensemble d'instruments. Tel qu'indiqué, l'exogénéité est rejetée dans 3 des 10 fonctions de demande. Enfin, selon la dernière ligne du tableau 2, les instruments retenus pour prendre en compte l'endogénéité de la dépense totale passent facilement le test joint de suridentification et de validité des instruments.

9. Après certaines expérimentations et suivant en cela Banks *et al.* (1997), nous avons choisi de ne pas inclure comme variable additionnelle un résidu provenant d'une régression du carré des dépenses sur des instruments.

10. Les résultats des régressions instrumentales ne sont pas présentés par souci de concision. Ils sont toutefois disponibles sur demande.

11. Des estimations préliminaires ont montré que l'hypothèse d'homogénéité ne peut être rejetée.

TABLEAU 2

ESTIMATION DU SYSTÈME DE DEMANDE NON CONDITIONNELLE†

Variable	Aliments	Alcool	Tabac	Vêtements	Loisir	Transport	Service	Restaurant	Biens pers.	Biens loisir
Facteurs de distribution										
FD1	0,011	-0,002	0,002	-0,002	-0,002	-0,002	0,000	0,001	0,001	-0,005
	(3,490)	(1,240)	(1,080)	(0,930)	(0,970)	(1,240)	(0,050)	(1,130)	(0,560)	(2,610)
FD2	0,003	0,000	0,000	0,000	-0,002	-0,001	0,000	0,001	0,000	0,001
	(1,900)	(0,360)	(0,300)	(0,320)	(2,060)	(0,860)	(0,280)	(1,130)	(0,070)	(1,470)
FD3	0,001	0,000	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	-0,003
	(0,470)	(0,030)	(2,220)	(0,650)	(0,530)	(0,510)	(0,080)	(0,220)	(0,930)	(3,470)
Variables de prix										
Γ-Aliments	-0,157	-0,003	0,013	-0,033	-0,113	0,137	-0,046	0,074	0,145	0,335
	(1,550)	(0,040)	(0,250)	(0,460)	(2,170)	(3,030)	(1,250)	(1,760)	(2,310)	(5,230)
Γ-Alcool	-0,011	-0,064	-0,076	-0,025	0,042	0,026	-0,010	-0,013	0,020	-0,106
	(0,300)	(2,760)	(3,900)	(0,920)	(2,150)	(1,510)	(0,750)	(0,830)	(0,860)	(4,400)
Γ-Tabac	-0,014	0,079	0,014	0,029	0,003	-0,006	-0,151	-0,003	0,055	-0,003
	(0,380)	(3,610)	(0,790)	(1,150)	(0,180)	(0,350)	(11,610)	(0,230)	(2,500)	(0,130)
Γ-Vêtements	-0,051	0,017	-0,019	0,011	0,051	-0,041	-0,012	-0,003	-0,018	-0,093
	(0,870)	(0,480)	(0,640)	(0,260)	(1,690)	(1,580)	(0,550)	(0,110)	(0,500)	(2,520)
Γ-Loisir	0,061	0,072	0,034	0,062	-0,096	0,032	0,015	0,036	0,029	0,040
	(2,520)	(4,820)	(2,740)	(3,610)	(7,710)	(2,940)	(1,680)	(3,590)	(1,910)	(2,590)
Γ-Transport	-0,397	-0,349	0,086	0,260	0,018	0,139	-0,011	0,115	-0,055	0,031
	(3,420)	(4,940)	(1,440)	(3,180)	(0,300)	(2,690)	(0,260)	(2,380)	(0,760)	(0,420)
Γ-Services	-1,690	-0,035	-0,312	0,425	0,233	0,170	0,049	0,015	0,388	0,287
	(4,960)	(0,170)	(1,780)	(1,780)	(1,330)	(1,130)	(0,390)	(0,110)	(1,840)	(1,330)

TABLEAU 2 (suite)

Variable	Aliments	Alcool	Tabac	Vêtements	Loisir	Transport	Service	Restaurant	Biens pers.	Biens loisir
Γ-Restaurant	0,444	-0,435	-0,123	-0,470	-0,174	-0,192	0,210	-0,048	-0,018	0,076
	(2,070)	(3,330)	(1,110)	(3,110)	(1,580)	(2,020)	(2,700)	(0,540)	(0,140)	(0,560)
Γ-Biens personnels	1,308	0,514	0,246	-0,063	-0,076	-0,140	-0,206	-0,067	-0,085	-0,040
	(4,040)	(2,610)	(1,480)	(0,270)	(0,460)	(0,970)	(1,750)	(0,500)	(0,420)	(0,190)
Γ-Biens loisir	0,553	-0,101	0,151	-0,058	0,000	-0,115	0,277	-0,030	-0,389	-0,497
	(2,400)	(0,720)	(1,270)	(0,360)	(0,000)	(1,120)	(3,310)	(0,310)	(2,730)	(3,410)
Variables de préférences										
Constante	0,619	-0,197	-0,125	-0,176	0,229	-0,056	-0,025	-0,095	0,069	-0,105
	(10,090)	(5,270)	(3,950)	(4,060)	(7,260)	(2,060)	(1,110)	(3,740)	(1,820)	(2,700)
β Voiture	0,007	-0,005	-0,006	-0,003	-0,004	0,005	0,002	0,000	0,001	0,006
	(1,160)	(1,400)	(1,880)	(0,630)	(1,080)	(1,620)	(0,650)	(0,090)	(0,340)	(1,500)
β Maison	0,006	0,003	-0,005	0,007	0,006	0,002	-0,001	-0,001	-0,002	-0,004
	(1,140)	(0,850)	(1,830)	(2,010)	(2,500)	(1,000)	(0,660)	(0,390)	(0,740)	(1,250)
β Constante	-0,146	0,112	0,057	0,066	-0,088	0,019	0,037	0,044	0,007	0,153
	(5,810)	(7,340)	(4,420)	(3,740)	(6,840)	(1,730)	(4,020)	(4,200)	(0,440)	(9,650)
λ	0,002	-0,010	-0,007	-0,005	0,012	-0,002	-0,005	-0,005	-0,002	-0,014
	(0,980)	(7,090)	(5,580)	(2,820)	(10,340)	(2,120)	(5,370)	(4,970)	(1,480)	(9,300)
Test exogénéité										
Dépense totale $\lvert t \rvert$	4,370	0,760	0,790	2,070	1,690	1,100	0,930	1,190	1,850	3,070
Suridentification $\chi^2_{(3)}$	5,401	3,495	3,485	3,089	2,911	1,336	6,668	2,551	1,840	6,745

Note : † Statistiques *t* entre parenthèses.

2.4 *Tests du modèle collectif*

Les paramètres du tableau 2 peuvent être utilisés directement pour tester le modèle collectif. Les différentes propositions présentées aux sections 1.1 et 1.2 sont testées à tour de rôle.

1. *Tests sur l'effet des prix*

(a) *Résultat du test de SR(S).* Comme il a été mentionné précédemment, le test de la restriction SR(S) revient à tester si le rang de la matrice antisymétrique $M = \Gamma - \Gamma'$ de dimension (10×10) est inférieur ou égal à 4 = 2*(3-1). Pour ce faire, nous suivons la procédure proposée par Kleibergen et Paap (2003)[12] basée sur la décomposition en valeurs singulières de la matrice à tester[13]. Le test porte sur l'hypothèse suivante :

$\boldsymbol{H_0}$: $rangM = q$,

$\boldsymbol{H_1}$: $rangM \geq q$.

Lorsque $q = 0$, le test porte directement sur la symétrie des effets prix. Le tableau ci-dessous montre que la symétrie est fortement rejetée puisque la statistique est $\chi^2_{(100)} = 349{,}39$. L'incrémentation successive de q indique que seule l'hypothèse, selon laquelle $rangM = 4$, ne peut être rejetée. Ce résultat est conforme au modèle collectif et constitue, à notre connaissance, le premier test à valider l'hypothèse de rationalité collective dans le contexte de ménages composés de plus de deux décideurs potentiels à partir d'effets prix.

TEST DE LA PROPOSITION SR(S)

Rang q	**Test†**	**P-*value***
0	349,39	0,000
1	365,90	0,000
2	204,03	0,000
3	140,00	0,000
4	42,50	0,211

NOTE : † Le test ~ $\chi^2((10 - q)\,(10 - q))$

12. Dans la littérature, il existe plusieurs autres tests de rang d'une matrice tels que ceux proposés par Gill et Lewbel (1992), Craag et Donald (1997) et Robin et Smith (2000). Toutefois, les deux premiers tests ne sont applicables que dans le cas où la matrice de variance-covariance de la matrice à tester est non singulière, alors que la statistique du test proposé par Robin et Smith (2000) ne suit pas une distribution standard, ce qui rend la procédure de test difficile à mettre en oeuvre. Voir Kleibergen et Paap (2003) pour les détails.

13. Les valeurs singulières d'une matrice A sont les racines carrées des valeurs propres de $A'A$.

2. *Tests sur l'effet des facteurs de distribution*

(a) *Résultat du test de la proposition 3*. La proposition 3 stipule que le rang de la matrice de dimension 3 × 10 des effets des facteurs de distribution doit être au plus égal à 2 dans notre contexte. Le résultat du test, en appliquant la même procédure pour tester la restriction SR(S), est donné dans le tableau ci-dessous. Ce résultat montre que le test de l'hypothèse de rationalité collective fondé sur les facteurs de distribution ne peut être rejeté.

TEST DE LA PROPOSITION 3

Rang *q*	**Test†**	**P-*value***
0	108,10	0,000
1	42,27	0,001
2	0,84	0,099

NOTE : † Le test ~ $\chi^2((10-q)(3-q))$

(b) *Résultat du test du lemme 1*. Le lemme 1 donne les conditions d'inversion du système de demande pour pouvoir définir un nouveau système de demande conditionnellement à des biens arbitraires. Avec un système de 10 équations et 3 facteurs de distribution il y 135 possibilités d'inversion par rapport à 2 facteurs de distribution. Par souci de concision, nous rapportons seulement deux possibilités d'inversion qui vérifient les conditions du lemme 1. Les équations de demande sont définies par :

$Aliments = \alpha_1 FD1 + \alpha_2 FD2 + \alpha_3 FD3 + ...,$

$Tabac = \beta_1 FD1 + \beta_2 FD2 + \beta_3 FD3 + ...,$

$Biens\ de\ loisir = \gamma_1 FD1 + \gamma_2 FD2 + \gamma_3 FD3 + ...$

Le tableau suivant donne le résultat du test de rang des matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_3 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_3 \\ \gamma_1 & \gamma_3 \end{pmatrix}.$$

Ces résultats montrent qu'on peut définir un système de demande conditionnellement aux parts budgétaires des aliments et du tabac, ou bien conditionnellement aux parts des aliments et des loisirs, en inversant chaque fois ces parts relativement aux facteurs de distribution FD1 et FD3.

TEST DE NON-SINGULARITÉ

MATRICE A

Rang *q*	**Test**	**P-*value***
0	41,39	0,000
1	5,03	0,024

MATRICE B

Rang *q*	**Test**	**P-*value***
0	38,62	0,000
1	6,75	0,009

NOTE : Test ~ $\chi^2((2-q)\,(2-q))$

(c) *Résultat du test de la proposition 4*. La proposition 4 stipule que, dans le cas de trois décideurs, le rang de la matrice des effets des facteurs de distribution sur le système de demande conditionnelle est au plus égal à 2 moins le nombre de demandes par rapport auxquelles nous avons conditionné le système. Le tableau 3 présente les résultats d'estimation du système de demande conditionnellement à la part des aliments[14]. Notons tout d'abord qu'afin de tenir compte de la possible endogénéité du bien conditionnant (c.-à-d. la part budgétaire des aliments), le système de demande inclut le résidu de la régression auxiliaire de la part du bien conditionnant par rapport à un ensemble d'instruments. Un instrument immédiat du bien conditionnant est le facteur de distribution par rapport auquel nous avons inversé l'équation de la demande (FD1, log revenu brut du mari). Les deux dernières lignes du tableau 3 présentent respectivement le test d'exogénéité du bien conditionnant et le test joint de suridentification et de validité des instruments utilisés. Notons que le test d'exogénéité sur les dépenses totales et la part des aliments n'est rejeté que pour trois demandes (alcool, vêtements et transport). Par ailleurs, les tests joints de suridentification et de validité des instruments sont satisfaits aux seuils statistiques habituels.

14. Bien entendu, il existe plusieurs autres spécifications possibles. Pour des raisons d'espace, nous ne présentons que les résultats d'estimation du système de demande conditionnellement à la part des aliments.

TABLEAU 3

ESTIMATION DU SYSTÈME DE DEMANDE, CONDITIONNELLEMENT À LA PART DES ALIMENTS†

Variable	Alcool	Tabac	Vêtements	Loisir	Transport	Service	Restaurant	Biens pers.	Biens loisir
Bien conditionnant et facteurs de distribution									
Part aliments	-0,320	-0,046	-0,208	-0,068	-0,124	-0,064	-0,005	-0,226	0,072
	(5,490)	(0,940)	(3,070)	(1,370)	(2,880)	(1,840)	(0,110)	(3,850)	(1,180)
FD2	0,001	0,000	0,000	-0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002
	(1,240)	(0,090)	(0,220)	(1,750)	(0,250)	(0,380)	(0,740)	(0,040)	(2,660)
FD3	0,000	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,002
	(0,010)	(1,850)	(0,830)	(0,280)	(0,830)	(0,290)	(0,270)	(0,400)	(2,530)
Variables de prix									
Γ-Aliments	-0,042	0,009	-0,060	-0,123	0,121	-0,055	0,075	0,118	0,334
	(0,690)	(0,170)	(0,840)	(2,350)	(2,670)	(1,500)	(1,770)	(1,910)	(5,210)
Γ-Alcool	-0,071	-0,078	-0,029	0,041	0,023	-0,012	-0,014	0,015	-0,101
	(3,100)	(3,990)	(1,080)	(2,080)	(1,360)	(0,840)	(0,870)	(0,640)	(4,200)
Γ-Tabac	0,072	0,012	0,025	0,003	-0,007	-0,152	-0,005	0,049	0,003
	(3,370)	(0,650)	(1,020)	(0,150)	(0,460)	(11,860)	(0,320)	(2,250)	(0,150)
Γ-Vêtements	-0,003	-0,022	-0,002	0,046	-0,049	-0,015	-0,003	-0,031	-0,087
	(0,100)	(0,720)	(0,060)	(1,530)	(1,880)	(0,710)	(0,110)	(0,880)	(2,360)
Γ-Loisir	0,096	0,037	0,077	-0,091	0,041	0,019	0,036	0,045	0,033
	(6,230)	(2,850)	(4,320)	(6,940)	(3,650)	(2,070)	(3,430)	(2,890)	(2,040)
Γ-Transport	-0,478	0,065	0,176	-0,009	0,089	-0,037	0,111	-0,148	0,066
	(6,470)	(1,040)	(2,050)	(0,140)	(1,640)	(0,840)	(2,190)	(1,990)	(0,850)
Γ-Services	-0,576	-0,397	0,075	0,121	-0,037	-0,061	0,003	-0,004	0,427
	(2,530)	(2,050)	(0,280)	(0,620)	(0,220)	(0,450)	(0,020)	(0,020)	(1,790)

TABLEAU 3 (suite)

Variable	Alcool	Tabac	Vêtements	Loisir	Transport	Service	Restaurant	Biens pers.	Biens loisir
Γ-Restaurant	-0,291	-0,096	-0,377	-0,147	-0,139	0,241	-0,042	0,092	0,027
	(2,200)	(0,850)	(2,460)	(1,300)	(1,430)	(3,050)	(0,460)	(0,690)	(0,200)
Γ-Biens	0,932	0,312	0,208	0,010	0,019	-0,121	-0,057	0,218	-0,146
personnels	(4,440)	(1,740)	(0,850)	(0,060)	(0,130)	(0,970)	(0,400)	(1,030)	(0,670)
Γ-Biens loisir	0,072	0,174	0,055	0,038	-0,047	0,311	-0,029	-0,269	-0,528
	(0,510)	(1,440)	(0,330)	(0,310)	(0,450)	(3,670)	(0,300)	(1,880)	(3,550)
Variables de préférences									
Constante	-0,014	-0,090	-0,057	0,264	0,012	0,016	-0,087	0,212	-0,158
	(0,280)	(2,130)	(0,980)	(6,230)	(0,320)	(0,550)	(2,540)	(4,230)	(3,030)
β Voiture	-0,003	-0,005	-0,001	-0,003	0,005	0,002	0,000	0,004	0,003
	(0,690)	(1,540)	(0,280)	(1,010)	(1,900)	(0,980)	(0,130)	(1,100)	(0,850)
β Maison	0,004	-0,004	0,008	0,006	0,003	-0,001	0,000	0,000	-0,005
	(1,520)	(1,560)	(2,350)	(2,570)	(1,270)	(0,380)	(0,240)	(0,110)	(1,740)
β Constante	0,074	0,052	0,041	-0,097	0,005	0,028	0,043	-0,021	0,157
	(4,530)	(3,690)	(2,130)	(6,900)	(0,380)	(2,860)	(3,830)	(1,290)	(9,160)
λ	-0,010	-0,007	-0,005	0,012	-0,002	-0,004	-0,005	-0,002	-0,013
	(7,230)	(5,580)	(2,830)	(10,320)	(2,170)	(5,310)	(4,960)	(1,450)	(9,060)
Test exogénéité									
Dépense totale	3,280	0,520	2,660	0,310	2,410	0,910	0,460	0,610	0,340
Part des aliments	4,300	0,280	2,090	1,230	2,450	0,300	0,300	1,850	2,190
Suridentification $\chi^2_{(5)}$	10,644	4,918	2,737	7,270	0,732	2,439	5,787	3,551	3,551

NOTE : † Statistiques *t* entre parenthèses.

Dans ce système de demande, la matrice des effets des facteurs de distribution est de dimension 9 × 2 et son rang, d'après la proposition 4, doit être au plus égal à 1. Le résultat du test de rang, en appliquant la même procédure que celle utilisée pour tester les restrictions précédentes, est donné dans le tableau suivant :

TEST DE LA PROPOSITION 4

Rang *q*	**Test**	**P-*value***
0	70,50	0,000
1	9,24	0,322

NOTE : Test ~ $\chi^2((9 - q)\,(2 - q))$

Encore une fois le résultat du test ne rejette pas la validité des restrictions imposées par le modèle collectif.

(d) Résultat du test du corollaire 1. Le corollaire 1 stipule que conditionnellement à la proposition 4, le nombre de décideurs correspond au nombre minimum de biens sur lesquels les fonctions de demande doivent être conditionnées pour que l'effet des facteurs de distribution restants soit nul, plus 1. Nous venons de voir au tableau 3, que le conditionnement sur une demande n'est pas suffisant pour annuler l'effet de deux facteurs de distribution restant. Le troisième facteur de distribution a effectivement un effet significatif sur les biens de loisir. Il s'agit maintenant de voir si le conditionnement sur une deuxième demande va annuler l'effet du facteur de distribution restant.

Le tableau 4 présente les résultats de l'estimation du système de demande conditionnellement aux parts budgétaires des aliments et du tabac. Tout comme au tableau 3, les tests d'exogénéité portant sur les dépenses totales et la part des aliments ne sont rejetés que pour trois demandes. En revanche, l'exogénéité de la part des loisirs n'est rejetée dans aucun cas. Pour toutes les demandes du tableau, les tests appropriés nous conduisent à ne pas rejeter les hypothèses de suridentification et de validité des instruments. Quant à l'effet du facteur de distribution restant dans le système de demande, il est non significatif dans chacune des équations de demande. On en conclut alors qu'il y a bel et bien 2 (nombre de biens conditionnant) + 1, soit 3, preneurs de décisions dans les ménages britanniques de notre échantillon.

TABLEAU 4

ESTIMATION DU SYSTÈME DE DEMANDE, CONDITIONNELLEMENT AUX PARTS DES ALIMENTS ET DU LOISIR†

Variable	**Alcool**	**Tabac**	**Vêtements**	**Loisir**	**Transport**	**Service**	**Restaurant**	**Biens pers.**
Biens conditionnant et facteurs de distribution								
Part aliments	-0,305	-0,036	-0,208	-0,052	-0,128	-0,059	-0,003	-0,219
	(5,190)	(0,720)	(3,060)	(1,040)	(2,950)	(1,690)	(0,070)	(3,720)
Part loisir	-0,138	-0,157	0,069	-0,312	0,076	-0,047	0,006	-0,067
	(0,760)	(1,010)	(0,330)	(2,020)	(0,570)	(0,430)	(0,040)	(0,370)
FD3	0,000	0,001	0,001	-0,001	0,001	0,000	0,000	0,000
	(0,100)	(1,300)	(0,970)	(1,340)	(0,970)	(0,370)	(0,120)	(0,270)
Variables de prix								
Aliments	0,002	0,048	-0,054	-0,050	0,110	-0,040	0,076	0,152
	(0,030)	(0,790)	(0,660)	(0,820)	(2,080)	(0,930)	(1,540)	(2,150)
Γ-Alcool	-0,084	-0,090	-0,030	0,018	0,026	-0,016	-0,014	0,005
	(3,320)	(4,150)	(1,040)	(0,850)	(1,400)	(1,050)	(0,790)	(0,180)
Γ-Tabac	0,074	0,014	0,023	0,006	-0,009	-0,152	-0,005	0,048
	(3,430)	(0,730)	(0,930)	(0,320)	(0,550)	(11,790)	(0,320)	(2,240)
Γ-Vêtements	-0,014	-0,029	-0,008	0,032	-0,049	-0,019	-0,003	-0,042
	(0,400)	(0,970)	(0,200)	(1,050)	(1,840)	(0,880)	(0,130)	(1,190)
Γ-Loisirs	0,098	0,036	0,088	-0,095	0,046	0,020	0,037	0,052
	(6,000)	(2,550)	(4,650)	(6,800)	(3,790)	(2,030)	(3,270)	(3,200)
Γ-Transport	-0,467	0,078	0,169	0,014	0,082	-0,033	0,111	-0,145
	(6,230)	(1,210)	(1,940)	(0,220)	(1,480)	(0,740)	(2,150)	(1,930)
Γ-Services	-0,507	-0,334	0,058	0,236	-0,065	-0,039	0,005	0,031
	(2,140)	(1,650)	(0,210)	(1,160)	(0,370)	(0,280)	(0,030)	(0,130)

TABLEAU 4 (suite)

Variable	**Alcool**	**Tabac**	**Vêtements**	**Loisir**	**Transport**	**Service**	**Restaurant**	**Biens pers.**
Γ-Restaurant	-0,292	-0,091	-0,382	-0,133	-0,141	0,241	-0,044	0,092
	(2,230)	(0,810)	(2,510)	(1,190)	(1,450)	(3,060)	(0,480)	(0,700)
Γ-Biens	0,913	0,297	0,201	-0,017	0,022	-0,127	-0,058	0,201
personnels	(4,380)	(1,660)	(0,830)	(0,100)	(0,140)	(1,020)	(0,400)	(0,960)
Γ-Biens loisir	-0,007	0,094	0,080	-0,113	-0,011	0,285	-0,029	-0,310
	(0,040)	(0,660)	(0,410)	(0,790)	(0,090)	(2,860)	(0,250)	(1,860)
Variables de préférences								
Constante	-0,034	-0,087	-0,105	0,282	-0,006	0,010	-0,093	0,176
	(0,640)	(1,880)	(1,680)	(6,100)	(0,150)	(0,310)	(2,480)	(3,260)
β Voiture	-0,002	-0,005	-0,001	-0,002	0,005	0,002	0,000	0,005
	(0,590)	(1,360)	(0,330)	(0,670)	(1,790)	(1,030)	(0,110)	(1,160)
β Maison	0,004	-0,005	0,008	0,005	0,003	-0,001	0,000	-0,001
	(1,260)	(1,790)	(2,340)	(1,940)	(1,360)	(0,500)	(0,210)	(0,250)
β Constante	0,094	0,064	0,056	-0,076	0,006	0,035	0,045	0,000
	(5,360)	(4,230)	(2,740)	(5,060)	(0,450)	(3,290)	(3,680)	(0,020)
λ	-0,012	-0,008	-0,006	0,011	-0,002	-0,005	-0,005	-0,004
	(8,150)	(6,120)	(3,650)	(8,780)	(2,310)	(5,760)	(4,920)	(2,730)
Test exogénéité								
Dépense totale (t)	3,130	0,320	2,890	0,670	2,560	0,880	0,470	0,410
Part aliments (t)	3,890	0,000	1,950	0,810	2,470	0,100	0,360	1,550
Part loisir (t)	0,090	0,660	1,010	1,500	0,810	0,060	0,160	0,490
Suridentification $\chi^2_{(5)}$	2,966	2,732	6,562	0,639	1,959	3,805	3,900	3,900

NOTE : † Statistiques t entre parenthèses.

Conclusion

À notre connaissance, cet article constitue la première étude appliquée à un pays développé (Grande-Bretagne) visant à tester l'hypothèse d'efficacité parétienne (ou rationalité collective) dans le cadre de ménages à plus de deux décideurs. L'analyse permet en particulier d'analyser les choix de consommation des couples avec enfants adultes ou avec personnes âgées vivant au sein du ménage. Nous présentons d'abord une synthèse des tests qui ont été développés dans la littérature récente sur la rationalité collective. L'analyse se situe dans le cadre très général où les biens consommés par le ménage peuvent être privés, publics ou sujets à externalités. Ces tests portent sur l'impact des prix et des facteurs de distribution sur les demandes agrégées du ménage. Un facteur de distribution est une variable qui influence le pouvoir de négociation des décideurs, et donc le panier de biens de consommation choisi, tout en n'ayant aucune influence sur les préférences individuelles ou sur la contrainte budgétaire du ménage. Les tests présentés portent essentiellement sur les rangs d'une matrice reflétant les effets prix compensés et d'une matrice des effets des facteurs de distribution. S'agissant des effets prix, l'idée de base est que dans le cadre du modèle collectif, les prix influencent les décisions du ménage non seulement via les effets de substitution et de revenu traditionnels mais aussi via leur effet sur le poids de chaque décideur (relativement à un décideur de référence) dans la fonction d'utilité du ménage. Comme le nombre de poids (dit de Pareto) est égal au nombre de décideurs (moins un), il en résulte des restrictions de rang sur une matrice portant sur les effets prix compensés. Lorsqu'elles sont contraignantes, ces restrictions sont testables au niveau empirique. Un argument semblable s'applique aux effets des facteurs de distribution puisqu'ils n'influencent les décisions que via les poids de Pareto. Il est donc possible de mettre en oeuvre un test de rang sur la matrice des effets de ces facteurs sur les demandes (non conditionnelles) du ménage. Dans notre analyse, nous développons en outre un nouveau test portant sur les effets de facteurs de distribution sur des demandes conditionnelles. Ce test, qui est équivalent au test précédent sous certaines conditions, peut s'avèrer plus facile à mettre en oeuvre. Enfin, nous présentons un dernier test permettant de déterminer le nombre de décideurs dans le ménage, sous l'hypothèse de rationalité collective.

Tous les tests qui sont discutés dans la première partie de cet article sont ensuite mis en oeuvre sur des données de coupes transversales (1982-1993) tirées du *Family Expenditure Survey* britannique. Ces données portent sur les dépenses de consommation des couples avec un enfant de 16 ans et plus vivant dans le ménage. Nos tests de rang nous conduisent à rejeter la rationalité collective dans le cas d'un ou de deux décideurs mais à ne pas la rejeter dans le cas de trois décideurs. Notre étude nous conduit aussi à conclure à la présence de trois décideurs dans l'échantillon retenu, sous l'hypothèse maintenue de rationalité collective.

Nos résultats ont des implications importantes au niveau de l'analyse du bien-être intrafamilial. En effet, ils démontrent en particulier qu'il peut être erroné de supposer tout au plus deux décideurs au sein du ménage. Cette hypothèse qui n'est jamais testée et qu'on suppose conforme à la réalité dans la quasi-totalité des études de consommation, peut ainsi conduire à des estimations biaisées des fonctions de demande des ménages. Une telle hypothèse peut aussi être à la source d'inférences inexactes à propos de l'impact de politiques sociales (p. ex., programmes de transferts) sur le bien-être intrafamilial. Plus généralement, les choix du ménage varient selon le nombre de décideurs et il est essentiel d'en tenir compte dans les analyses. Une extension naturelle de notre étude est de déterminer les facteurs qui font qu'un enfant devient un décideur au sein du ménage.

ANNEXE

Démonstration de la proposition 4. En prenant les dérivées des équations (6) et (7) par rapport à $\boldsymbol{y}_2$ au point $\boldsymbol{y}_2$, nous obtenons :

$$\mathbf{0} = D_{\mu}\,\tilde{\xi}_1(\mu(y))\, D_{y_2}\,\mu(\boldsymbol{y}_1(\xi_1, \boldsymbol{y}_2), \boldsymbol{y}_2), \tag{15}$$

$$D_{y_2}\,\bar{\xi}_2(\xi_1, \boldsymbol{y}_2) = D_{\mu}\,\tilde{\xi}_2(\mu(y))\, D_{y_2}\,\mu(y_1(\xi_1, \boldsymbol{y}_2), \boldsymbol{y}_2). \tag{16}$$

Sous les conditions du lemme 1, nous savons que la matrice $D_{y_1}\,\xi_1(\boldsymbol{y})$ est non singulière et donc que la matrice $D_{\mu}\,\tilde{\xi}_1(\mu(y))$ de dimension $J \times S$ est de rang J étant donné que $D_{y_1}\,\xi_1(y) = D_{\mu}\,\tilde{\xi}_1(\mu(y))\, D_{y_2}\,\mu(y)$. Nous pouvons donc partitionner arbitrairement cette dernière en une matrice non singulière $J \times J$ et une matrice $J \times (S - J)$ de la façon suivante : $\left[D_{\mu_J}\,\tilde{\xi}_1(\mu(y)) \quad D_{\mu_{S\text{-}J}}\,\tilde{\xi}_1(\mu(y))\right]$ où $\mu_J \equiv [\mu_1, ..., \mu_J]$ et $\mu_{S\text{-}J}$ est le complément de μ_J. De là, l'équation (15) peut se récrire comme :

$$D_{y_2}\,\mu_J(y_1(\xi_1, \boldsymbol{y}_2), \boldsymbol{y}_2) = -\left[D_{\mu J}\,\tilde{\xi}_1(\mu(y))\right]^{-1} D_{\mu S\text{-}J}\,\tilde{\xi}_1(\mu(y))\, D_{y_2}\,\mu_{S\text{-}J}(y_1(\xi_1, \boldsymbol{y}_2), \boldsymbol{y}_2).$$

En substituant ce résultat dans l'équation (16), nous obtenons :

$$D_{y_2}\,\bar{\xi}_2(\xi_1, \boldsymbol{y}_2) = A\left[D_{y_2}\,\mu_{S\text{-}J}(y_1(\xi_1, \boldsymbol{y}_2), \boldsymbol{y}_2)\right]$$

où $A \equiv \left[D_{\mu S\text{-}J}\,\tilde{\xi}_2(\mu(y)) - D_{\mu J}\,\tilde{\xi}_2(\mu(y))\left[D_{\mu J}\,\tilde{\xi}_1(\mu(y))\right]^{-1} D_{\mu S\text{-}J}\,\tilde{\xi}_1(\mu(y))\right]$. Puisque la matrice $D_{y_2}\,\mu_{S\text{-}J}(y_1(\xi_1, \boldsymbol{y}_2), \boldsymbol{y}_2)$ de dimension $(S - J) \times (K - J)$ possède un rang maximal de $S - J$, le rang de $D_{y_2}\,\bar{\xi}_2(\xi_1, \boldsymbol{y}_2)$ doit aussi être plus petit ou égal à $S - J$. **Q.E.D.**

Démonstration du corollaire 1. D'après la proposition 4, nous savons que $D_{y_2}\,\bar{\xi}_2(\xi_1, \boldsymbol{y}_2) = \mathbf{0}$ pour $J = S$. Par ailleurs, lorsque $J < S$ il y a une infinité de solutions non triviales pour $D_{y_2}\,\mu(y_1(\xi_1, \boldsymbol{y}_2), \boldsymbol{y}_2)$ qui sont cohérentes avec le système de J équations en S variables $D_{\mu}\,\tilde{\xi}_1(\mu(y))\, D_{y_2}\,\mu(y_1(\xi_1, \boldsymbol{y}_2), \boldsymbol{y}_2) = \mathbf{0}$. Sous l'hypothèse que $(\xi_1, \boldsymbol{y}_2)$ ne correspond pas à la solution triviale, nous aurons $D_{y_2}\,\mu(y_1(\xi_1, \boldsymbol{y}_2), \boldsymbol{y}_2) \neq \mathbf{0}$. Or, puisque *rang* $D_{\mu}\,\tilde{\xi}_2(\mu(y)) = S$ (ce qui implique que $N \geq S + J$), la seule solution pour le système en $N - J$ équations et S variables, $D_{\mu}\,\tilde{\xi}_2(\mu(y))\, D_{y_2}\,\mu(y_1(\xi_1, \boldsymbol{y}_2), \boldsymbol{y}_2) = \mathbf{0}$, est $D_{y_2}\,\mu(y_1(\xi_1, \boldsymbol{y}_2), \boldsymbol{y}_2) = \mathbf{0}$. En conséquence, nous devons avoir $D_{y_2}\,\bar{\xi}_2(\xi_1, \boldsymbol{y}_2) \neq \mathbf{0}$ puisque $D_{y_2}\,\mu(y_1(\xi_1, \boldsymbol{y}_2), \boldsymbol{y}_2) \neq \mathbf{0}$. **Q.E.D.**

BIBLIOGRAPHIE

BANKS, J., R. W. BLUNDELL et A. LEWBEL (1997), « Quadratic Engel Curves, Welfare Measurement and Consumer Demand », *Review of Economics and Statistics*, LXXIX(4) : 527-539.

BLUNDELL, R. et J.-M. ROBIN (1999), « Estimation in Large and Disaggregated Demand Systems: An Estimator For Conditionally Linear Systems », *Journal of Applied Econometrics*, 14 : 209-232.

BOURGUIGNON, F., M. BROWNING et P.-A. CHIAPPORI (1995), « The Collective Approach to Household Behavior », Document de travail, no 95-04, DELTA, Paris.

BOURGUIGNON, F., M. BROWNING, P.-A. CHIAPPORI et V. LECHENE (1993), « Intra-Household Allocation of Consumption: A Model and Some Evidence from French Data », *Annales d'économie et de statistique*, 29 : 137-156.

BROWNING, M. et P.-A. CHIAPPORI (1998), « Efficient Intra-Household Allocations: A General Characterization and Empirical Tests », *Econometrica*, 66(6) : 1 241-1 278.

BROWNING, M., F. BOURGUIGNON, P.-A. CHIAPPORI et V. LECHENE (1994), « Income and Outcomes: A Structural Model of Intrahousehold Allocation », *Journal of Political Economy*, 102(6) : 1 067-1 096.

CHIAPPORI, P.-A. (1988), « Rational Household Labor Supply », *Econometrica*, 56 : 63-90.

CHIAPPORI, P.-A. (1992), « Collective Labor Supply and Welfare », *Journal of Political Economy*, 100(6) : 437-467.

CHIAPPORI, P.-A. et O. DONNI (2006), « Les modèles non unitaires de comportement du ménage : un survol de la littérature », *L'Actualité économique*, ce numéro.

CHIAPPORI, P.-A. et I. EKELAND (2002), « The Microeconomics of Group Behavior: Identification », mimeo, University of Chicago.

CHIAPPORI, P.-A. et I. EKELAND (2005), « Characterizing Group Behavior », *Journal of Economic Theory*, à paraître.

CHIAPPORI, P.-A., I. EKELAND et M. BROWNING (1999), « Local Disaggregation of Excess Demand Functions: A New Question », mimeo, University of Chicago.

CHIAPPORI, P.-A., B. FORTIN et G. LACROIX (2002), « Marriage Market, Divorce Legislation, and Household Labor Supply », *Journal of Political Economy*, 110(1) : 37-72.

CRAAG, J.C. et S.G. DONALD (1997), « Inferring the Rank of a Matrix », *Journal of Econometrics*, 76 : 223-250.

DAUPHIN, A. (2003), « Rationalité collective des ménages comportant plusieurs membres : résultats théoriques et applications au Burkina Faso », Thèse de doctorat, Université Laval.

DAUPHIN, A. et B. FORTIN (2001), « A Test of Collective Rationality for Multi-person Households », *Economics Letters*, 71(2) : 211-216.

DAUPHIN, A., B. FORTIN et G. LACROIX (2003), « A Test of Collective Rationality Within Bigamous Households in Burkina Faso », mimeo, Université Laval.

DAVIDSON, R. et J.G. MACKINNON (1993), *Estimation and Inference in Econometrics*, Oxford University Press, Oxford.

DEATON, A. (1986), « Demand Analysis », *in* Z. GRILICHES et M. D. INTRILIGATOR, *Handbook of Econometrics*, North Holland, Amsterdam.

HODDINOTT, J. et L. HADDAD (1995), « Does Female Income Share Influence Household Expenditures? Evidence From Côte d'Ivoire », *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 57(1) : 77-96.

FORTIN, B. et G. LACROIX (1997), « A Test of the Unitary and Collective Models of Household Labor Supply », *Economic Journal*, 107(443) : 933-955.

GILL, L. et A. LEWBEL (1992), « Testing the Rank and Definiteness of Estimated Matrices with Applications to Factor, State-Space and ARMA Models », *Journal of American Statistical Association*, 87 : 766-776.

KLEIBERGEN, F. et R. PAAP (2003), « Generalized Reduced Rank Tests Using the Singular Value Decomposition », *Econometric Institute*, Report EI 2003-01.

MCELROY, M. B. (1990), « The Empirical Content of Nash-Bargained Household Behavior », *Journal of Human Resources*, 25(4) : 559-583.

PHIPPS, S. et P. BURTON (1998), « What's Mine is Yours? The Influence of Male and Female Incomes on Patterns of Household Expenditure », *Economica*, 65(260) : 599-613.

ROBIN, J.-M. et R. J. SMITH (2000), « Tests of Rank », *Econometric Theory*, 16 : 151-175.

SAMUELSON, P.A. (1956), « Social Indifference Curves », *Quarterly Journal of Economics*, 66 : 467-482.

SCHULTZ, T. P. (1990), « Testing the Neoclassical Model of Family Labor Supply and Fertility », *Journal of Human Resources*, 25(4) : 599-634.

THOMAS, D. (1990), « Intra-Household Resource Allocation: An Inferential Approach », *Journal of Human Resources*, 25(4) : 634-664.

THOMAS, D. (1993), « The Distribution of Income and Expenditure Within the Household », *Annales d'économie et de statistique*, 29 : 109-135.