L'Actualité économique

Spéculation et intérêt collectif
Speculation and the public interest

Jean-Luc Vila

Volume 63, Number 2-3, juin–septembre 1987

Incertain et information

URI: https://id.erudit.org/iderudit/601414ar
DOI: https://doi.org/10.7202/601414ar

See table of contents

Publisher(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (print)
1710-3991 (digital)

Explore this journal

Cite this article

Vila, J.-L. (1987). Spéculation et intérêt collectif. *L'Actualité économique*, *63*(2-3), 138–152. https://doi.org/10.7202/601414ar

Article abstract

A model is developed where the possibility to speculate on a financial market incites a rational individual to take a socially bad action. For this purpose, we shall model the microstructure of the trading process. Our model determines the movement of prices, their informational content and the liquidity of the market. The example considered here is to be contrasted with the one studied by Hirshleifer (1971) where speculative opportunities favor the internalization of positive externalities.

L'Actualité Économique. Revue d'analyse économique, vol. 63, n° 2-3, juin-septembre 1987

SPÉCULATION ET INTÉRÊT COLLECTIF

Jean-Luc VILA
Princeton University et *University of Pennsylvania*

Cet article décrit une situation où la possibilité de spéculer sur un marché financier incite un individu rationnel à avoir une action socialement néfaste. Pour cela, on utilisera une modélisation microstructurelle du processus d'échange, qui endogénéise le mouvement des prix, leur contenu informationnel et la liquidité du marché. L'exemple considéré ici est à opposer à celui étudié par Hirshleifer (1971), où les opportunités spéculatives favorisent l'internalisation d'externalités positives.

Speculation and the public interest. — A model is developed where the possibility to speculate on a financial market incites a rational individual to take a socially bad action. For this purpose, we shall model the microstructure of the trading process. Our model determines the movement of prices, their informational content and the liquidity of the market. The example considered here is to be contrasted with the one studied by Hirshleifer (1971) where speculative opportunities favor the internalization of positive externalities.

1 — INTRODUCTION

Supposons qu'un savant particulièrement créatif découvre une nouvelle source d'énergie non polluante et gratuite. La dissémination totale de cette nouvelle technologie est alors dans l'intérêt collectif. En effet, la concurrence entre les fournisseurs d'énergie égalisera le prix au coût marginal (*i.e.* zéro) et conduira à une allocation optimale des ressources. Toutefois, cette solution n'assure aucun profit à l'inventeur et ne fournit pas l'encouragement nécessaire à l'activité de recherche. Les lois sur les brevets qui, aux USA, garantissent un pouvoir de monopole de dix-sept ans au dépositaire, ont été justifiées sur la base du raisonnement précédent. Pour déterminer la durée optimale du brevet, le législateur doit comparer le coût « statique » des distorsions monopolistiques à l'avantage « dynamique » des incitations à la recherche. Ce point est développé dans la littérature économique sur la recherche et le développement (voir par exemple Arrow (1962)).

Remerciements : Je tiens à remercier A.S. Kyle pour ses nombreux conseils et commentaires. Les remarques de deux arbitres anonymes m'ont été fort utiles. Cependant, je garde l'entière responsabilité en ce qui concerne les opinions exprimées et les erreurs éventuelles.

Dans un article désormais classique, J. Hirshleifer (1971) critique cette vue traditionnelle qui néglige les opportunités spéculatives de l'inventeur. Pour reprendre l'exemple (peu réaliste) cité plus haut, il est clair qu'une telle réduction du coût de l'énergie aura des conséquences importantes sur le marché financier. Toutes choses égales par ailleurs, il est prévisible que la cotation boursière des compagnies pétrolières va s'effondrer. Cette conséquence indirecte de l'innovation technologique n'est connue que de l'inventeur et peut être à l'origine de profits importants. En vendant des actions Exxon à découvert, ou plus simplement en achetant des options de vente sur l'action Exxon, l'inventeur peut compenser une partie ou la totalité de ses coûts (y compris son coût d'opportunité). Si, en outre, un système de « patente optimale » lui permet déjà d'extraire le surplus social de sa contribution, l'inventeur sera surcompensé.

L'analyse d'Hirshleifer met remarquablement en évidence l'impact des possibilités spéculatives sur les choix des agents économiques et les distorsions qui en résultent. Néanmoins, deux critiques peuvent être formulées.

Tout d'abord, la possibilité de spéculer dépend non seulement de l'impact de l'innovation sur la valeur des avoirs financiers, mais aussi de la liquidité des marchés financiers, c'est-à-dire de la réaction des prix au volume. Une demande anormale sur le marché de l'option de vente Exxon sera interprétée par les autres agents économiques comme un signal indiquant qu'un agent particulier pense que le prix de l'action Exxon va baisser. Dans un marché rationnel, cela tend à apprécier l'option de vente. Donc, lorsque ce spéculateur spécule à la baisse, il tient compte de l'effet de sa transaction sur les prix, *i.e.* de la liquidité du marché. La liquidité du marché s'ajuste pour que l'information contenue dans le volume soit incorporée de façon efficiente dans le prix : le prix est l'espérance mathématique de la valeur future de l'avoir conditionnellement à la connaissance du volume.

De plus, l'analyse d'Hirshleifer s'applique aussi bien aux externalités positives qu'aux externalités négatives. En mars 1985, M. X, a fait l'objet de poursuites judiciaires pour avoir versé un produit toxique dans des capsules de Contac, un produit pharmaceutique distribué par la compagnie SmithKline (voir *New York Times* du 31 mai 1986, p. 1). Durant la période en question, M. X a acheté 350 options de ventes (chaque option représente 100 actions) en espérant réaliser un gain important. Ce fait divers illustre, si besoin est, les conséquences ambiguës des opportunités spéculatives sur l'intérêt collectif.

L'objet du présent article est de formaliser les deux remarques précédentes. Pour cela, nous utiliserons un modèle microstructurel de formation des prix sur un marché financier. Le modèle est fondé sur l'idée que les chocs exogènes sur le volume des transactions et l'anonymat caractérisant les marchés financiers rendent difficile l'observation de la transaction d'un agent particulier. Pour cela, nous reprendrons la formalisation de Kyle (1984), Kyle et Vila (1986) et Vila (1986) en adoptant au problème étudié les hypothèses quant à la structure informationnelle. Le cas considéré ici est celui d'un agent ne disposant a priori d'aucune information privée sur la valeur de l'avoir ou le niveau de la demande exogène. Ce modèle met en évidence des conditions minimales suffisantes à l'exploitation d'opportunités spéculatives : *existence d'un niveau minimal de « bruit » dans le volume et possibilité d'influencer la valeur d'un avoir.*

L'exposé est développé comme suit : La partie 2 présente le modèle et définit le concept d'équilibre ; l'équilibre est caractérisé dans la partie 3 et des extensions sont considérées dans la partie 4.

2 — LE MODÈLE

2-1) *Le marché*

Le modèle considéré représente de façon schématique le fonctionnement d'un marché financier où interagissent différents agents économiques.

Un avoir financier (par exemple une action) s'échange sur un marché à la période 0. Sans intervention extérieure, la valeur de liquidation de cet avoir en période 2 est représentée par une variable aléatoire v. La valeur de v reste inconnue jusqu'en période 2. Un agent particulier, que nous appellerons par la suite le manipulateur, peut à la période 1, infliger un dommage d à la compagnie qui a émis l'action, par exemple en commettant un acte criminel à l'égard du produit vendu par la compagnie (par la suite, nous ferons référence à cet acte en parlant de détérioration de produit). Cette détérioration du produit inflige un coût c au manipulateur : c dépend du risque encouru (peine de prison, amende). Le coût social b de la détérioration de produit est difficile à évaluer mais il excède les deux nombres c et d[1]. En période 2, la détérioration de produit est observée si elle a eu lieu ; dans ce cas la valeur de l'action est (v-d).

Il y a trois catégories d'agents sur le marché :

— Les « non-initiés » qui achètent une quantité aléatoire H (la valeur h de H peut être négative). La quantité h est exogène[2] et est déterminée par les besoins de liquidité des non-initiés. h représente la partie inélastique de la demande sur le marché en question. Une forte demande peut être due à un afflux de dollars à investir dans les caisses des fonds communs de placement. Une faible demande (ou une offre élevée) peut être due à un besoin de liquidité de la part des détenteurs de l'action. En résumé, le motif du comportement des non-initiés est supposé exogène aux conditions du marché : besoin de liquidité, raisons fiscales...

— Le manipulateur ne possède au départ aucune action. Il achète x actions[3]. Il est supposé neutre vis à vis du risque

— Les spéculateurs fixent les prix. Les spéculateurs sont les agents demeurant de façon permanente sur la place boursière. Ils sont supposés neutres vis-à-vis du risque[4].

1. Cette affirmation subjective n'est nullement essentielle au fonctionnement du modèle.

2. Cette hypothèse sera discutée en (4-3).

3. x peut être négatif, ce qui permet au manipulateur de spéculer à la baisse. En pratique, le manipulateur spécule à la baisse en achetant des options de vente (voir note (9)).

4. Cette hypothèse sera discutée en (4-2).

La structure de l'information et le fonctionnement du marché sont les suivants :

— Le manipulateur n'observe pas H et ne peut préconditionner son achat au prix[5]. Sa stratégie est le choix d'une quantité (ordre d'achat ou de vente au prix du marché). Cette hypothèse est celle utilisée par Kyle [1985a], Kyle [1985b]. L'étude de stratégies plus complexes autorisant le manipulateur à soumettre une fonction de demande $x(p)$ est développée dans Kyle [1985b], Vila [1986].

— Les spéculateurs observent la demande agrégée $x+h=y$ mais étant donné l'anonymat du marché, ne peuvent en déterminer l'origine. Ils sont supposés neutres vis-à-vis du risque. Si le manipulateur était absent, la compétition entre les spéculateurs imposerait un prix $p^0=Ev$[6, 7]. Le prix serait alors indépendant de la demande extérieure. La liquidité du marché serait totale ; il serait en effet possible à tout agent d'acheter ou de vendre un nombre arbitrairement grand d'actions sans en influencer le prix. Nous allons voir que la présence du manipulateur diminue la liquidité du marché.

— Il n'y a aucune restriction sur les ventes à découvert[8].

— Le manipulateur n'intervient pas sur le marché de l'option de vente[9].

2-2) *Définition du concept d'équilibre*

Le fonctionnement du modèle est résumé par la figure 1. Supposons que, à la fin de la période 0, le manipulateur ait une position x. Le manipulateur doit

5. Vila (1986) montre l'équivalence entre l'observation de h et la possibilité de soumettre des ordres d'achat ou de vente contingents au prix.

6. Nous supposerons pour simplifier la notation que le taux d'intérêt est nul et que la compagnie émettrice ne paie pas de dividende au cours de la manipulation.

7. Dans ce modèle, en équilibre, les spéculateurs ne réalisent aucun profit. En fait les spéculateurs doivent réaliser un gain compensant le coût d'opportunité de leur présence sur la place boursière et rémunérant la liquidité qu'ils assurent. Modéliser cela nous éloignerait du problème étudié. Ces profits « frictionnels » sont, en première approximation, négligeables par rapport à b, c et au profit du manipulateur.

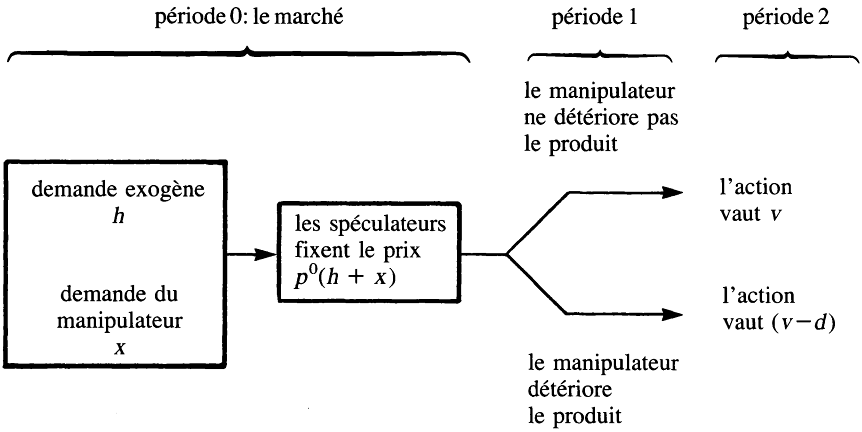
8. Voir note 3.

9. Une option de vente donne à son propriétaire le droit de vendre une action à un prix Ev (par exemple) en période 2. Cette option n'aura aucune valeur si $p^2 \geq Ev$. Par contre, si $p^2 < Ev$, elle vaudra $(Ev - p^2)$. En résumé, la valeur de l'option en période 2 est $\max[Ev - p^2, 0]$. Pour simplifier la présentation, nous avons considéré que le manipulateur spécule directement sur l'action. En pratique, il est plus facile de spéculer sur le marché des options de vente. Par exemple, supposons que le marché de l'action soit très peu liquide et qu'il existe un marché pour une option de vente à un prix d'exercice v et arrivant à échéance en période 2. En période 1, l'option a une valeur espérée de:

$Op^1 = E[\max(Ev - v, 0)]$ si la détérioration de produit n'a pas lieu $Op^2 = E[\max(Ev - v + d, 0)]$ si la détérioration de produit a lieu $Op^2 > Op^1$; soit $Op^2 - Op^1 = d'$. Le manipulateur a la possibilité *d'augmenter* la valeur de l'option de d'. À partir de ce point, le traitement du modèle se ramène au cas précédent. Comme $Op^2 << Ev$, il est plus facile de trouver les fonds nécessaires à l'achat de 100 000 options que de vendre 100 000 actions à découvert. L'option de vente étant l'instrument financier privilégié pour spéculer à la baisse, cela explique l'utilisation d'options de vente dans les affaires de détérioration de produit.

décider de détériorer le produit ou de ne pas le détériorer. Pour cela, il compare le gain en capital $-x.d$ au coût c.

FIGURE 1



Proposition 1 :

— si $x>(-c/d)$ alors le manipulateur ne va pas détériorer le produit et $p^2=v$

— si $x<(-c/d)$ alors le manipulateur va détériorer le produit et $p^2=v-d$

Si la position du manipulateur est suffisamment courte alors il a intérêt à payer le coût c et à faire baisser le prix de l'action de d. Le profit espéré du manipulateur est :

$$\pi = E\{x.(v-p^0)\} = x.\{Ev-Ep^0\} \qquad \text{si } x>(-c/d)$$

$$\pi = (-x).\{Ep^0-(Ev-d)\} - c \qquad \text{si } x\leq(-c/d)$$

Si $x=(-c/d)$, nous supposerons que la détérioration de produit a lieu. En, résumé :

$$\pi = x.\ [Ev-Ep^0]+[c+dx]\ 1_{c+dx\leq 0} \tag{1}$$

où $1_{c+dx\leq 0}$ est la fonction indicatrice de l'ensemble $\{x/c+dx\leq 0\}$ *i.e.* $1_{c+dx\leq 0}(x)=1$ si $c+dx\leq 0$ et $1_{c+dx\leq 0}=0$ si $c+dx>0$.

En observant $y=x+h$, les spéculateurs vont essayer de savoir si x est plus grand ou plus petit que $(-c/d)$. La concurrence entre des spéculateurs neutres vis-à-vis du risque impose :

$$p^0 = Ev-d.\text{prob}[x\leq(-c/d)|y=x+h] \tag{2}$$

Le prix est déprimé par la possibilité d'une détérioration de produit. La présence du manipulateur diminue la liquidité du marché ou en d'autres termes crée une sensibilité des prix à la demande extérieure. Quand y diminue, la probabilité que x soit plus petit que $(-c/d)$ tend à augmenter ce qui diminue le prix. Formellement, un équilibre est défini de la façon suivante :

définition : un équilibre est un couple de fonctions x, $p^0(y)$ où :

i) x est une variable aléatoire, à support réel, indépendante de h et de v.
ii) $p^0(y)$ est une fonction de R dans $[Ev-d,\ Ev]$
$p^0(y)=Ev$ si $y-h>(-c/d)$ pour tout h dans le support H
$p^0(y)=Ev-d$ si $y-h\leq(-c/d)$ pour tout h dans le support de H
iii) $p^0(y)=Ev-d.\text{prob}[x\leq(-c/d)\mid y=x+h]$
iv) le support de x est inclus dans : $\text{argmax}\{x.[Ev-Ep^0(x+h)]-[c+dx].\mathbf{1}_{c+dx\leq 0}\}$

i) : La stratégie du manipulateur est le choix d'une quantité. Ce choix peut être aléatoire (stratégie mixte). x est indépendant de H et de v car le manipulateur ne dispose d'aucune information privée sur la valeur de l'action ou sur la demande exogène.

ii) iii) : La fonction $p^0(.)$ représente la réaction du marché à la demande agrégée $x+h$. Étant donnée $x(.)$ la stratégie du manipulateur, le marché est efficient au sens où toute l'information publique y est incorporée dans le prix : le prix est l'espérance mathématique de la valeur de liquidation de l'avoir conditionnellement à l'information publique. La condition (iii) implique que, étant donné la connaissance de $x(.)$, la valeur de p^0 est déterminée sur le support de $x(.)+h$. En ce qui concerne les points en dehors du support de y (ou pour utiliser la terminologie de la théorie des jeux, « hors du chemin d'équilibre »), les seules contraintes sont données par la condition ii)[10].

iv) : La liquidité du marché étant donnée par la fonction $p^0(.)$, le choix x du manipulateur est optimal. Ceci implique que si le manipulateur utilise une stratégie mixte, son profit doit être le même pour toutes les stratégies pures utilisées dans la stratégie mixte.

En résumé, un équilibre est donné par une stratégie du manipulateur, x, et par une fonction de réaction du marché au volume (ou fonction de liquidité) telles que :

— Étant donné la liquidité du marché, le manipulateur choisit une quantité x optimale.

10. Cette condition est inspirée directement du concept d'équilibre séquentiel (Kreps et Wilson [1982]). Pour toute observation de y ne pouvant être expliquée que par une déviation du manipulateur (*i.e.* un choix de x hors du support de $x(.)$, les spéculateurs forment des conjectures sur la nature de la déviation. Le support de ces conjectures est : $\text{conj}(y)=\{x \mid y=x+h$ et h appartient au support de $H\}$. Si toutes les conjectures possibles (*i.e.* appartenant à $\text{conj}(y)$) sont telles que $x>(-c/d)$ alors tous les spéculateurs en déduisent que la détérioration de produit n'aura pas lieu car elle n'est pas dans l'intérêt du manipulateur ; donc $p^0=Ev$. Si toutes les conjectures sont telles que $x\leq(-c/d)$ alors $p^0=Ev-d$. Si certaines conjectures sont telles que $x>(-c/d)$ et d'autres telles que $x\leq(-c/d)$ alors chaque spéculateur va assigner une probabilité à l'événement $x\leq(-c/d)$. Cette probabilité est arbitraire puisque, y étant hors du chemin d'équilibre, aucune méthode de déduction bayesienne ne peut être utilisée. De plus, des spéculateurs différents peuvent éventuellement assigner des probabilités différentes. Toutefois, le prix d'équilibre doit être entre les valeurs extrêmes Ev et Ev-d.

— Étant donné la stratégie du manipulateur, le marché est efficient au sens où toute l'information publique est incorporée dans les prix[11].

2-3) *La structure de l'information*

Dans ce modèle, la valeur de l'avoir est endogène et dépend explicitement de l'action de l'un des agents. En cela, la situation diffère de la modélisation du comportement des initiés (Grossman et Stiglitz (1981), et Kyle (1985a et b). Dans ces modèles, un ou plusieurs agents disposent d'information privée sur la valeur de cet avoir et exploitent cette information pour réaliser des profits en camouflant leur transaction dans le flot des transactions exogènes. Le problème considéré ici est différent puisque l'on se propose d'endogénéiser la valeur de l'avoir. Le caractère discontinu du prix (v ou $v-d$) est une différence technique importante qui augmente la complexité du problème mais est néanmoins indispensable afin de capturer la « catastrophe » résultant de la détérioration de produit (chute importante des prix).

La particularité du présent modèle réside dans la structure de l'information. En effet, le manipulateur ne dispose au départ d'aucun avantage informationnel sur les autres agents : il n'a aucune information sur v (comme dans Grossman et Stiglitz(1981), Kyle(1985)) ni sur h (comme dans Kyle(1984), Kyle et Vila(1986) et Vila(1986)). Sa décision de détériorer le produit ou de ne pas détériorer le produit, constitue son information privée. Elle n'est connue que *ex post*, mais lors de sa décision d'acheter ou de vendre, le manipulateur sait quelle sera cette décision future. *On peut donc dire que le manipulateur « crée » son information privée en choisissant x*. L'intérêt de cette formulation est qu'elle

11. Le concept d'équilibre utilisé dans cet article reflète l'asymétrie de la situation considérée : d'un côté, un agent disposant d'un pouvoir de monopole, de l'autre, un marché concurrentiel où les agents (les spéculateurs) considèrent les prix comme des paramètres. Il est possible de considérer explicitement le marché comme un jeu entre deux concurrents (au minimum) « à la Bertrand ». Après l'observation de la demande agrégée, une enchère commence, chaque spéculateur choisissant un prix auquel il est prêt à absorber la quantité y (*i.e.* à acheter $|y|$ si $y<0$ où à vendre y si $y>0$). Les conditions ii) et iii) sont alors endogènes dans tout équilibre séquentiel. Le modèle tel qu'il a été présenté précédemment peut alors s'interpréter comme la forme réduite d'un jeu entre les spéculateurs et le manipulateur. La quantité h s'interprète alors comme le choix de la « nature », inobservable directement. Le jeu peu être décrit comme suit :

* la nature choisit h et v.
* le manipulateur choisit x sans connaître h ni v.
* les spéculateurs observent $x+h$.
* chaque spéculateur choisit un prix p^0.
* si $y>0$, le spéculateur qui a choisi le prix le plus bas fournit y actions et reçoit $p^0.y$. S'il y a égalité entre plusieurs spéculateurs, y est partagé équitablement entre eux.
* si $y<0$, le spéculateur qui a choisi le prix le plus élevé reçoit $|y|$ actions et paye $p^0.|y|$ S'il y a égalité entre plusieurs spéculateurs, $|y|$ est partagé équitablement entre eux.
* le manipulateur décide si la détérioration de produit aura lieu.
* si elle a lieu, les profits du manipulateur et des n spéculateurs qui ont remporté l'enchère sont respectivement :

$$\pi_m = x.(v-p^0)-x.d-c$$
$$\pi_s = (-y/n).(v-d-p^0).$$

* si elle n'a pas lieu, les profits sont :

$$\pi_m = x.(v-p^0)$$
$$\pi_s = (-y/n).(v-p^0).$$

met en relief le véritable avantage informationnel du manipulateur nécessaire à la réalisation de profits.

Le présent modèle s'applique plus particulièrement aux situations où le manipulateur n'a pas de position privilégiée d'observateur du marché. Cela est le cas dans les affaires de détérioration de produit. En revanche, en ce qui concerne les manipulations des marchés à terme (Kyle(1984), Vila(1986)) ou les prises de contrôle (Kyle et Vila (1986)), il est plus plausible de supposer que le manipulateur dispose d'information privée quant à l'offre exogène. Cette information privée initiale, s'ajoutant à celle « créée » par sa décision d'achat ou de vente, lui permet de réaliser des profits plus importants (voir Vila(1986)).

3— CARACTÉRISATION DE L'ÉQUILIBRE

Pour simplifier l'analyse, nous supposerons que la distribution de H est binomiale :

$H = h^1$ avec probabilité s $\quad (0<s<1)$
$H = h^2$ avec probabilité $1-s$

où h^1 et h^2 sont des constantes exogènes $h^1 > h^2$. L'étude des cas où la distribution de H est plus complexe dépasse la portée du présent exposé.

Dans la discussion qui va suivre, il est commode d'utiliser la notation :

$$q(y) = \{Ev - p^0(y)\}/d$$

$q(y)$ représente la probabilité d'une détérioration de produit (conditionnellement à l'observation de y). Le manipulateur maximise son profit espéré $\pi = u_q(x).d$ avec :

$$u_q(x) = x.E_h(q(x+h)) \qquad \text{si } x>(-c/d)$$
$$u_q(x) = (-x).E_h(1-q(x+h)) - c/d \qquad \text{si } x\leq(-c/d)$$

3-1) *Condition nécessaire à l'existence d'un équilibre avec détérioration de produit*

Soit $q(.)$, $x(.)$ un équilibre et u^0 le niveau de profit réalisé par le manipulateur. u^0 est indépendant de la quantité x choisie dans le support de $x(.)$.

Quelques remarques :

i) $u^0 \geq 0$: en effet le manipulateur peut toujours choisir $x=0$.

ii) $q(y) = 0$ si $y > h^1 - (c/d)$, $\quad q(y) = 1$ si $y \leq h^2 - (c/d)$: cela résulte de la condition ii) dans la définition d'un équilibre.

iii) Si $u^0 > 0$ alors le manipulateur utilise une stratégie strictement mixte : si le manipulateur utilise une stratégie pure x, $q(x+h^1) = q(x+h^2) = 1_{c+dx\leq 0}$ et $u^0 \leq 0$; si le manipulateur utilise une stratégie pure, le marché anticipe la détérioration de produit parfaitement et le manipulateur ne peut réaliser de profit[12].

12. L'impossibilité d'un équilibre en stratégie pure tient à l'aspect « action cachée » (aléa de moralité) de la situation étudiée. Ceci contraste avec Kyle [1985 a et b] qui se consacre à un problème d'« information cachée » (sélection adverse) et qui démontre l'existence d'un équilibre en stratégie pure.

Lemme 3-1 : si $u^0>0$, le support de $x(.)$ est inclus dans $]-\infty, (-c/d)[\cup]0,+\infty[$. A toute stratégie $x^1<(-c/d)$ du support de $x(.)$ correspond une stratégie $x^2>0$ du support de $x(.)$ telle que $x^1+h^1=x^2+h^2$ (et vice versa).

Démonstration :

— si $(-c/d)\leq x\leq 0$ alors $u_q(x)\leq 0$.

— si $x<(-c/d)$ alors $q(x+h^2)=1$ (remarque ii) ; donc :

$$u_q(x) = s.(-x).[1-q(x+h^1)] > 0$$

$q(x+h^1)<1$ ce qui signifie que $x'=x+h^1-h^2$ appartient au support de $x(.)$ et $x'>(-c/d)$.

— la réciproque se démontre de même. C.Q.F.D.

Lemme 3-2 : $u^0>0$ si et seulement si $(h^1-h^2)>(c/ds)$

Démonstration :

1) Supposons que $u^0=0$:

— s'il existe $y>h^2$ tel que $q(y)>0$ alors en choisissant $x=y-h^2$ le manipulateur réalise :

$$u = x.[q(y).(1-s)+q(y+h^1-h^2).s] > 0$$

Donc $q(y)=0$ pour $y>h^2$;

— en choisissant $x = h^2-h^1+\varepsilon$ le manipulateur réalise :

$$u = (h^1-h^2-\varepsilon).[s+(1-s)q(2h^2-h^1+\varepsilon)]-(c/d)$$
$$u \geq (h^1-h^2-\varepsilon).s-(c/d)$$

Donc, en choisissant ε assez petit, on voit que $u^0>0$ si $(h^1-h^2) > (c/ds)$. Donc si $u^0=0$ alors $(h^1-h^2) \leq (c/ds)$.

2) Réciproque : supposons que $u^0>0$; soit $x\leq(-c/d)$ dans le support de $x(.)$.

$$u^0 = (-x)\ s\ [1-q(x+h^1)] - (c/d)$$

D'après le lemme 3-1), $(-x)\leq(h^1-h^2)$ ou $q(x+h^1)=1$. De plus $q(x+h^1)>0$ d'après la condition d'efficience du marché. Donc $(h^1-h^2)>(c/ds)$. C.Q.F.D.

Si $h^1-h^2\leq(c/ds)$, tous les équilibres assurent un profit nul au manipulateur. De plus le manipulateur ne va jamais détériorer le produit. Par exemple, un équilibre est:

i] $x = 0$		avec probabilité 1.	
ii] $q(y) = 0$		si	$y\geq h^2$
	1	si	$y<h^2$.

3-2) *Équilibre avec détérioration de produit*

Si $h^1-h^2>(c/ds)$ alors $u^0>0$. Donc, dans tout équilibre le support de $x(.)$ a une intersection non vide avec $]-\infty,-c/d[$, ce qui signifie que le manipulateur va choisir de détériorer le produit avec une probabilité non nulle.

Si $x < -(c/d)$ alors $u(x) = s.(-x).[1-q(x+h^1)]-(c/d)$

Si $x > 0$ alors $u(x) = (1-s).x.q(x+h^2)$

Théorème : Dans tout équilibre le manipulateur choisit $x^1<-(c/d)$ avec probabilité t et $x^2>0$ avec probabilité $(1-t)$

1) $x^1= -(1-q).(h^1-h^2)$; $x^2= q.(h^1-h^2)$

2) q est la solution de $s.(1-q)^2-(1-s).q^2 = [c/d(h^1-h^2)]$ $\quad 0<q<1$

3) $t = (1-s).q/[(1-s).q+s.(1-q)]$

4) $u^0 = (1-s).q^2(h^1-h^2)$

5) l'équilibre peut être soutenu par la fonction :

$$p^0(y) = \begin{cases} Ev-d.\max\{\min[2q-(y-h^2)/(h^1-h^2),0],1\} & \text{si } h^2-c/d<y\leq h^1-c/d \\ Ev & \text{si } y>h^1-c/d \\ Ev-d & \text{si } y\leq h^2-c/d \end{cases}$$

6) les prix observés sur le marché sont Ev [probabilité $s.(1-t)$], $Ev-q.d$ [probabilité $s.t+(1-s).(1-t)$] et $Ev-d$ [probabilité $(1-s).t$].

*Démonstration :

i) Étape 1 : le support de $x(.)$ comporte uniquement deux points x^1 et x^2, $x^1< (-c/d)<0<x^2$ et $x^1+h^1=x^2+h^1$.

Si cela n'était pas le cas, d'après le lemme 3-1, le support de $x(.)$ comporterait au moins quatre points :

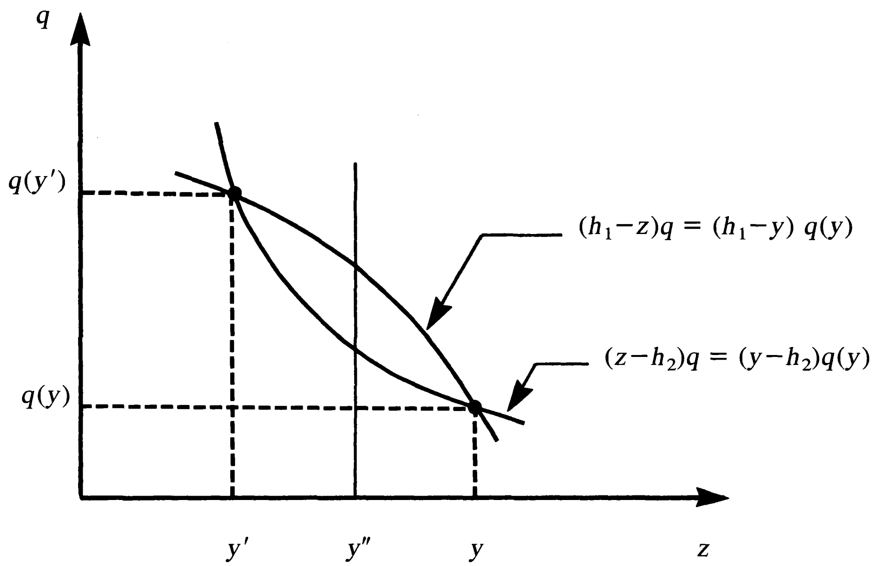
$x'^1<x^1<(-c/d)<0<x'^2<x^2$; $y=x^1+h^1=x^2+h^2 > y'=x'^1+h^1=x'^2+h^2$

$(y-h^2).q(y) = (y'-h^2).q(y')$; $(h^1-y).[1-q(y)] = (h^1-y').[1-q(y')]$

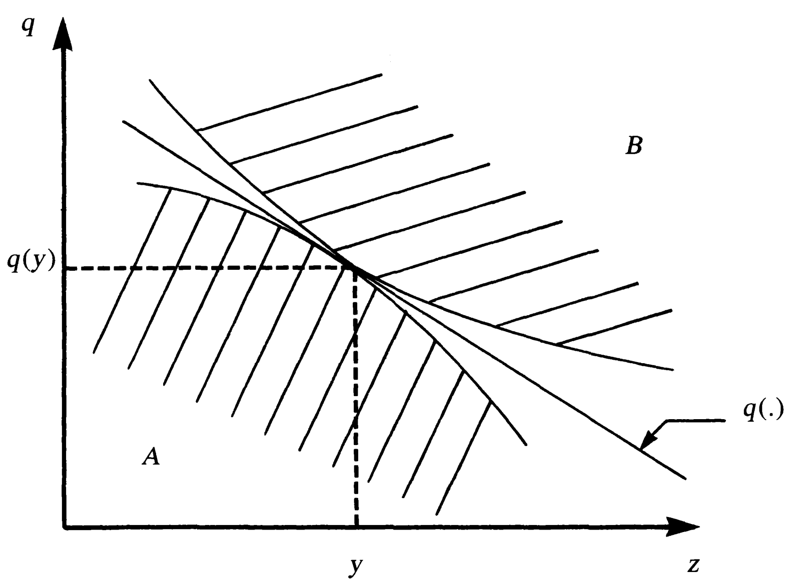
Soit $y'<y''<y$; l'observation de la figure 2 (ou le calcul) montre que, pour toute valeur de $q(y'')$, soit $q(y'').(y''-h^2)>q(y).(y-h^2)$ auquel cas $y''-h^2$ domine x^2 et x'^2, soit $[1-q(y'')].(h^1-y'')>[1-q(y)].(h^1-y)$ auquel cas h^1-y'' domine x^1 et x'^1.

ii) Étape 2 : soit x^1 et x^2 les deux seuls éléments du support de $x(.)$ et $y=x^1+h^1=x^2+h^2$; y est une solution commune de deux programmes d'optimisation (P^1) et (P^2).

— FIGURE 2 —



— FIGURE 3 —



(P^1) max $(1-q(z)).(h^1-z)$ sc $h^2<z<h^1-c/d$

(P^2) max $q(z).(z-h^2)$ sc $h^2<z<h^1-c/d$

Pour que y soit une solution commune de (P^1) et (P^2), il faut que la fonction $q(.)$ sépare les deux ensembles :

$$A=\{(z,q)/\, h^2<z<h^1-c/d, 0<q<1 \text{ et } (1-q).(h^1-z)\geq(1-q(y)).(h^1-y)\}$$

$$B=\{(z,q)/\, h^2<z<h^1-c/d, 0<q<1 \text{ et } q.(z-h^2)\geq q(y).(y-h^2)\}$$

(voir la figure 3)

Les deux ensembles A et B doivent être tangents en $(y,q(y))$, ce qui impose :

$$y = q.h^1+(1-q).h^2$$

$$x^1 = -(1-q).(h^1-h^2)$$

$$x^2 = q.(h^1-h^2)$$

De plus q est dérivable en y et $q'(y)=-1/(h^1-h^2)$. La liquidité du marché $q'(y)$ est fixée au point de « bouchonnement » y.

iii) Étape 3 : à l'équilibre, le manipulateur choisit x^1 avec probabilité t et x^2 avec probabilité $(1-t)$. Les conditions pour que $[(x^1,t), (x^2,1-t)]$ soit un équilibre sont :

• le manipulateur est indifférent entre x^1 et x^2 :

$$s.(-x^1).(1-q)-c/d = (1-s).x^2.q \tag{3}$$

• le marché est efficient : $q = s.t/[s.t+(1-s).(1-t)]$ (4)

(3) s'écrit : $s.(1-q)^2 - (1-s).q^2 = c/d.(h^1-h^2)$ (5)

Cette équation a une solution unique $0<q<1$ (en effet $s<[c/d(h^1-h^2)]$). Il y a une infinité de fonctions $q(.)$ supportant l'équilibre : par exemple la tangente commune à A et B modifiée pour satisfaire les conditions ii) (de la définition d'un équilibre) ; soit explicitement :

$$q(z) = 1 \text{ si } z\leq h^2-c/d$$

$$q(z) = \max\{\min[q-(z-y)/(z-h^2),0],1\} \qquad \text{si } (-c/d)<z\leq h^1-c/d$$

$$q(z) = 0 \text{ si } z>h^1-c/d$$

C.Q.F.D.

COROLLAIRE : (statique comparative) la probabilité t d'une détérioration de produit et le profit espéré du manipulateur sont des fonctions décroissantes de $(c/d(\mathrm{h}^1-\mathrm{h}^2))$.

L'équilibre endogénéise les probabilités (non nulles) des quatre événements suivants :

A) détérioration de produit anticipée par le marché : $x=x^1$ et $h=h^1$; prob$(A)= t.(1-s)$.

B) détérioration de produit partiellement anticipée par le marché : $x=x^1$ et $h=h^2$; prob$(B)=t.s$.

C) la détérioration de produit n'a pas lieu et le marché anticipe cela : $x=x^2$ et $h=h^1$; prob$(C)=(1-t).s$.

D) la détérioration de produit n'a pas lieu et le marché n'anticipe pas cela parfaitement : $x=x^2$ et $h=h^2$; prob$(D)=(1-t).(1-s)$.

Si le manipulateur peut observer h (voir Kyle (1984), Kyle et Vila (1986), Vila (1986)) seuls B et D sont possibles.

Quand $h=h^1$, le prix est biaisé à la hausse : $E(p^0|h=h^1)>E(p^2|h=h^1)$. Quand $h=h^2$, le prix est biaisé à la baisse : $E(p^0|h=h^2)<E(p^2|h=h^2)$. Cela est dû au fait que le marché est incapable de discriminer entre x et h.

4— EXTENSIONS

4-1) *Limites de position*

Pour remédier souvent aux problèmes de manipulation des marchés financiers on propose l'établissement de contrôles sur les quantités achetées ou vendues. Ces contrôles sont en pratique difficiles à appliquer en raison de l'anonymat propre à la plupart des marchés. De plus, il est possible de contourner ces contrôles en formant des coalitions, c'est-à-dire dans le cas présent en partageant le coût c et en coordonnant les décisions d'achat ou de vente. Supposons néanmoins que l'autorité de tutelle ait la possibilité d'imposer un plafond sur les quantités vendues (1_v) et achetées (1_a). En utilisant les notations précédentes, le manipulateur doit choisir x tel que $-1_v \leq x \leq 1_a$. Soit (x^1,x^2) les quantités choisies par le manipulateur sans les contrôles.

Cas 1 : contrôles ineffectifs : $-1_v \leq x^1 < x^2 \leq 1_a$

Cas 2 : contrôles effectifs : $1_a+1_v<h^1-h^2$ ou $1_v \leq (c/sd)$. Dans ce cas on peut voir en utilisant un raisonnement analogue à celui du lemme 3-1, que la détérioration de produit n'aura jamais lieu.

Cas 3 : contrôles partiellement effectifs : $1_a+1_v \geq h^1-h^2$; $1_v>c/sd$

a) $-1_v \leq x^1$; $x^2>1_a$; contrôles effectifs côté long : dans le nouvel équilibre le manipulateur choisit : $x'^1=1_a-(h^1-h^2)$ avec probabilité t' ; $x'^2=1_a$ avec probabilité $1-t'$.

$t'>t$: un tel contrôle augmente la probabilité d'une détérioration de produit[13].

b) $x^1<-1_v$; $x^2 \leq 1_a$; contrôles effectifs côté court : dans le nouvel équilibre le manipulateur choisit : $x'^1=-1_v$ avec probabilité t'' ; $x'^2=-1_v+h^l-h^2$ avec probabilité $1-t''$.

$t''<t$: un tel contrôle diminue la probabilité d'une détérioration de produit.

---

13. Le nouveau couple (y',q') satisfait l'égalité : $s.(1-q').(h^1-y')-(1-s).q'.(y'-h^2)=(c/d)$. Comme $y'<y$, $q'>q$ donc $s'>s$.

En résumé, un contrôle sur les quantités vendues ou achetées diminue le profit espéré d'un manipulateur potentiel (démonstration laissée au lecteur). Par contre, la probabilité d'une détérioration de produit peut augmenter ainsi que le coût social (à moins de faire l'hypothèse peu réaliste que le régulateur connaît les valeurs de h^1 et h^2 quand il décide du contrôle).

4-2) *Aversion pour le risque du marché*

D'après la démonstration du théorème, il est clair que q, y, x^1, x^2 sont indépendants de l'aversion pour le risque des spéculateurs. Par contre si le marché a de l'aversion pour le risque, la nouvelle probabilité de détérioration de produit, t', vérifie :

$$q > s.t'/[s.t'+(1-s).(1-t')] \qquad t'>t$$

(le prix est plus bas pour une même probabilité de détérioration de produit). L'aversion pour le risque de la part du marché n'affecte pas le profit espéré du manipulateur mais diminue la probabilité d'une détérioration de produit.

4-3) *Sur l'offre exogène*

Une des hypothèses essentielles au modèle est l'existence d'agents dont les transactions ne dépendent pas du prix. Il est possible de relâcher cette hypothèse de la façon suivante :

Supposons qu'au lieu d'être fixés, h^1 et h^2 soient deux fonctions croissantes du gain en capital espéré. Avant d'entrer sur le marché les non-initiés anticipent leur gain en capital, étant donnée leur information privée. À l'équilibre :

$$h^1 = h^1\{E[(p^2-p^0)|h^1]\}$$
$$h^2 = h^2\{E[(p^2-p^0)|h^2]\}$$

D'après la caractérisation de l'équilibre, x^1, x^2, q et t ne dépendent que de (h^1-h^2), donc en posant $k=h^1-h^2$, on a :

$$k = h^1[-t(k).q(k).d] - h^2[(1-t(k)).(1-q(k)).d] \tag{6}$$

En effet, quand $h=h^1$ (resp. $h=h^2$) les non-initiés anticipent une perte (resp. un gain) en capital. On voit que si $(h^1(0)-h^2(0))>c/sd$, l'équation (6) a une solution unique $k>c/sd$. En effet, q et t sont des fonctions croissantes de k et $q(c/sd)=t(c/sd)=0$. Il existe donc un équilibre avec détérioration de produit. Néanmoins, l'existence d'un manipulateur diminue la possibilité pour les non-initiés d'arbitrer entre les deux états de la nature (h^1-h^2 diminue). Dans un modèle plus complet incorporant le besoin de liquidité des non-initiés, cette distorsion imposerait probablement un coût à ces derniers.

5 — CONCLUSION

Le modèle présenté formalise une situation où l'activité spéculative va à l'encontre de l'intérêt collectif. Nous nous garderons de conclure que cela est toujours le cas. Dans l'exemple étudié, les coûts de la manipulation sont de quatre ordres :

1 : Coûts en termes de distribution : la manipulation introduit un transfert des non-initiés vers le manipulateur.

2 : Coût social *b*

3 : Distorsions : le manipulateur empêche le fonctionnement du marché en diminuant la liquidité.

4 : Coût privé *c*.

Cette décomposition des coûts associés à la manipulation s'applique à d'autres cas que celui d'une détérioration de produit. Dans les affaires de délit d'initiés, de manipulation de marchés à terme et de détérioration de produit, les législateurs, la presse et le public mettent essentiellement l'accent sur l'aspect distributif et les externalités (1 et 2). Néanmoins, il est possible que l'altération du fonctionnement des marchés financiers soit une conséquence non négligeable de ces manipulations. Une étude empirique, même si elle semble a priori complexe pourrait éclairer ce point important à l'heure où des scandales répétés ébranlent la confiance publique dans les institutions financières.

BIBLIOGRAPHIE

ARROW, K., « Economic Welfare and Allocation of Resources for Invention », édité par R. Nelson ed., *The Rate and Direction of Inventive Activity : Economic and Social Factors*, NBER, Princeton University Press, 1962.

HIRSHLEIFER, J, « The Private and Social Value of Information and The Reward to Inventive Activity », *American Economic Review* 61, 1971, pp. 561-574.

GROSSMAN, S.J. et STIGLITZ J.E., « On the impossibility of informationnaly efficient markets » *American Economic Review*, 70, 1981, pp. 393-408.

KREPS, D., et WILSON, R., « Sequential Equilibria, » *Econometrica*, 50, 1982, pp. 863-894.

KYLE, A.S., « A Theory of Futures Markets Manipulations » dans *The Industrial Organization of Futures Markets*, édité par R. W. Anderson, Lexington, Mass, Lexington Books, 1984, pp. 141-173.

KYLE, A.S., « Continuous Auctions and Insider Trading », *Econometrica*, 53, 1985a, pp. 1335-1355.

KYLE, A.S., « Informated Speculation With Imperfect Competition », manuscript Princeton University, 1985b.

KYLE, A.S., et VILA, J.-L., « Noise Trading and Takeovers » manuscript Princeton University, 1986.

VILA, J.-L., « The Role of Information in Futures Markets Manipulations », manuscript Princeton University, 1986.