

# Équilibres multiples avec salaire minimum dans le modèle de croissance à générations imbriquées

## Multiple Equilibria with Minimum Wages in an Overlapping Generations Model

Pierre Granier et Philippe Michel

Volume 74, numéro 2, juin 1998

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/602257ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/602257ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)

1710-3991 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Granier, P. & Michel, P. (1998). Équilibres multiples avec salaire minimum dans le modèle de croissance à générations imbriquées. *L'Actualité économique*, 74(2), 197–220. <https://doi.org/10.7202/602257ar>

Résumé de l'article

Nous étudions dans cet article la dynamique du capital et du chômage dans le modèle de croissance à générations imbriquées avec salaire minimum légal. Nous analysons dans un premier temps les conditions d'existence d'équilibres intertemporels avec anticipations rationnelles et nous étudions la dynamique de ces équilibres. Nous montrons qu'une contrainte de salaire minimum légal peut exercer des influences favorables sans qu'il soit nécessaire de faire référence à des externalités. Si l'économie concurrentielle admet plusieurs équilibres stationnaires, il existe toujours un niveau de salaire minimum légal qui assure la convergence de l'économie vers l'équilibre stationnaire de plein emploi correspondant à la plus forte production par tête. Plus précisément, il existe toujours un salaire minimum qui permet à l'économie de rejoindre n'importe quel sentier de croissance régulier stable de plein emploi associé à un stock de capital plus important que dans la situation initiale. Un salaire minimum peut donc contribuer à rapprocher l'économie de la règle d'or.

## ÉQUILIBRES MULTIPLES AVEC SALAIRE MINIMUM DANS LE MODÈLE DE CROISSANCE À GÉNÉRATIONS IMBRIQUÉES\*

Pierre GRANIER

Philippe MICHEL

*GREQAM*

*Université d'Aix-Marseille II*

RÉSUMÉ – Nous étudions dans cet article la dynamique du capital et du chômage dans le modèle de croissance à générations imbriquées avec salaire minimum légal. Nous analysons dans un premier temps les conditions d'existence d'équilibres intertemporels avec anticipations rationnelles et nous étudions la dynamique de ces équilibres. Nous montrons qu'une contrainte de salaire minimum légal peut exercer des influences favorables sans qu'il soit nécessaire de faire référence à des externalités. Si l'économie concurrentielle admet plusieurs équilibres stationnaires, il existe toujours un niveau de salaire minimum légal qui assure la convergence de l'économie vers l'équilibre stationnaire de plein emploi correspondant à la plus forte production par tête. Plus précisément, il existe toujours un salaire minimum qui permet à l'économie de rejoindre n'importe quel sentier de croissance régulier stable de plein emploi associé à un stock de capital plus important que dans la situation initiale. Un salaire minimum peut donc contribuer à rapprocher l'économie de la règle d'or.

ABSTRACT – *Multiple Equilibria with Minimum Wages in an Overlapping Generations Models.* In this paper we study the dynamics of capital and unemployment in an OLG model with legal minimum wage. We analyse the conditions for existence of intertemporal equilibria with rational expectations and we study the dynamics for these equilibria. We show that the minimum wage may have positive effects even in the absence of any externality. If the competitive economy admits multiple steady states, there always exists a minimum wage that achieves the convergence toward the full employment steady state corresponding to the highest per capita output. More precisely, there exists always a minimum wage level for which the economy may reach any stable steady growth path with full employment associated to a capital stock higher than in the initial situation. A minimum wage may then, in some circumstances, contribute to move the economy toward the golden rule.

---

\* Nous remercions les arbitres anonymes de la revue pour leurs remarques constructives. Nous restons seuls responsables des erreurs qui subsistent.

## INTRODUCTION

À la suite des travaux fondateurs de Allais (1947), Samuelson (1958) et Diamond (1965), le modèle à générations imbriquées est devenu un cadre d'analyse usuel pour l'étude de la dynamique économique (par exemple, Blanchard et Fisher, 1989 : chapitre 3).

En dépit d'une complexité parfois plus importante, ce cadre analytique présente un double intérêt. Tout d'abord, les comportements décentralisés d'épargne peuvent générer un équilibre concurrentiel sous-optimal contrairement aux modèles à agents à durée de vie infinie dans lesquels l'équilibre concurrentiel est toujours identique à celui qui serait choisi par un planificateur centralisé. Cette structure de modèle permet ensuite l'analyse de certains problèmes économiques présentant des enjeux évidents et qui ne peuvent être abordés dans des cadres d'analyse plus standards. Tel est particulièrement le cas de tous les problèmes liés aux transferts intergénérationnels pouvant éventuellement être induits par des politiques publiques ou par l'instauration d'un système de retraite.

L'une des convictions défendues dans cet article est que le modèle à générations imbriquées peut aussi présenter quelque intérêt pour l'étude des relations chômage croissance. Plusieurs contributions ont, ces dernières années, abordé ce type de question dans le cadre du modèle à générations imbriquées : Bean et Pissarides (1993) pour analyser l'impact du taux de croissance sur le taux de chômage, Cahuc et Michel (1996) pour étudier l'influence du salaire minimum sur la croissance et le chômage, Granier et Nyssen (1996) pour analyser les conséquences en termes de croissance et de chômage des mesures de réduction des charges patronales sur les emplois peu qualifiés.

La spécificité du modèle à générations imbriquées n'apparaît toutefois pas clairement dans ces contributions. De plus, les problèmes d'existence, d'unicité et de stabilité de l'équilibre  $y$  sont négligés. On sait, depuis l'article de Galor et Ryder (1989), que les conditions d'existence et d'unicité de l'équilibre stationnaire concurrentiel sont en fait très restrictives. Les conditions d'Inada sont en particulier insuffisantes pour assurer l'existence d'un équilibre stationnaire non trivial et la concavité de la fonction de production n'assure pas l'unicité. L'étude dans un cadre assez général ne permet donc pas de faire l'hypothèse d'existence et d'unicité. Cette capacité du modèle à générations imbriquées à exhiber une multiplicité d'équilibres sous des conditions peu restrictives peut, d'un certain point de vue, être interprétée comme un signe de sa richesse.

L'objectif poursuivi dans cet article est double. Il s'agit tout d'abord d'expliquer la dynamique du travail et du capital lorsqu'est introduite dans le modèle à générations imbriquées une contrainte de salaire minimum légal pouvant éventuellement générer du chômage. L'un des problèmes soulevés par l'abandon du cadre concurrentiel concerne la capacité des agents à former des anticipations rationnelles. Pour décider de l'allocation intertemporelle de leur revenu, les agents doivent en effet anticiper la situation économique (chômage ou plein emploi)

pour la période future. Dès lors, s'il existe plusieurs équilibres avec anticipations parfaites à chaque période, les agents peuvent se trouver dans l'incapacité d'anticiper rationnellement le taux d'intérêt. L'analyse montre que de telles situations correspondant à des anticipations *autoréalisatrices* sont envisageables, mais sous des conditions relativement restrictives. Une hypothèse raisonnable suffit à assurer l'existence d'un équilibre intertemporel avec anticipations rationnelles.

Le second objectif poursuivi consiste à examiner l'influence exercée par la contrainte de salaire minimum légal sur l'équilibre de long terme de l'économie. Il est généralement admis que si les contraintes de salaire minimum légal peuvent être nécessaires pour améliorer le sort des plus défavorisés, elles ont des conséquences défavorables en termes de performances économiques. Différents travaux conduisent toutefois à relativiser cette appréciation. Ces effets favorables d'un salaire minimum peuvent provenir d'externalités qui induisent une sous-optimalité de l'équilibre concurrentiel (Cahuc et Michel, 1996) ou d'asymétries informationnelles (Boadway et Marceau, 1994).

Nous montrons dans cet article que les contraintes de salaire minimum légal peuvent exercer des influences favorables sans qu'il soit nécessaire de faire référence à des externalités ou des asymétries d'informations. Plus précisément, si l'économie concurrentielle admet plusieurs équilibres stationnaires, il existe toujours un niveau de salaire minimum légal qui assure la convergence de l'économie vers l'équilibre stationnaire correspondant à la plus forte production par tête. En d'autres termes, les législations imposant une rémunération minimale du travail peuvent efficacement contribuer à sortir l'économie des situations de trappe de sous-développement.

L'article est organisé comme suit : la première section présente le modèle, la deuxième section analyse la dynamique de l'économie avec salaire minimum et la troisième section étudie les influences du salaire minimum sur l'équilibre de long terme de l'économie. Quelques remarques de conclusion sont finalement présentées.

## 1. LE MODÈLE

Le modèle considéré est une variante du modèle à générations imbriquées développé par Allais (1947) et Diamond (1965). L'économie comprend un secteur productif constitué d'un grand nombre de firmes concurrentielles et des ménages nés à des périodes distinctes. Tous les individus de toutes les générations sont supposés parfaitement identiques et la taille des générations successives s'accroît à un taux constant. Les entreprises produisent un unique bien pouvant être consommé ou utilisé dans la production à l'aide d'une technologie utilisant du travail et du capital. Sous l'effet d'un progrès technique neutre au sens de Harrod, l'efficacité du travail s'accroît à un taux constant de période en période. Enfin, une législation impose une rémunération minimale du travail.

### 1.1 Les ménages

La génération des ménages nés à la période  $t$  comprend  $N_t$  individus parfaitement homogènes. Sous l'effet d'un facteur démographique exogène, la taille des différentes générations croît au taux constant  $n$ .

Le cycle de vie de chaque ménage comprend deux périodes : une période de vie active et une période de retraite. Durant sa période de vie active chaque individu offre inélastiquement une unité de temps de travail, épargne et consomme. Durant sa période de retraite il consomme l'épargne accumulée durant la vie active. En période de chômage, les actifs ou une partie d'entre eux ne pourront échanger qu'une fraction, éventuellement nulle, de l'unité de temps de travail qu'ils offrent.

Les individus ont des préférences intertemporelles homothétiques représentées par une fonction d'utilité ayant pour arguments leurs niveaux de consommation durant leurs deux périodes de vie :

$$V^i = V(c_t^i, d_{t+1}^i). \quad (1)$$

La fonction  $V(c_t^i, d_{t+1}^i)$  est supposée continûment croissante et strictement quasi concave. En notant  $\Omega_t^i$  le revenu de l'individu  $i$  né à la date  $t$ ,  $s_t^i$  le niveau de son épargne durant sa première période de vie,  $r_{t+1}^e$  le taux d'intérêt futur anticipé et  $R_{t+1}^e \equiv 1 + r_{t+1}^e$ , les choix de consommation de cet individu sont solution du programme :

$$\begin{aligned} & \text{Max } V(c_t^i, d_{t+1}^i) \\ \text{sc : } & d_{t+1}^i = s_t^i R_{t+1}^e \\ & c_t^i + s_t^i = \Omega_t^i. \end{aligned} \quad (2)$$

La solution de ce programme définit une fonction d'épargne individuelle :

$$s_t^i = s(R_{t+1}^e) \Omega_t^i. \quad (3)$$

### 1.2 Les firmes

Le secteur productif est constitué d'entreprises identiques en situation de concurrence parfaite et produisant un bien unique à l'aide d'une technologie présentant des rendements d'échelles constants. Cette technologie est décrite par une fonction de production ayant pour arguments le stock de capital et le volume de travail efficace :

$$Y_t = F(K_t, A_t L_t). \quad (4)$$

En raison des rendements d'échelles constants nous pouvons sans restriction nous limiter à l'étude du comportement d'une firme représentative. Dans l'expression (4),  $K_t$  et  $L_t$  désignent respectivement le stock de capital et le nombre d'unités de temps de travail utilisées par la firme durant la période  $t$ . La fonction  $F$  est supposée deux fois différentiable, concave, homogène de degré un, strictement

croissante et strictement concave par rapport à chacun de ses arguments. Le paramètre  $A_t$  qui mesure le volume de travail efficace fourni dans une unité de temps est supposé s'accroître à un taux  $a$  exogène sous l'effet d'un progrès technique augmentant la productivité du facteur travail. Cette hypothèse associée aux propriétés de la fonction d'utilité assure qu'il existe un sentier de croissance régulier (cf., par exemple, Azariadis, 1993 : 228).

En admettant que le capital se déprécie entièrement au cours de la période de production<sup>1</sup>, le programme d'optimisation de la firme représentative s'écrit :

$$\text{MAX}_{K_t, L_t} : \Pi = F(K_t, A_t L_t) - R_t K_t - W_t L_t.$$

Où  $W_t$  désigne la rémunération d'une unité de temps de travail et  $R_t \equiv 1 + r_t$ .

En notant  $F'_i(K_t, A_t L_t)$  la dérivée partielle de la fonction  $F$  par rapport à son  $i$ ème argument, les conditions d'équilibre des firmes sont données par les conditions habituelles de rémunération des facteurs à leur productivité marginale :

$$\begin{aligned} F'_1(K_t, A_t L_t) &= R_t \\ A_t F'_2(K_t, A_t L_t) &= W_t. \end{aligned} \quad (5)$$

En raison de la législation imposant une rémunération minimale du travail, l'équilibre de la période  $t$  peut être ou non caractérisé par la présence de chômage.

### 1.3 L'équilibre de la période $t$

À la période  $t$ , le stock de capital  $K_t$  est égal à l'investissement de la période précédente et est détenu par les « retraités ». En désignant par  $\bar{W}_t$  la rémunération minimale du travail à la période  $t$  imposée par la législation, l'équilibre de courte période est défini par :

$$A_t F'_2(K_t, A_t N_t) \geq \bar{W}_t \Rightarrow L_t = N_t; W_t = A_t F'_2(K_t, A_t N_t), \quad (6)$$

$$A_t F'_2(K_t, A_t N_t) < \bar{W}_t \Rightarrow W_t = \bar{W}_t = A_t F'_2(K_t, A_t L_t). \quad (7)$$

Les expressions (6) et (7) se rapportent respectivement aux équilibres de plein emploi et de sous-emploi.

1. L'hypothèse de dépréciation totale du capital durant la période de production simplifie l'écriture du modèle sans en modifier la logique de fonctionnement. En cas de dépréciation totale, les jeunes épargnent du bien produit lequel est transformé en capital productif pour la période suivante. En l'absence d'une dépréciation totale du capital, l'épargne des jeunes finance à la fois l'investissement de la période et le rachat aux vieux de la fraction non déprécié du capital. Que la dépréciation soit totale ou non, l'équilibre du marché des biens implique donc que le capital de la période  $t + 1$  est égal à l'épargne des jeunes de la période  $t$ .

En notant  $w_t \equiv \frac{W_t}{A_t}$  la rémunération par unité de travail efficace et  $k_t \equiv \frac{K_t}{A_t L_t}$  le stock de capital par unité de travail efficace, l'expression (7) peut encore s'écrire :

$$F'_2(K_t, A_t N_t) < \bar{w}_t \equiv \frac{\bar{W}_t}{A_t} \Rightarrow w_t = \bar{w}_t = F'_2(k_t, 1). \quad (8)$$

En remarquant que la fonction  $F'_2(k_t; 1)$  est monotone croissante en  $k_t$ , l'équation (8) définit en fonction de  $\bar{w}_t$  la valeur de l'intensité capitalistique  $\bar{k}_t$  pour un équilibre avec chômage à la période  $t$ . On en déduit le niveau de l'emploi (le nombre d'unités de temps de travail échangé à la période  $t$ ) à l'équilibre avec chômage :

$$L_t \equiv \frac{K_t}{A_t \bar{k}_t}. \quad (9)$$

À partir des équations (6) et (9), on obtient l'expression de l'emploi d'équilibre à la période  $t$  :

$$L_t = \text{Min} \left\{ N_t; \frac{K_t}{A_t \bar{k}_t} \right\}. \quad (10)$$

L'existence d'un niveau positif de chômage dans l'économie à la période  $t$  implique que seule une fraction des unités de temps de travail offertes peuvent être échangées sur le marché du travail. Bien que les actifs nés à la période  $t$  soient parfaitement identiques, il n'y a aucune raison de supposer qu'ils connaissent les mêmes épisodes de chômage. Le chômage peut donc revêtir différentes formes alternatives. Il se traduit par l'exclusion totale d'une partie des actifs ou il se distribue plus ou moins uniformément sur l'ensemble des actifs qui ne peuvent échanger qu'une fraction de l'unité de temps de travail dont ils disposent. Il est dès lors essentiel, pour pouvoir déterminer les niveaux de consommation des deux générations d'individus présentes dans l'économie à la période  $t$ , d'analyser si la distribution du chômage parmi les actifs peut affecter le montant global d'épargne.

**Lemme 1 :** *Si tous les individus nés à la date  $t$  anticipent le même taux d'intérêt futur, le montant global de l'épargne à la période  $t$  est donné par l'expression :*

$$S_t = s(R_{t+1}^e) W_t L_t.$$

*Il est indépendant de la distribution du chômage dans l'économie.*

**Preuve :** Désignons par  $1 - U_t^i$  la fraction de l'unité de temps de travail que l'individu  $i$  né à la date  $t$  peut échanger sur le marché du travail. Le revenu et l'épargne de l'individu  $i$  s'écrivent donc respectivement

$$\Omega_t^i = (1 - U_t^i) W_t,$$

$$s_t^i = s(R_{t+1}^e) \Omega_t^i = s(R_{t+1}^e) (1 - U_t^i) W_t.$$

Comme  $L_t \equiv \sum_i (1 - U_t^i)$ , l'épargne globale s'écrit :

$$S_t = \sum_i s_t^i = s(R_{t+1}^e)W_t L_t.$$

Ce lemme repose entièrement sur l'hypothèse d'homothétie des préférences. Cette hypothèse implique que tous les agents épargnent la même fraction de leur revenu et qu'en conséquence, l'épargne globale est, à chaque date, égale à cette fraction du revenu global quelque soit la répartition du revenu et donc du chômage.

En utilisant ce lemme, les consommations totales en période  $t$  des deux générations présentes dans l'économie s'écrivent respectivement :

$$C_t = L_t(1 - s(R_{t+1}^e))A_t F_2'(K_t, A_t L_t)$$

$$D_t = F_1'(K_t, A_t L_t)K_t$$

$$\text{Avec } L_t = \text{Min} \left\{ N_t; \frac{K_t}{A_t k_t} \right\}.$$

Le modèle se boucle sur l'équilibre du marché des biens qui requiert qu'à chaque période l'investissement soit égal à l'épargne. Comme le capital productif d'une période est égal à l'investissement de la période antérieure, l'équilibre du marché des biens définit la dynamique de l'économie qui est étudiée dans la section suivante.

## 2. ÉTUDE DE LA DYNAMIQUE

Par rapport au modèle standard de Diamond, la prise en compte d'un éventuel chômage complique l'analyse de la dynamique de l'accumulation du capital. Cette dynamique dépend de la situation du marché du travail à la période  $t$  mais aussi de la situation anticipée pour la période suivante. Les individus doivent en effet faire des prévisions sur l'état futur du marché du travail pour former leurs anticipations de taux d'intérêt. Nous commençons donc par étudier les différents équilibres avec prévisions parfaites avant d'analyser la dynamique avec anticipations rationnelles.

### 2.1 Équilibres avec prévisions parfaites

Afin de pouvoir étudier la dynamique du chômage sur un sentier de croissance équilibrée, nous supposons que la rémunération minimale du travail est indexée sur le paramètre de progrès technique affectant la productivité du travail. Il en résulte  $\bar{w}_t = \bar{w}$  et  $\bar{k}_t = \bar{k}$ .

À chaque période  $t$ , le stock de capital installé détermine le niveau de l'emploi selon l'équation (10).

La masse salariale est donnée par l'expression :

$$W_t L_t = A_t F_2'(K_t, A_t L_t)L_t \equiv Z_t(K_t).$$



Avec :

$$\begin{aligned} Z_t(K_t) &= A_t F'_2(K_t, A_t N_t) N_t \Leftrightarrow K_t \geq \bar{k} A_t N_t \\ Z_t(K_t) &= F'_2(\bar{k}, 1) \frac{K_t}{\bar{k}} \Leftrightarrow K_t \leq \bar{k} A_t N_t. \end{aligned} \quad (11)$$

La fonction  $Z_t(K_t)$  est continue et croissante par rapport à  $K_t > 0$ .

On peut, en vertu du lemme de la section précédente, caractériser un équilibre avec prévisions parfaites à la période  $t + 1$  par :

$$\begin{aligned} K_{t+1} &= S_t = s(R_{t+1}^e) Z_t(K_t) \\ R_{t+1}^e &= R_{t+1} = F'_1(K_{t+1}, A_{t+1} L_{t+1}). \end{aligned}$$

Où  $L_{t+1}$  est l'emploi d'équilibre de la période  $t + 1$  défini par l'équation (10).

Il existe à chaque période deux types d'équilibre avec prévisions parfaites : un équilibre avec plein emploi pour lequel l'accumulation du capital résultant du comportement d'épargne d'actifs anticipant le plein emploi réalise cette anticipation et un équilibre avec chômage dans lequel l'accumulation insuffisante du capital génère une situation de sous-emploi correspondant aux anticipations formées par les actifs.

Formellement, ces deux types d'équilibre avec prévisions parfaites sont associés respectivement aux conditions suivantes :

$$\begin{aligned} (PE) : \bar{k} A_{t+1} N_{t+1} &\leq K_{t+1} = s(F'_1(K_{t+1}, A_{t+1} N_{t+1})) Z_t(K_t) \\ (CH) : \bar{k} A_{t+1} N_{t+1} &> K_{t+1} = s(F'_1(\bar{k}, 1)) Z_t(K_t). \end{aligned} \quad (12)$$

Les conditions (PE) peuvent encore s'écrire :

$$k_{t+1} = \frac{K_{t+1}}{A_{t+1} N_{t+1}} \geq \bar{k} \text{ et } \Psi(k_{t+1}) = \frac{Z_t(K_t)}{A_{t+1} N_{t+1}}.$$

$$\text{Avec : } \Psi(k_{t+1}) \equiv \frac{k_{t+1}}{s(F'_1(k_{t+1}, 1))}.$$

Si la fonction  $\Psi(k_{t+1})$  est strictement croissante pour  $k_{t+1}$  strictement positif, la dynamique de Diamond est monotone et converge vers un équilibre stationnaire. La proposition suivante montre que cette hypothèse est également suffisante pour assurer l'existence et l'unicité de l'équilibre avec prévisions parfaites à une période donnée.

**Hypothèse M :** la fonction  $\Psi(k)$  est strictement croissante pour  $k > 0$ .

**Proposition 1 :** Si l'hypothèse M est satisfaite, il existe alors pour tout stock de capital  $K_t$  un unique équilibre avec prévisions parfaites à la période  $t + 1$ .

**Preuve :**

L'hypothèse  $M$  implique que les conditions ( $PE$ ) ne peuvent être satisfaites que si est vérifiée l'inégalité :

$$\Psi(\bar{k}) \leq \frac{Z_t(K_t)}{A_{t+1}N_{t+1}}.$$

Comme  $\Psi(k) \geq k$ ,  $\lim_{k \rightarrow +\infty} \Psi(k) = +\infty$  il résulte que si l'inégalité précédente est vérifiée, l'existence d'un équilibre avec prévision parfaite et plein emploi à la période  $t + 1$  est assurée.

Sous l'hypothèse  $M$ , les conditions ( $CH$ ) impliquent :

$$\Psi(\bar{k}) > \frac{Z_t(K_t)}{A_{t+1}N_{t+1}}.$$

Réciproquement, si cette inégalité est vérifiée, il existe un équilibre avec prévisions parfaites et chômage à la date  $t + 1$ .

Sous l'hypothèse  $M$ , il ne peut donc exister à la fois un équilibre avec prévisions parfaites et chômage et un autre équilibre avec prévisions parfaites et plein emploi. La stricte monotonie de la fonction  $\Psi(k)$  suffit alors pour assurer la preuve de la proposition 1  $\square$

La proposition précédente montre que sous l'hypothèse  $M$ , il existe un unique équilibre avec prévisions parfaites en  $t + 1$ . Cet équilibre est un équilibre de plein emploi ou de chômage selon que :

$$\Psi(\bar{k}) \leq \frac{Z_t(K_t)}{A_{t+1}N_{t+1}}$$

$$\Psi(\bar{k}) > \frac{Z_t(K_t)}{A_{t+1}N_{t+1}}.$$

L'hypothèse  $M$  n'apparaît pas réellement restrictive. Une condition suffisante mais non nécessaire à sa satisfaction est que le taux d'épargne soit une fonction non décroissante du taux d'intérêt ce qui correspond à une hypothèse usuelle et assez intuitive. De plus, même si l'effet revenu domine l'effet de substitution et qu'en conséquence le taux d'épargne est une fonction décroissante du taux d'intérêt, l'hypothèse  $M$  peut être vérifiée. C'est notamment toujours le cas si la fonction d'utilité est de type CES et la fonction de production de type Cobb-Douglas.

Bien que les restrictions imposées par l'hypothèse  $M$  soient faibles, il convient d'analyser les possibilités d'équilibre avec prévisions parfaites lorsqu'elle n'est pas vérifiée. La proposition suivante montre que pour toute date  $t$  donnée, il est alors possible qu'existent en  $t + 1$  plusieurs équilibres avec prévisions parfaites. Plus précisément, on peut énoncer le résultat suivant :

**Proposition 2 :** Soit  $k_1$  et  $k_2$  vérifiant  $k_1 < k_2$  et  $\Psi(k_2) < \Psi(k_1)$ , alors dans l'économie caractérisée par le salaire minimum par unité de travail efficace  $\bar{w} = F_2'(k_1, 1)$  et le stock de capital  $K_t$  vérifiant  $Z_t(K_t) = A_{t+1}N_{t+1}\Psi(k_2)$  il existe pour la date  $t + 1$  deux équilibres avec anticipations parfaites, l'un avec chômage, l'autre avec plein emploi.

**Preuve :**  $k_{t+1} = k_2$  satisfait les conditions (PE)  $\Psi(k_{t+1}) = \frac{Z_t(K_t)}{A_{t+1}N_{t+1}}$  et  $k_{t+1} = \frac{K_{t+1}}{A_{t+1}N_{t+1}} \geq \bar{k} = k_1$ .

$K_{t+1} = k_2 A_{t+1} N_{t+1}$  est donc un équilibre avec anticipations parfaites et plein emploi pour la période  $t + 1$ .

Par ailleurs,  $\bar{k} = k_1$  vérifie  $\Psi(\bar{k}) > \Psi(k_2) = \frac{Z_t(K_t)}{A_{t+1}N_{t+1}}$

$$\Leftrightarrow \bar{k} A_{t+1} N_{t+1} > sF_1'(\bar{k}, 1) Z_t(K_t).$$

$K_{t+1} = sF_1'(\bar{k}, 1) Z_t(K_t) < \bar{k} A_{t+1} N_{t+1}$  est donc un équilibre avec anticipations parfaites et chômage pour la période  $t + 1$   $\square$

La proposition précédente montre que si l'hypothèse  $M$  n'est pas vérifiée, alors il peut exister des équilibres multiples avec prévisions parfaites de type *autoréalisatrices*. Cette proposition suggère ainsi que sous des conditions relativement restrictives, une économie avec salaire minimum peut être au plein emploi ou en chômage selon que les agents de l'économie coordonnent leurs anticipations sur l'une ou l'autre de ces deux situations. Le stock de capital accumulé dans ces deux équilibres avec prévisions parfaites n'est pas identique de sorte que les dynamiques avec anticipations optimistes (plein emploi) ou pessimistes (chômage) peuvent conduire l'économie sur des sentiers de croissance différents. On retrouve ainsi, dans un contexte de chômage, certains résultats de Krugman (1991) et D'Autume et Michel (1993).

Une autre conséquence découle de la proposition 2. Lorsque l'hypothèse  $M$  n'est pas vérifiée, il peut exister, pour un vecteur de paramètres donné, plusieurs trajectoires avec anticipations parfaites à chaque période, de sorte que les agents, confrontés à cette multiplicité de trajectoires possibles, ne peuvent, sauf hypothèse additionnelle, former d'anticipations rationnelles. Pour cette raison nous nous limiterons au cas où l'hypothèse  $M$  est vérifiée pour l'étude de la dynamique avec anticipations rationnelles<sup>2</sup>.

2. Il existe en théorie des jeux, différents résultats concernant la sélection d'un équilibre par des agents confrontés à plusieurs équilibres. Sans doute, certains de ces résultats pourraient trouver ici un domaine d'application.

## 2.2 Étude des équilibres intertemporels avec anticipations rationnelles

En restreignant l'analyse aux situations dans lesquelles l'hypothèse  $M$  est vérifiée, il existe, pour un vecteur donné de paramètres, une unique dynamique avec anticipations parfaites à chaque période. Les agents de l'économie peuvent donc calculer cette trajectoire unique et ainsi former rationnellement leurs anticipations. On appelle cette dynamique un équilibre intertemporel avec anticipations rationnelles (EIAR).

Comme à chaque période, l'unique équilibre avec anticipations parfaites peut correspondre à une situation de chômage ou de plein emploi, un EIAR peut être composé de périodes de chômage et de plein emploi. Le lemme 2 et la proposition 3 qui définit les possibilités de transition entre des situations de chômage et de plein emploi pour tout EIAR permettent de préciser la dynamique avec anticipations rationnelles d'une économie avec salaire minimum.

**Lemme 2 :** Soit  $\bar{g}$  le taux de croissance entre les dates  $t$  et  $t + 1$  d'une économie en chômage à ces deux dates.  $1 + \bar{g} = \frac{K_{t+1}}{K_t} = s(F'_1(\bar{k}, 1)) \frac{\bar{w}}{\bar{k}} = \frac{F'_2(\bar{k}, 1)}{\Psi(\bar{k})}$ .

Si  $1 + \bar{g} \geq (1 + a)(1 + n)$ , une économie initialement au plein emploi sera au plein emploi pour toutes les périodes suivantes. Si  $1 + \bar{g} \leq (1 + a)(1 + n)$ , une économie initialement en chômage le restera pour toutes les périodes suivantes.

**Preuve :** Déterminons tout d'abord les conditions d'un équilibre avec chômage à toutes les périodes à partir d'une date initiale. Un régime de chômage permanent à partir de  $t_0$  vérifie  $\forall t \geq t_0$  :

$$K_{t+1} = (1 + \bar{g})K_t \text{ et } (1 - u_t) = \frac{K_t}{kA_tN_t} < 1,$$

où  $u_t$  est le taux de chômage à la période  $t$ . La dynamique du chômage est alors donnée par :

$$\frac{1 - u_{t+1}}{1 - u_t} = \frac{K_{t+1}}{K_t} \frac{A_tN_t}{A_{t+1}N_{t+1}} = \frac{1 + \bar{g}}{(1 + a)(1 + n)}. \quad (13)$$

On en déduit que si l'économie est en situation de chômage en  $t_0$  et si  $1 + \bar{g} \leq (1 + a)(1 + n)$ , alors l'économie est en chômage pour toutes les périodes futures.

Examinons maintenant les conditions d'un équilibre avec plein emploi à toutes les périodes à partir de  $t_0$ . Les conditions (PE) impliquent que soient vérifiées pour toutes dates  $t \geq t_0$  :

$$k_t = \frac{K_t}{A_tN_t} \geq \bar{k} \text{ et } \Psi(k_{t+1}) = \frac{Z_t(K_t)}{A_{t+1}N_{t+1}} = \frac{F'_2(k_t, 1)}{(1 + a)(1 + n)}.$$

Soit encore :

$$\Psi(k_{t+1}) \geq \frac{F'_2(\bar{k}, 1)}{(1+a)(1+n)} = \frac{(1+\bar{g})\Psi(\bar{k})}{(1+a)(1+n)}.$$

On déduit de l'hypothèse  $M$  :

$$1 + \bar{g} \geq (1+a)(1+n) \Rightarrow \Psi(k_{t+1}) \geq \Psi(\bar{k}) \Rightarrow k_{t+1} \geq \bar{k},$$

l'expression précédente montre que si l'économie est en plein emploi à la date  $t_0$  et si  $1 + \bar{g} \geq (1+a)(1+n)$ , alors elle reste en plein emploi pour toutes les périodes ultérieures  $\square$

L'intuition de ce lemme est particulièrement simple.  $\bar{g}$  représente le taux de croissance de l'économie entre les périodes  $t$  et  $t+1$  lorsque l'économie est en situation de chômage à la date  $t$  et que les agents anticipent du chômage pour la date  $t+1$ . Par ailleurs,  $(1+a)(1+n) - 1$  représente le taux de croissance de l'offre de travail efficace, c'est-à-dire également le taux de croissance minimum requis pour maintenir constant le taux de chômage dans l'économie. La condition  $1 + \bar{g} \leq (1+a)(1+n)$  implique alors que les prévisions de chômage sont vérifiées à toutes dates de sorte que la dynamique avec anticipations rationnelles correspond à du chômage à toutes les périodes à partir d'une situation initiale de chômage. Comme pour une anticipation donnée du taux d'intérêt, l'épargne est une fonction croissante de l'emploi de la période, le même raisonnement montre qu'à partir d'une situation de plein emploi, la dynamique avec anticipations rationnelles de l'économie correspond au plein emploi permanent si  $1 + \bar{g} \geq (1+a)(1+n)$ .

**Proposition 3 :** *Sous l'hypothèse  $M$ , il existe au plus un passage entre les situations de chômage et de plein emploi pour tout EIAR.*

**Preuve :** Du lemme 2, on déduit qu'une condition nécessaire à une transition du chômage vers le plein emploi s'écrit  $1 + \bar{g} > (1+a)(1+n)$ . De même, une condition nécessaire à une transition de sens inverse s'écrit  $1 + \bar{g} < (1+a)(1+n)$ .

Le lemme 2 assure alors qu'il ne peut exister au maximum qu'une transition entre le chômage et le plein emploi (ou inversement) pour tout EIAR  $\square$

Il est possible, à partir du lemme 2 et de la proposition 3 de définir précisément la dynamique avec anticipations rationnelles de l'économie avec salaire minimum. De la dynamique du taux de chômage décrite par (13), on déduit que pour tout EIAR, à une situation de chômage en  $t_0$  peuvent correspondre dans le futur les trois situations suivantes en fonction de la valeur des paramètres :

- pour  $1 + \bar{g} < (1+a)(1+n)$ , l'économie reste en chômage à chaque période et le taux de chômage tend vers un;
- pour  $1 + \bar{g} = (1+a)(1+n)$ , l'économie reste en chômage à chaque période avec un taux de chômage constant;
- pour  $1 + \bar{g} > (1+a)(1+n)$ , l'économie passe nécessairement à une date finie en situation de plein emploi, et la proposition 3 assure alors qu'elle reste en plein emploi à partir de cette date.

Pour définir précisément la dynamique à partir d'une situation initiale de plein emploi, considérons la dynamique de l'économie concurrentielle. Cette dynamique est décrite par l'équation :

$$\Psi(\tilde{k}_{t+1}) = \frac{F'_2(\tilde{k}, 1)}{(1+a)(1+n)}.$$

Sous l'hypothèse  $M$ , la suite monotone  $\tilde{k}_t$  converge vers un équilibre stationnaire  $\tilde{k}^*$  qui vérifie :

$$(1+a)(1+n) = \frac{s(F'_1(\tilde{k}^*, 1))F'_2(\tilde{k}^*, 1)}{k^*}.$$

Un EIAR avec plein emploi à partir de la date  $t_0$  vérifie donc nécessairement  $\tilde{k}^* \geq \bar{k}$ . Cette condition est toujours satisfaite pour  $1 + \bar{g} \geq (1+a)(1+n)$ . Si cette condition n'est pas satisfaite et si  $\tilde{k}^* < \bar{k}$ , l'économie passe en chômage à une date finie. La dynamique, avec anticipations rationnelles d'une économie au plein emploi à la date initiale, peut donc prendre les deux formes alternatives suivantes :

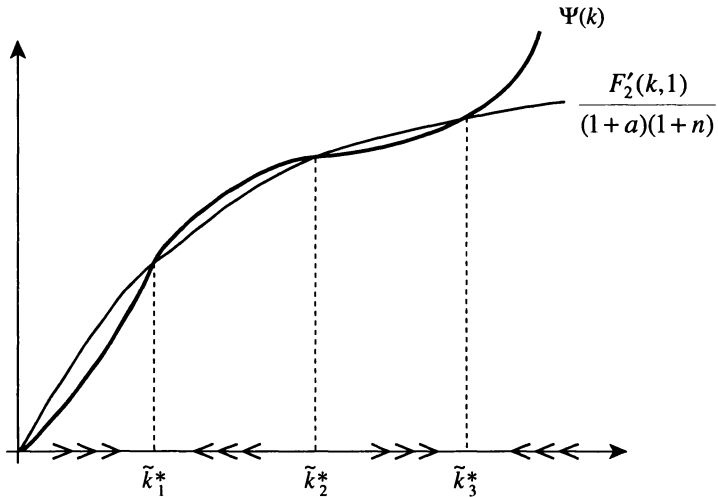
- pour  $\tilde{k}^* \geq \bar{k}$  l'économie reste au plein emploi à chaque période;
- pour  $\tilde{k}^* < \bar{k}$  l'économie passe à une date finie en situation de chômage et elle y reste pour toutes les périodes futures.

Cette dynamique avec anticipations rationnelles d'une économie avec salaire minimum peut être discutée sur la base de la figure suivante<sup>3</sup> :

---

3. Sans trop entrer dans les détails, il est possible de discuter de la dynamique de long terme lorsque le salaire minimum n'augmente pas au même taux que le progrès technique. Si le salaire minimum augmente plus rapidement que le progrès technique, alors  $k \rightarrow +\infty$  et quel que soit le stock initial de capital, l'économie s'oriente vers une situation de chômage croissant. À l'inverse, si le salaire minimum progresse moins rapidement que le progrès technique,  $k \rightarrow 0$  et quel que soit le stock initial de capital, l'économie s'oriente vers une situation de plein emploi si l'équilibre stationnaire trivial de l'économie concurrentielle est instable.

FIGURE 1  
DYNAMIQUE DE L'ÉCONOMIE CONCURRENTIELLE



La dynamique de l'économie concurrentielle décrite par la figure 1 admet quatre équilibres stationnaires : deux sont stables ( $\tilde{k}_1^*$  et  $\tilde{k}_3^*$ ) et deux sont instables (O et  $\tilde{k}_2^*$ ).

Supposons  $\bar{k} \in ]\tilde{k}_1^*, \tilde{k}_2^*[$ , il en résulte  $\Psi(\bar{k}) > \frac{F'_2(k,1)}{(1+a)(1+n)} \Leftrightarrow 1+\bar{g} < (1+a)$

$(1+n)$ . Si l'intensité capitalistique initiale de l'économie  $\tilde{k}_0$  vérifie  $\tilde{k}_1^* < \tilde{k}_0 < \tilde{k}_2^*$ , l'économie est en plein emploi à la date initiale, puis elle passe en situation de chômage croissant. Si  $\tilde{k}_0$  vérifie  $\tilde{k}_1^* < \tilde{k}_0 < \tilde{k}_2^*$ , l'économie est initialement en chômage et le taux de chômage s'accroît *tendanciellement*. Enfin, pour  $\tilde{k}_0 > \tilde{k}_2^*$ , l'économie reste en plein emploi et l'intensité capitalistique converge vers  $\tilde{k}_3^*$ .

Les résultats précédents suggèrent que la dynamique avec anticipations rationnelles de l'économie est largement dépendante du niveau de la rémunération minimale du travail. La section suivante précise cette relation et analyse l'influence du salaire minimum légal sur les sentiers de croissance à taux constant de l'économie.

### 3. SENTIER DE CROISSANCE À TAUX CONSTANT AVEC SALAIRE MINIMUM

Galor et Ryder (1989) ont montré que sous des conditions finalement très peu restrictives, une économie concurrentielle convergeait, en fonction du stock initial de capital, vers différents sentiers de croissance à taux constant. Ce résultat suggère que la présence de trappe de sous-développement obéit à des conditions assez générales et plus généralement que les économies concurrentielles peuvent

éprouver des difficultés à atteindre le sentier de croissance régulier correspondant à la plus forte production par tête. L'objet de cette section est d'étudier si les législations imposant une rémunération minimale du travail peuvent être efficaces pour sortir une économie d'une situation de trappe de sous-développement ou plus généralement pour aider une économie à atteindre le sentier de croissance associé à la plus forte intensité capitaliste. Nous débutons cette section par un exemple avec utilité log et fonction de production CES et la clôturons par l'énoncé d'un théorème général.

### 3.1 Un exemple

Après avoir présenté les hypothèses concernant les préférences individuelles et la technologie, nous comparons la dynamique de l'économie concurrentielle et la dynamique de l'économie avec salaire minimum.

Les préférences intertemporelles des individus sont représentées par la fonction d'utilité suivante :

$$U(c_t, d_{t+1}) = \log c_t + \beta \log d_{t+1}. \quad (14)$$

La fonction d'épargne individuelle qui résulte de la maximisation de cette fonction sous la contrainte de budget devient :

$$s_t = \frac{\beta}{1+\beta} \Omega_t. \quad (15)$$

La technologie est représentée par une fonction de production CES :

$$Y_t = F(K_t, A_t L_t) = [aK_t^\rho + b(A_t L_t)^\rho]^{\frac{1}{\rho}} \text{ avec } \rho < 1. \quad (16)$$

La rémunération du travail à sa productivité marginale implique :

$$w_t = F'_2(k_t, 1) = b(ak_t^\rho + b)^{\frac{1-\rho}{\rho}}. \quad (17)$$

#### 3.1.1 Dynamique de l'économie concurrentielle

La dynamique de l'accumulation du capital de l'économie concurrentielle est définie par l'équilibre du marché des biens et s'écrit :

$$K_{t+1} = \frac{\beta}{1+\beta} A_t N_t F'_2(k_t, 1).$$

Soit encore, en posant  $\frac{1}{\lambda} = \frac{\beta}{1+\beta} \frac{1}{(1+n)(1+a)}$ ,

$$k_{t+1} = \frac{F'_2(k_t, 1)}{\lambda}.$$



En définissant la fonction  $\Phi(k) = \frac{F'_2(k, 1)}{k}$  l'équation précédente s'écrit encore :

$$\frac{k_{t+1}}{k_t} = \frac{\Phi(k_t)}{\lambda}. \quad (18)$$

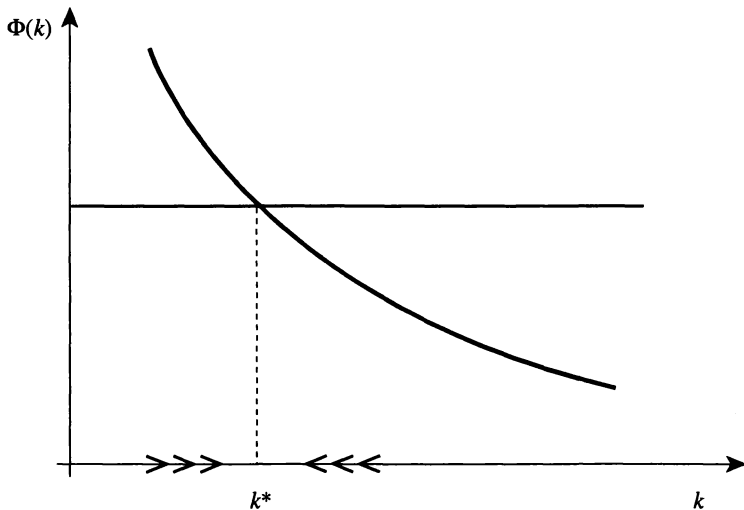
La dynamique de l'accumulation du capital décrite par l'équation (18) prend différentes formes selon que la valeur de l'élasticité de substitution  $\sigma = \frac{1}{1-\rho}$  est supérieure ou inférieure à un. Nous étudions successivement ces deux cas.

$$1) \sigma \geq 1 \Leftrightarrow \rho \geq 0$$

La dynamique correspondante est représentée sur la figure 2.

FIGURE 2

DYNAMIQUE DE L'ACCUMULATION DE CAPITAL ( $\sigma \geq 1$ )



Pour  $\sigma \geq 1$ , la fonction  $\Phi(k)$  vérifie :

$$\Phi(0) = +\infty; \Phi(+\infty) = 0$$

$$\Phi'(k) = \frac{b}{k^2} (ak^\rho + b)^{\frac{1-\rho}{\rho}-1} (-\rho ak^\rho - b) < 0.$$

Ces propriétés de la fonction  $\Phi(k)$  assurent que la suite des  $k_t$  est monotone et converge vers un niveau  $k^*$  défini par  $\Phi(k^*) = \lambda$ .

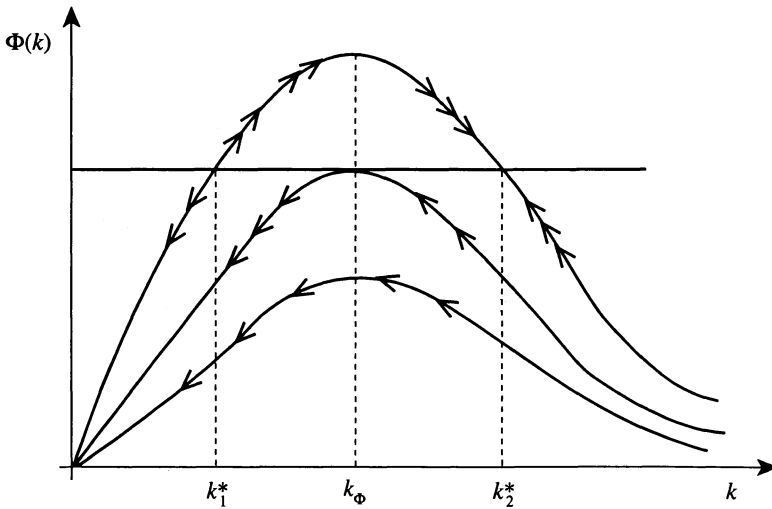
Si l'élasticité de substitution est supérieure à un, l'économie concurrentielle converge donc vers un sentier de croissance équilibrée unique et globalement stable comme le montre la figure 2.

$$2) \sigma < 1 \Leftrightarrow \rho < 0$$

La dynamique correspondante est représentée sur la figure 3.

FIGURE 3

DYNAMIQUE DE L'ACCUMULATION DE CAPITAL ( $\sigma < 1$ )



Dans ce cas, la fonction  $\Phi(k)$  vérifie  $\Phi(0) = 0$ ;  $\Phi(+\infty) = 0$  et sa dérivée  $\Phi'(k)$  s'annule pour  $k = k_\Phi = (-\rho \frac{a}{b})^{-\frac{1}{\sigma}}$ .

Ces propriétés impliquent trois situations possibles :

- $\Phi(k_\Phi) < \lambda$  : il n'existe aucun sentier de croissance régulier hormis l'équilibre trivial qui est globalement stable.
- $\Phi(k_\Phi) = \lambda$  : il existe en dehors de l'équilibre trivial un sentier de croissance régulier qui est stable à droite et instable à gauche.
- $\Phi(k_\Phi) > \lambda$  : il existe en dehors de l'équilibre trivial deux sentiers de croissance à taux constant. Celui caractérisé par l'intensité capitaliste la plus faible est instable et correspond donc à une trappe de sous-développement, celui caractérisé par la plus forte production par tête est localement stable.

### 3.1.2 Dynamique de l'économie avec salaire minimum

Comme la dynamique de l'économie concurrentielle, la dynamique de l'économie avec salaire minimum est tout d'abord dépendante de la valeur de l'élasticité de substitution. On considère dans ce qui suit que la période à laquelle est instauré un salaire minimum constitue la date initiale.

**Cas  $\sigma \geq 1$**  Lorsque l'élasticité de substitution n'est pas inférieure à un, la dynamique de l'économie avec salaire minimum peut s'étudier graphiquement à l'aide du graphique 2. Pour étudier cette dynamique, il est essentiel d'observer qu'en situation de chômage le taux de croissance de l'économie  $\bar{g}$  vérifie

$$1 + \bar{g} = \frac{\beta}{1 + \beta} \frac{F'_2(\bar{k}, 1)}{\bar{k}} = \frac{\beta}{1 + \beta} \Phi(\bar{k}).$$

Comme la fonction  $\Phi(k)$  est décroissante,

$$1 + \bar{g} > (1 + a)(1 + n) = \frac{\beta}{1 + \beta} \Phi(k^*) \Leftrightarrow \bar{k} < k^*.$$

En d'autres termes, le taux de croissance de l'économie avec chômage est supérieur au taux de croissance requis pour maintenir constant le taux de chômage si et seulement si le salaire minimum est inférieur à la rémunération concurrentielle sur le sentier de croissance régulier. Trois situations sont alors possibles selon le minimum imposé à la rémunération de l'unité de travail efficace.

- a) Le minimum imposé est inférieur à la rémunération concurrentielle sur le sentier de croissance régulier. (Graphiquement cela correspond à  $\bar{k} < k^*$  sur la figure 2)

La dynamique de l'économie se déduit alors directement du lemme 2 et de la proposition 3.

- Si  $\bar{k} < k_0 < k^*$ , l'économie est au plein emploi à la date initiale. Elle y reste et suit la dynamique de l'économie concurrentielle qui converge vers un unique sentier de croissance régulier.
  - Si  $k_0 < \bar{k} < k^*$ , la mise en place d'un salaire minimum crée du chômage et élève l'intensité capitalistique en  $\bar{k}$ . Le chômage diminue alors régulièrement jusqu'à ce que l'économie passe en plein emploi à une date finie. Elle suit alors la dynamique de l'économie concurrentielle.
- b) Le minimum imposé est égal à la rémunération concurrentielle sur le sentier de croissance régulier ( $\bar{k} = k^* \Rightarrow 1 + \bar{g} = (1 + a)(1 + n)$ ).
- Si  $\bar{k} < k_0$  l'économie reste en plein emploi et converge vers le sentier de croissance régulier.
  - Si  $k_0 < \bar{k}$ , le salaire minimum engendre du chômage et l'économie croît au même taux que l'économie concurrentielle sur le sentier de croissance régulier avec un taux de chômage constant.
- c) Le minimum imposé est supérieur à la rémunération concurrentielle sur le sentier de croissance régulier ( $\bar{k} > k^* \Rightarrow 1 + \bar{g} < (1 + a)(1 + n)$ ).

La dynamique de l'économie se déduit du lemme 2 et de la proposition 3.

- Si  $\bar{k} > k_0 > k^*$ , le salaire minimum engendre immédiatement du chômage et l'économie croît au taux constant  $\bar{g}$  avec un taux de chômage croissant.
- Si  $k_0 > \bar{k} > k^*$ , le salaire minimum n'engendre pas immédiatement du chômage et l'économie suit initialement la dynamique de l'économie concurrentielle. L'intensité capitalistique diminue jusqu'à ce que l'économie passe, à une date finie, en chômage. À partir de cette date, l'économie croît au taux constant  $\bar{g}$  avec un chômage croissant.

**Cas  $\sigma < 1$**  Graphiquement la dynamique peut s'étudier à l'aide du graphique 3. Comme dans le cas précédent, le taux de croissance de l'économie avec chômage

$$\text{vérifie } 1 + \bar{g} = \frac{\beta}{1+\beta} \frac{F'_2(\bar{k}, 1)}{\bar{k}} = \frac{\beta}{1+\beta} \Phi(\bar{k}) > (1+a)(1+n) = \frac{\beta}{1+\beta} \lambda \Leftrightarrow \bar{k} < k_i^*;$$

$\forall i = 1, 2$ .

- S'il n'existe pas, en dehors de l'équilibre trivial, de sentier de croissance régulier stable pour l'économie concurrentielle ( $\Phi(k_\phi) \leq \lambda$  dans la figure 3), deux dynamiques doivent être distinguées.
  - Si  $\bar{k} > k_0$ , le salaire minimum engendre du chômage et l'économie croît au taux  $\bar{g}$ . De plus, comme  $1 + \bar{g} = \frac{\beta}{1+\beta} \Phi(\bar{k}) < \frac{\beta}{1+\beta} \lambda = (1+a)(1+n)$ , le taux de chômage est croissant.
  - Si  $\bar{k} < k_0$ , l'économie reste initialement au plein emploi et suit dans un premier temps la dynamique de l'économie concurrentielle. L'intensité capitalistique diminue jusqu'à rejoindre  $\bar{k}$  à une date finie. L'économie passe alors en chômage avec une intensité capitalistique constante et un chômage croissant.
  - S'il existe, en dehors de l'équilibre trivial, deux sentiers de croissance réguliers pour l'économie concurrentielle ( $\Phi(k_\phi) > \lambda$  sur la figure 3), la dynamique de l'économie dépend du minimum imposé à la rémunération de l'unité de travail efficace. Comme sur la figure 3, désignons respectivement  $k_1^*$  et  $k_2^*$  l'intensité capitalistique sur les sentiers de croissance régulier « bas » et « haut ». Quatre situations doivent alors être distinguées :
- a) Le minimum imposé est inférieur à la rémunération concurrentielle sur le sentier de croissance régulier « bas ». ( $\bar{k} < k_1^*$ ).

Trois cas sont alors possibles en fonction du stock initial de capital :

- Pour  $k_0 < \bar{k} < k_1^*$ , l'économie est initialement en chômage (au moment de la mise en place du salaire minimum). Elle croît alors au taux régulier  $\bar{g}$  avec une intensité capitalistique  $\bar{k}$  constante et un chômage croissant.
- Pour  $\bar{k} < k_0 < k_1^*$ , l'économie est initialement au plein emploi. L'intensité capitalistique diminue jusqu'à rejoindre  $\bar{k}$  et l'économie passe en situation de chômage croissant.

- Pour  $k_0 > k_1^* > \bar{k}$ , l'économie est initialement au plein emploi et y reste en suivant la dynamique de l'économie concurrentielle qui converge vers le sentier de croissance régulier associé à la plus forte production par tête.
- b) Le minimum imposé est supérieur à la rémunération concurrentielle sur le sentier de croissance régulier « bas » et inférieur à la rémunération concurrentielle sur le sentier de croissance régulier « haut » ( $k_1^* < \bar{k} < k_2^* \Rightarrow \Phi(\bar{k}) > \lambda$  et  $1 + \bar{g} > (1 + a)(1 + n)$ ).
  - Pour  $k_0 < \bar{k}$ , l'économie est initialement en chômage. Comme le taux de croissance est supérieur au niveau requis pour maintenir constant le taux de chômage, l'économie passe à une date finie en situation de plein emploi et elle suit alors la dynamique de l'économie concurrentielle qui converge vers le sentier de croissance régulier « haut ».
  - Pour  $k_0 > \bar{k}$ , l'économie reste au plein emploi et converge vers le sentier de croissance régulier « haut ».
- c) Le minimum imposé est égal à la rémunération concurrentielle sur le sentier de croissance régulier « haut » ( $\bar{k} = k_2^* \Rightarrow 1 + \bar{g} = (1 + a)(1 + n)$ ).
  - Si  $k_0 > \bar{k}$ , l'économie reste au plein emploi et converge vers le sentier de croissance régulier « haut ».
  - Si  $k_0 < \bar{k}$ , le salaire minimum engendre du chômage et l'économie croît au taux  $\bar{g}$  égal au taux requis pour maintenir constant le taux de chômage.
- d) Le minimum imposé est supérieur à la rémunération concurrentielle sur le sentier de croissance régulier « haut » ( $\bar{k} > k_2^* \Rightarrow 1 + \bar{g} < (1 + a)(1 + n)$ ).

Si  $k_0 > \bar{k}$ , l'économie reste dans un premier temps en plein emploi et suit la dynamique de l'économie concurrentielle avec une intensité capitalistique qui diminue jusqu'à atteindre  $\bar{k}$  à une date finie. L'économie passe alors en situation de chômage croissant.

Si  $k_0 < \bar{k}$ , le salaire minimum engendre du chômage et celui-ci s'accroît de périodes en périodes.

Les résultats précédents suggèrent qu'une législation imposant une rémunération minimale du travail peut, sous certaines conditions, aider au développement économique. Ainsi, si le stock de capital initial de l'économie concurrentielle vérifie  $K_0 < k_1^* A_0 N_0$ , l'économie est en situation de piège de sous-développement et un salaire minimum légal peut contribuer à la sortir de ce piège. Si la rémunération minimale imposée est comprise entre les rémunérations concurrentielles correspondant aux sentiers de croissance régulier « bas » et « haut », l'économie convergera vers le sentier de croissance régulier de plein emploi associé à la plus forte production par tête, et ce, pour tout stock initial de capital.

L'interprétation économique de ce résultat est en fait très simple. L'instauration d'un salaire minimum légal provoque initialement du chômage dans l'économie, mais la hausse des salaires permet d'assurer, en dépit de la contraction de

l'emploi, une augmentation de la masse salariale qui profite à l'épargne et à l'accumulation du capital. En raison du rythme accru de l'accumulation du capital, le taux de croissance de la demande de travail est supérieur au taux de croissance de l'offre de travail de sorte que l'économie rejoint progressivement le plein emploi. Une fois le plein emploi réalisé, l'économie converge vers le sentier de croissance régulier correspondant à la production par tête la plus importante.

L'exemple précédent nous a permis d'explicitier dans un cadre simple les multiples dynamiques possibles d'une économie avec salaire minimum et d'en déduire que ces législations pouvaient exercer des influences favorables sur la production. Il convient d'apprécier si ces résultats demeurent valables dans un cadre moins restrictif.

### 3.2 Généralisation

En l'absence de spécification particulière des fonctions d'utilité et de production, et sauf hypothèses restrictives, l'économie concurrentielle peut admettre un nombre indéterminé de sentiers de croissance à taux constant. Il n'est donc pas possible dans un cadre assez général de décrire de manière exhaustive les différentes dynamiques envisageables d'une économie avec salaire minimum. Il est toutefois possible de montrer que les conséquences, pouvant être favorables, des législations imposant une rémunération minimale du travail demeurent valables dans un cadre général.

**Théorème :** *Sous l'hypothèse M il existe un salaire minimum qui, pour tout stock initial de capital, conduit l'économie vers le sentier de croissance régulier de plein emploi stable correspondant à la plus forte production par tête.*

**Preuve :** Notons  $k^{**}$  l'intensité capitalistique correspondant à ce sentier de croissance supposé non trivial. Il existe un intervalle  $I = ]k^{**} - \varepsilon; k^{**}[$ , tel que pour toutes positions initiales dans cet intervalle la dynamique concurrentielle converge vers  $k^{**}$ .

Montrons tout d'abord qu'il existe un niveau d'intensité capitalistique  $\bar{k}_I$  appartenant à l'intervalle  $I$  et tel que  $1 + \bar{g} = \frac{F'_2(\bar{k}_I, 1)}{\Psi(\bar{k}_I)} > (1 + a)(1 + n)$ .

Supposons que ce ne soit pas vrai. Alors  $\frac{F'_2(k, 1)}{\Psi(k)} \leq (1 + a)(1 + n) \forall k \in I$  et la

dynamique concurrentielle vérifie à partir de  $k_0 \in I$  :  $\Psi(k_1) = \frac{F'_2(k_1, 1)}{(1 + a)(1 + n)} \leq \Psi(k_0)$

et donc, en vertu de l'hypothèse M,  $k_1 \leq k_0$ . La dynamique étant monotone, il ne peut donc y avoir convergence vers  $k^{**}$  ce qui est contradictoire avec la définition de l'intervalle  $I$ . Cette contradiction implique qu'il existe bien  $\bar{k}_I$  appartenant à cet

intervalle et vérifiant la propriété décrite. Cette propriété assure que pour une rémunération minimale de l'unité de travail efficace  $\bar{w}_1 = F_2'(k_1, 1)$ , générant du chômage à la date initiale, le taux de croissance de la demande de travail est supérieur au taux de croissance de l'offre de travail, de sorte que l'économie rejoint l'intensité capitaliste  $\bar{k}_1$  et le plein emploi en un temps fini. Une fois le plein emploi atteint, la dynamique est celle de l'économie concurrentielle qui converge vers  $k^{**}$   $\square$

Le théorème précédent montre que les propriétés dynamiques des législations imposant un salaire minimum ne sont pas liées à des hypothèses particulières concernant les représentations de la technologie et des préférences individuelles. Dans toutes les situations où une économie concurrentielle admet plusieurs sentiers de croissance équilibrée, il existe un niveau du salaire minimum qui assure la convergence de l'économie vers le sentier de croissance stable associé à la plus forte production par tête.

L'intuition de ce théorème découle très simplement de la dynamique d'une économie concurrentielle. Admettons que cette économie admette plusieurs équilibres stationnaires stables. Pour tout niveau donné de l'intensité capitaliste qui soit inférieur à celui associé à un équilibre stable et supérieur à celui associé à un équilibre instable, l'épargne est supérieure au niveau requis pour remplacer les équipements déclassés et employer le surcroît d'offre de travail avec la même intensité capitaliste. De ce fait, l'intensité capitaliste augmente et l'économie converge vers l'équilibre stationnaire stable. Si pour une même intensité capitaliste initiale l'économie est en chômage, alors l'épargne correspondante permet nécessairement de réduire le chômage à chaque période avec la même intensité capitaliste. À une date finie, l'économie passe donc en plein emploi et rejoint la dynamique de l'économie concurrentielle. Un salaire minimum peut donc être utile pour franchir des équilibres stables de plein emploi associés à une faible production par tête. Il cesse d'être utile une fois que l'économie retrouve le plein emploi et suit alors la dynamique de l'économie concurrentielle qui converge vers un sentier de croissance régulier associé à une plus forte production par tête. En fait, la même démonstration peut s'appliquer pour montrer qu'il existe toujours un salaire minimum permettant d'atteindre n'importe quel sentier de croissance stable de plein emploi dès lors que le stock de capital initial de l'économie est inférieur à celui correspondant à cet équilibre stable. Ainsi, si l'économie est initialement en situation de sous-accumulation du capital, il existe toujours un niveau du salaire minimum qui assure la convergence de l'économie vers le sentier de croissance régulier en sous-accumulation le plus proche de la règle d'or.

#### CONCLUSION

Cet article avait pour objet l'étude de la dynamique d'une économie avec salaire minimum dans le cadre du modèle à générations imbriquées. Nous nous sommes tout d'abord attachés à préciser les conditions d'existence d'un équilibre

intertemporel avec anticipations rationnelles. Si une multiplicité d'équilibres avec prévisions parfaites de type *autoréalisatrices* n'est pas à exclure, une condition peu restrictive suffit néanmoins à assurer l'existence d'un équilibre intertemporel avec anticipations rationnelles. En fonction du salaire minimum, du taux de croissance de la population active et du rythme du progrès technique, il existera ou non une transition entre les situations de chômage et de plein emploi, mais dans tous les cas il ne pourra exister plus d'une transition.

Nous avons ensuite étudié l'influence exercée par la contrainte de salaire minimum légal sur l'équilibre de long terme de l'économie. Cette influence peut être favorable dès lors que l'économie concurrentielle admet plusieurs sentiers de croissance réguliers. Dans ce cas, une économie concurrentielle peut, en fonction du stock initial de capital, se trouver bloquée dans une situation de piège de sous-développement ou plus généralement se situer sur un sentier de croissance régulier associé à une relativement faible production par tête. Une législation imposant un salaire minimum contraignant génère alors transitoirement du chômage tout en augmentant la masse salariale et donc l'épargne ce qui permet à l'économie en situation de chômage de croître à un taux supérieur à celui de l'offre de travail efficace, de sorte qu'elle rejoint en un temps fini le plein emploi, puis converge vers le sentier de croissance régulier stable le plus proche. Il existe donc toujours un niveau de salaire minimum qui permet à l'économie de rejoindre n'importe quel sentier de croissance régulier stable de plein emploi associé à un stock de capital plus important que dans la situation initiale. Un salaire minimum peut donc, dans certain cas, contribuer à rapprocher l'économie de la règle d'or.

Les résultats précédents doivent toutefois être interprétés avec prudence.

Tout d'abord, il faut se garder de toutes conclusions trop normatives. Les législations sur le salaire minimum ne doivent pas être considérées comme des instruments de politique économique. Dans les situations favorables, l'effet de ces législations est finalement d'augmenter l'épargne. Des politiques fiscales favorisant l'épargne pourraient avoir des effets similaires sans provoquer transitoirement du chômage. Nous souhaitons simplement souligner que, même dans un cadre assez général ne faisant pas référence à des externalités, une économie avec salaire minimum peut être plus efficace, à long terme, qu'une économie concurrentielle. Cela ne signifie bien entendu pas qu'il faille systématiquement instaurer un salaire minimum et encore moins qu'il faille toujours l'augmenter.

Ensuite, le cadre d'analyse utilisé reste sur de nombreux points simpliste et néglige d'importants aspects tels que l'indemnisation du chômage, la fiscalité ou encore l'existence de différentes catégories de travailleurs n'étant pas tous rémunérés au même taux de salaire. Nous souhaitons, dans le futur, aborder ces différents points.



## BIBLIOGRAPHIE

- ALLAIS, M. (1947), *Économie et intérêt*, Imprimerie nationale, Paris.
- AUTUME (D'), A., et MICHEL, P. (1993), «Hystérésis et piège de sous-développement dans un modèle de croissance endogène», *Revue économique*, 44 : 431-50.
- AZARIADIS, C. (1993), *Intertemporal Macroeconomics*, Blackwell, Cambridge.
- BEAN, C., et PISSARIDES, C. (1993), «Unemployment, Consumption and Growth», *The European Economic Review*, 37, 1-22.
- BLANCHARD, O., et FISHER, S. (1989), *Lectures on Macroeconomics*, MIT Press, Cambridge.
- BOADWAY, R., et MARCEAU, N. (1994), «Minimum Wage Legislation and Unemployment Insurance as Instruments for Redistribution», *Scandinavian Journal of Economics*, 96 : 67-81.
- CAHUC, P., et MICHEL, P. (1996), «Minimum Wage, Unemployment and Growth», *The European Economic Review*, 40 : 1463-82.
- DIAMOND, P. (1965), «National Debt in a Neoclassical Growth Model», *The American Economic Review*, 55 : 1126-1150.
- GALOR, O., et RYDER, H. (1989), «On the Existence of Equilibrium in an Overlapping Generations Model with Productive Capital», *Journal of Economic Theory*, 49 : 360-375.
- GRANIER, P., et NYSSSEN, J. (1996), «Réduction des charges sociales sur les emplois non qualifiés, chômage et croissance», *Annales d'économie et statistique*, 44 : 60-99.
- KRUGMAN, P. (1991), «History and Expectations», *The Quarterly Journal of Economics*, 106 : 651-667.
- SAMUELSON, P. (1958), «An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money», *Journal of Political Economy*, 66 : 61-71