L'Actualité économique

Transferts financiers et optimum coopératif international en matière de pollutions-stocks
Sidepayments and Optimal International Cooperation as Regards Stock Pollutant

Marc Germain, Philippe L. Toint and Henry Tulkens

Volume 75, Number 1-2-3, mars–juin–septembre 1999

L'économie publique

URI: https://id.erudit.org/iderudit/602298ar
DOI: https://doi.org/10.7202/602298ar

See table of contents

Publisher(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (print)
1710-3991 (digital)

Explore this journal

Cite this article

Germain, M., Toint, P. L. & Tulkens, H. (1999). Transferts financiers et optimum coopératif international en matière de pollutions-stocks. *L'Actualité économique*, *75*(1-2-3), 427–446. https://doi.org/10.7202/602298ar

Article abstract

It is well known that the transnational character of many environmental problems requires cooperation amongst the countries involved, if a social optimum is at all to be achieved. Most of the numerous contributions which deal with the problems raised by this cooperation only deal with pollutants that do not accumulate. On the other hand, a lot of contributions which deal with the dynamic dimension of the problem when the pollutant accumulates leave aside the issue of the voluntary implementation of the international optimum. The aim of the present contribution is to overtake the two above limitations. Using both cooperative game theory and differential game theory, we define by means of sidepayments a sharing scheme of the abatement costs between countries which makes cooperation both individually rational and coalitionally stable.

L'Actualité économique, Revue d'analyse économique, vol. 75, nos 1-2-3, mars-juin-septembre 1999

TRANSFERTS FINANCIERS ET OPTIMUM COOPÉRATIF INTERNATIONAL EN MATIÈRE DE POLLUTIONS-STOCKS *

Marc GERMAIN
CORE,
Université Catholique de Louvain
Philippe L. TOINT
Département de Mathématique,
Facultés Universitaires Notre-Dame de la Paix
Henry TULKENS
CORE,
IRES,
Université Catholique de Louvain,
Facultés Universitaires St. Louis

RÉSUMÉ – Il est bien connu que le caractère transnational de certains problèmes d'environnement requiert que les pays concernés coopèrent afin d'atteindre l'optimum social. Parmi les nombreuses contributions qui ont traité des difficultés que cette coopération est susceptible de poser, beaucoup ne traitent que de pollutions qui ne s'accumulent pas. En revanche, nombre d'articles qui prennent en compte la dimension dynamique du problème quand il y a accumulation du polluant laissent de côté le problème de la mise en oeuvre volontaire de l'optimum international. La présente contribution vise à dépasser les limites précitées. Recourant à la fois à la théorie des jeux coopératifs et à celle des jeux différentiels, on établit au moyen de transferts financiers une répartition des coûts de dépollution entre pays qui rend la coopération à la fois individuellement rationnelle et rationnelle au sens des coalitions.

ABSTRACT – *Sidepayments and Optimal International Cooperation as Regards Stock Pollutant.* It is well known that the transnational character of many environmental problems requires cooperation amongst the countries involved, if a social optimum is at all to be achieved. Most of the numerous contributions which deal with the problems raised by this cooperation only deal with pollutants that do not accumulate. On the other hand, a lot of contributions which deal with the dynamic dimension of the problem when the pollutant

* Marc Germain remercie le Fonds de Développement Scientifique de l'Université Catholique de Louvain.

accumulates leave aside the issue of the voluntary implementation of the international optimum. The aim of the present contribution is to overtake the two above limitations. Using both cooperative game theory and differential game theory, we define by means of side-payments a sharing scheme of the abatement costs between countries which makes cooperation both individually rational and coalitionally stable.

INTRODUCTION

Il est bien connu que le caractère transnational de certains problèmes d'environnement (tel que l'effet de serre, les pluies acides, la pollution de certains fleuves, ...) requiert que les pays concernés coopèrent s'ils souhaitent atteindre l'optimum social. Les problèmes que cette coopération est susceptible de poser ont fait l'objet de nombreuses contributions dans la littérature économique, au moyen de concepts empruntés à la théorie des jeux coopératifs (*cf.*, par exemple, Mäler, 1989). La démarche, décrite par Chander et Tulkens (1992), consiste à évaluer le gain susceptible d'être engendré par la coopération à l'optimum international, par rapport à des situations non coopératives modélisées sous la forme d'équilibres de Nash.

Cependant, la plupart de ces contributions ne traitent que de situations où les polluants ne s'accumulent pas[1]. Quand les dommages à l'environnement proviennent de la présence d'un stock de polluant qui s'accumule (et éventuellement se déprécie) progressivement, le problème comporte une dimension dynamique et intertemporelle qui ne peut être ignorée. Dans ce contexte, la théorie des jeux différentiels est un outil nécessaire pour l'analyse de la coopération, comme l'illustrent par exemple van der Ploeg et de Zeeuw (1992), Kaitala, Pohjola et Tahvonen (1992), Hoel (1992), Tahvonen (1993), Zaccour (1994).

La plupart de ces contributions laissent toutefois de côté le problème de la mise en oeuvre *volontaire* de l'optimum international[2]. Ceci est particulièrement gênant dans un contexte où aucune autorité supranationale n'est susceptible de l'imposer. Dans l'optique de garantir cette mise en oeuvre, il a été souvent suggéré que des transferts financiers entre pays concernés pourraient constituer un incitant à la coopération. Cette propriété, comprise au sens de la théorie du noyau d'un jeu coopératif, a en effet été démontrée par Chander et Tulkens (1995, 1997). Ceux-ci proposent un schéma de transferts particulier reflétant les intensités relatives des préférences des différents pays en matière d'environnement. Le résultat se limite cependant à des pollutions-flux, autrement dit à un jeu statique.

1. Selon que le polluant s'accumule ou non, on parlera respectivement de pollution-stock ou de pollution-flux.

2. Une exception notable est Zaccour (1994), où est défini au moyen de transferts un partage équitable des gains susceptible d'induire la coopération entre deux régions. Toutefois, en se limitant à deux régions, l'auteur ne peut appréhender la problématique de la formation des coalitions qui constitue le centre d'intérêt de la présente contribution.

La présente contribution établit la même propriété du noyau pour des pollutions-stocks, dans le contexte plus large des jeux différentiels. On montre également que le schéma de transferts se traduit par une clé de répartition bien précise des coûts de dépollution entre les différents pays. Ce faisant, avec cette interprétation en terme de répartition des coûts de dépollution, les transferts apparaissent comme une forme stratégiquement stable d'*application conjointe*[3] (*joint implementation*) de l'optimum international.

Comme dit plus haut, le gain engendré par la coopération est évalué par rapport à une situation non coopérative modélisée comme un équilibre de Nash du jeu différentiel. Dans le présent modèle, il s'agit d'un équilibre de Nash dit en *boucle ouverte* (*open-loop Nash equilibrium*), au sens où les différents pays s'engagent à respecter les niveaux d'émissions optimaux jusqu'à l'horizon temporel pris en considération. L'hypothèse alternative qui veut que les pays puissent renégocier à chaque période l'accord de coopération suppose une situation non coopérative décrite par un équilibre de Nash dit en *boucle fermée* (*feedback Nash equilibrium*). Même si ce dernier paraît plus réaliste, l'équilibre en boucle ouverte peut se justifier pour plusieurs raisons. Fudenberg et Tirole (1993 : ch.4) en avancent trois, parmi lesquelles sa plus grande facilité de calcul. Cette dernière raison est d'application dans le cadre du présent modèle, notamment parce que l'équilibre de Nash en boucle fermée s'avère insuffisant pour décrire l'alternative à la coopération avec transferts financiers quand l'accord est renégociable à chaque période. Si Germain, Tulkens et de Zeeuw (1998) ont pu calculer des tranferts garantissant la coopération internationale dans un contexte où l'accord est renégociable, ils n'ont pu obtenir de solution qu'en supposant que les dommages à l'environnement étaient des fonctions linéaires du stock de polluant. Au contraire, dans le cas où l'accord est signé une fois pour toutes, l'équilibre de Nash en boucle ouverte est une alternative à la coopération avec transferts et une solution est plus aisément calculable dans le cas où les dommages sont non linéaires.

La structure de l'article est la suivante. La première section présente le modèle avec polluant-stock et caractérise les émissions qui correspondent à un optimum international. Dans la deuxième section, on calcule les émissions correspondant à l'équilibre non coopératif de Nash en boucle ouverte et on les compare avec leurs niveaux à l'optimum. Dans la troisième section, on introduit des transferts financiers susceptibles d'induire la coopération volontaire de chaque pays considéré individuellement. Dans la quatrième section, ces transferts sont adaptés de façon à garantir la coopération au sens de la théorie du noyau, c'est-à-dire pour toute coalition de pays. Avant de terminer, alors que les sections précédentes se limitaient à envisager les transferts sous la forme de sommes globales actualisées sur toute la période prise en considération, la cinquième section considère certains aspects de leur structure au cours du temps.

---

3. *Cf.*, par exemple, Jepma (1995) pour une analyse approfondie du concept d'application conjointe.

1. LE MODÈLE

Le modèle est écrit en temps discret. On considère n régions ou pays indicés $i \in \mathcal{N} = \{1, ..., n\}$. L'activité économique de chaque pays s'accompagne d'émissions de polluant : soit $\underset{\sim}{E}_t = (E_{1t}, ..., E_{nt})'$ le vecteur de ces émissions à la date t. Celles-ci se répandent à travers les différents pays et contribuent à la formation d'un stock de polluant S régi par l'équation

$$S_t = [1 - \delta]\, S_{t-1} + E_t \tag{1}$$

où par définition $E_t = \sum_{i=1}^{n} E_{it}$ est la somme des émissions et δ est le taux de dépréciation naturelle du stock ($0 < \delta < 1$)[4]. Ce stock se traduit pour chaque pays i par des dommages à son environnement : à la période t, ceux-ci se montent en termes monétaires à $D_i(S_t)$, où la fonction D_i est supposée croissante et convexe ($D_i' > 0$, $D_i'' \geq 0$). Le seul moyen de contrôle du stock de polluant dont dispose les pays se situe à la source, c'est-à-dire au niveau de leurs émissions. Plus précisément, on associe au pays i une fonction de dépollution $C_i(E_i)$ décroissante et strictement convexe ($C_i' < 0$, $C_i'' > 0$), qui exprime le total des coûts encourus pendant une période par ses industries polluantes du fait que le niveau total des émissions y est limité à E_i. Le caractère décroissant de la fonction reflète le phénomène évident de l'accroissement de ces coûts entraîné par toute réduction des émissions.

L'optimum intertemporel obtenu en cas de coopération internationale correspond à la minimisation de la somme des coûts totaux actualisés de l'ensemble des pays, autrement dit à la résolution du problème

$$\min_{\{\underset{\sim}{E}_t\}_{t\in\mathcal{T}}} \sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{n} \beta^t [C_i(E_{it}) + D_i(S_t)] \tag{2}$$

$$\text{s.c.q.} \begin{cases} S_t = [1 - \delta]\, S_{t-1} + E_t;\ S_0 \text{ donné} \\ E_{it} \geq 0, \forall t \in \mathcal{T}, \forall i \in \mathcal{N} \end{cases}$$

où β est le facteur d'actualisation ($0 < \beta \leq 1$), $\mathcal{T} = \{1, ..., T\}$, T étant l'horizon temporel du problème (T positif, entier et éventuellement infini)[5].

4. Tel le CO_2 atmosphérique, la pollution est supposée globale, au sens où elle se répartit uniformément entre les pays. Certaines pollutions, comme les pluies acides ou la contamination des rivières, ne respectent pas cette propriété. Cependant, les résultats présentés ici pourraient être étendus à des pollutions directionnelles, moyennant l'incorporation d'une fonction de transfert du polluant (à la manière. par exemple, de Germain, Toint et Tulkens, 1996, qui utilisent une telle fonction dans le cadre d'un modèle discret sans accumulation de polluant).

5. Dans le cas où T est infini, certaines conditions plus strictes doivent être satisfaites par les paramètres et par les fonctions C_i et D_i afin que les séries apparaissant au niveau des objectifs et des conditions d'optimalité soient convergentes. En ce qui concerne en particulier (2), il suffit que $\beta < 1$ et que les ensembles $\{E_i : C_i(E_i) = k\}$ et $\{S : D_i(S) = k\}$ ($\forall i \in \mathcal{N}$) soient bornés pour toute constante k.

Les conditions nécessaires pour un minimum intérieur du problème (2) conduisent à des trajectoires optimales des émissions $\{E_t^*\}_{t \in \mathcal{T}}$ et du stock de polluant $\{S_t^*\}_{t \in \mathcal{T}}$ satisfaisant les équations suivantes (le détail des calculs est fourni en annexe 1) :

$$C_i'(E_{it}^*) + \sum_{\tau=t}^{T} \beta^{\tau-t}[1-\delta]^{\tau-t} \sum_{j=1}^{n} D_j'(S_\tau^*) = 0, \forall i \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T}. \tag{3}$$

Cette expression signifie qu'à tout instant, le coût marginal de dépollution du pays i doit être égalisé à la somme des dommages marginaux de l'ensemble des pays sur l'horizon restant. Dans ce contexte, plus les dommages sont élevés (soit intrinsèquement par les D_i' ou par le stock, soit par le poids qu'on leur attribue dans le futur, c'est-à-dire par β), plus l'intérêt de dépolluer est important et donc plus les émissions optimales seront faibles. Il en va de même plus le stock de polluant se déprécie lentement (plus δ est faible).

Dans le cas particulier où les fonctions de dommages sont linéaires, c'est-à-dire quand

$$D_i(S_t) = \pi_i S_t, \; i \in \mathcal{N} \tag{4}$$

alors les émissions optimales obéissent aux équations suivantes

$$C_i'(E_{it}^*) + \pi_{\mathcal{N}} \frac{1-\beta^{T+1-t}[1-\delta]^{T+1-t}}{1-\beta[1-\delta]} = 0, i \in \mathcal{N} \tag{5}$$

où par définition $\pi_{\mathcal{N}} = \sum_{i=1}^{n} \pi_i$. Avec un objectif tel que (2), on ne retrouve le résultat habituel que dans le cas de dommages linéaires, les émissions ne dépendent pas du stock initial (Tahvonen, 1993).

Sous la même hypothèse de linéarité, on peut observer que comme les fonctions $C_i(E_i)$ sont décroissantes et convexes sur leurs domaines de définition, les émissions croissent avec le temps si T est fini. En effet, quand T est fini, (3) suggère que l'incitation à dépolluer (mesurée par la somme actualisée des dommages marginaux) diminue au fur et à mesure que l'on se rapproche de l'horizon.

Ce constat ne se vérifie évidemment pas quand T est infini, ce qui explique que dans ce cas, les émissions sont constantes au cours du temps.

2. L'ÉQUILIBRE NON COOPÉRATIF DE NASH EN BOUCLE OUVERTE

Dans le cadre d'un tel équilibre, chaque pays choisit une fois pour toutes au temps 0 ses émissions pour toutes les périodes futures, compte tenu du stock de polluant de départ S_0 et des émissions des autres pays. L'équilibre non coopératif de Nash en *boucle ouverte* suppose que, une fois sa stratégie choisie, un pays s'y conforme jusqu'au bout et ne la réajuste pas en fonction de l'évolution du stock au cours du temps.

Formellement, le pays $i(i \in \{1, ..., n\})$ résout le problème suivant :

$$\min_{\{E_{it}\}_{t\in \mathcal{T}}} \sum_{t=1}^{T} \beta^t [C_i(E_{it}) + D_i(S_t)] \tag{6}$$

$$\text{s.c.q.} \begin{cases} S_t = [1-\delta]\, S_{t-1} + E_t;\ S_0 \text{ donné} \\ E_{it} \geq 0,\ \forall t \in \mathcal{T};\ E_{jt}(j \neq i) \text{ donnés.} \end{cases}$$

L'équilibre non coopératif de Nash en boucle ouverte est obtenu en résolvant les n problèmes précédents simultanément. Les trajectoires des émissions $\{\underset{\sim}{E}_t^N\}_{t \in \mathcal{T}}$ et du stock $\{S_t^N\}_{t \in \mathcal{T}}$ relatives à cet équilibre sont solution de (*cf.* annexe 2) :

$$C_i'(E_{it}^N) + \sum_{\tau=t}^{T} \beta^{\tau-t}[1-\delta]^{\tau-t} D_j'(S_\tau^N) = 0, \forall i \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T}. \tag{7}$$

Contrairement à l'optimum, le pays i ne tient compte de l'impact de ses émissions que sur son propre environnement (d'où la présence de $D_i'(S_t^N)$ à la place de $\sum_{j=1}^{n} D_j'(S_t^*)$ dans (7)).

Dans le cas particulier où les dommages sont linéaires, les émissions des différents pays obéissent aux équations suivantes :

$$C_i'(E_{it}^N) + \pi_i \frac{1-\beta^{T+1-t}[1-\delta]^{T+1-t}}{1-\beta[1-\delta]} = 0, i \in \mathcal{N}. \tag{8}$$

Comme à l'optimum international et pour des raisons tout-à-fait similaires (*cf.* fin de la section précédente), les émissions sont croissantes si T est fini et constantes si T est infini.

Étant donné que $\forall i, \pi_i < \pi_{\mathcal{N}}$, on constate aussi en comparant (5) et (8), que si les D_i sont linéaires, les émissions du pays i à l'équilibre de Nash sont supérieures à tout instant aux émissions optimales. À l'équilibre de Nash en effet, l'incitation à dépolluer est moindre qu'à l'optimum puisque chaque pays ne tient compte de l'impact de ses émissions que sur son propre environnement.

3. TRANSFERTS RENDANT L'OPTIMUM INTERNATIONAL INDIVIDUELLEMENT RATIONNEL

Rappelons que $\underset{\sim}{E}_1^*, ..., \underset{\sim}{E}_T^*$ et $S_0, S_1^*, ..., S_T^*$ sont les trajectoires des émissions et du stock caractéristiques de l'optimum international. Alors :

$$W(S_0) = \sum_{t=1}^{T} \beta^t \sum_{i=1}^{n} [C_i(E_{it}^*) + D_i(S_t^*)] \tag{9}$$

est le coût total optimal pour l'ensemble des pays et

$$W_i(S_0) = \sum_{t=1}^{T} \beta^t [C_i(E_{it}^*) + D_i(S_t^*)] \tag{10}$$

est la part de $W(S_0)$ subie par le pays $i(i \in \mathcal{N})$. On vérifie bien sûr que $W(S_0)$ $= \sum_{i=1}^{n} W_i(S_0)$.

Rappelons par ailleurs que $\underset{\sim}{E}_1^N, ..., \underset{\sim}{E}_T^N$ et $S_0, S_1^N, ..., S_T^N$ sont les trajectoires des émissions et du stock obtenues à l'équilibre non coopératif de Nash. Alors :

$$V_i(S_0) = \sum_{t=1}^{T} \beta^t [C_i(E_{it}^N) + D_i(S_t^N)] \tag{11}$$

est le coût total actualisé que subit le pays i à l'équilibre de Nash et

$$V(S_0) = \sum_{i=1}^{n} V_i(S_0) \tag{12}$$

est la somme de ces coûts totaux actualisés pour l'ensemble des pays. Il est clair que par définition de l'optimum, $V(S_0) \geq W(S_0)$.

Si on vérifie que $\forall i \in \{1, ..., T\}$: $W_i(S_0) \leq V_i(S_0)$, alors la coopération internationale conduisant à la trajectoire optimale est individuellement rationnelle, dans la mesure où tous les pays ont intérêt à y participer. Par contre, un pays i pour lequel on observerait que $W_i(S_0) > V_i(S_0)$, n'a aucun intérêt à collaborer, même si la coopération internationale est globalement favorable pour l'ensemble des pays. Pour s'assurer la collaboration d'un tel pays, il faut prévoir des compensations, par exemple sous forme de transferts financiers.

S'inspirant de Chander et Tulkens (1995, 1997) dans un cadre statique (par opposition au contexte intertemporel qui nous concerne ici), nous proposons des transferts financiers entre pays de la forme suivante :

$$\tau_i(S_0) = -[W_i(S_0) - V_i(S_0)] + \mu_i[W(S_0) - V(S_0)],\ i \in \mathcal{N} \tag{13}$$

où les paramètres μ_i sont choisis de façon à être compris entre 0 et 1 et à vérifier que

$$\sum_{i=1}^{n} \mu_i = 1. \tag{14}$$

Cette dernière condition garantit que les transferts financiers définis par (13) soient budgétairement équilibrés au sens où

$$\sum_{i=1}^{n} \tau_i(S_0) = 0. \tag{15}$$

Si en cas de coopération internationale, le pays i reçoit un transfert financier égal à $\tau_i(S_0)$, alors son coût total actualisé le long de la trajectoire optimale devient

$$\tilde{W}_i(S_0) = W_i(S_0) + \tau_i(S_0). \tag{16}$$

Il est aisé de vérifier que ce coût optimal *avec transferts* subi par i est inférieur ou égal à celui qu'il subirait à l'équilibre de Nash. En effet, il découle de (13) et (16) que

$$\tilde{W}_i(S_0) = V_i(S_0) + \mu_i\,[W(S_0) - V(S_0)] \leq V_i(S_0),\ \forall i \in \{1, ..., n\}, \tag{17}$$

puisque les μ_i sont positifs et que $W(S_0) - V(S_0) \leq 0$, par définition d'un optimum. Avec les transferts définis par (13), la coopération internationale devient donc individuellement rationnelle.

Il importe de souligner que les transferts financiers (13) sont définis de façon forfaitaire pour l'ensemble de la période $\mathcal{T} = \{1, ..., T\}$ sur laquelle s'étend la coopération. Il ne s'agit pas nécessairement pour autant de transferts réalisés une fois pour toutes en $t = 0$. Ces transferts sont susceptibles d'être distribués tout au long de la période. Nous reviendrons sur cette question à la section 5.

4. TRANSFERTS RENDANT L'OPTIMUM INTERNATIONAL RATIONNEL AU SENS DES COALITIONS

Le fait que les paramètres μ_i doivent être compris entre 0 et 1 et satisfaire (14) ne suffit pas à rendre leur choix univoque. Le but de la présente section est d'utiliser les degrés de liberté ainsi laissés pour obtenir certaines propriétés de « rationalité au sens des coalitions » suggérées par la théorie des jeux coopératifs. Pour ce faire, nous adapterons au contexte intertemporel qui nous concerne ici l'approche en termes de jeux dits « globaux » proposée par Chander et Tulkens (1995, 1997) dans un cadre statique.

Sous la forme d'une fonction caractéristique (et avec utilité transférable), un jeu coopératif peut être défini par la paire $[\mathcal{N}, w(\cdot; S_0)]$, où $\mathcal{N} = \{1, ..., n\}$ est l'ensemble des joueurs (c'est-à-dire les n pays) et w est la fonction caractéristique. L'espace des stratégies des joueurs, sur lequel est définie cette dernière, est spécifié comme suit : pour chaque pays i, cet espace est constitué par l'intervalle de ses niveaux d'émission possibles, à savoir $[0, \infty[$. Pour toute coalition $U \subseteq \mathcal{N}$, il est le produit sur les membres de U de ces intervalles.

La fonction caractéristique du jeu peut alors être définie en utilisant le concept d'*équilibre de Nash partiel par rapport à une coalition* proposé par Chander et Tulkens (1995, 1997) dans un contexte statique, pour autant qu'il soit adapté à notre propos. Dans le cadre du présent modèle, ce concept spécifie comme suit les vecteurs $\underset{\sim}{E}_t$ ($t \in \mathcal{T}$) des stratégies adoptées par tous les joueurs lorsque se forme une coalition $U \subseteq \mathcal{N}$ quelconque :

(i) Pour les membres de la coalition, les trajectoires sont décrites par $\{E_{it}^U : i \in U;\ t \in \mathcal{T}\}$ et sont solution de

$$\min_{\substack{\{E_{it}\}_{i\in U} \\ t\in\mathcal{T}}} \sum_{t=1}^{T} \sum_{i\in U} \beta^t [C_i(E_{it}) + D_i(S_t)] \text{ s.c.q. } (1) \tag{18a}$$

où $\forall j \in \mathcal{N} \setminus U,\ \forall t \in \mathcal{T},\ E_{jt} = E_{jt}^U$ tel que défini par (ii);

(ii) Pour les pays hors-coalition, les trajectoires $\{E^U_{jt} : t \in \mathcal{T}\}, j \in \mathcal{N} \setminus U$, sont solution de la résolution simultanée des problèmes

$$\min_{\{E_{jt}\}_{t\in\mathcal{T}}} \sum_{t=1}^{T} \beta^t [C_j(E_{jt}) + D_j(S_t)] \text{ s.c.q. } (1),\ j \in \mathcal{N} \setminus U \tag{18b}$$

où $\forall i \in U$, $\forall t \in \mathcal{T}$, $E_{it} = E^U_{it}$ tel que défini par (i).

On suppose donc que si la coalition U se forme, ses membres minimisent *ensemble* la somme de leurs coûts totaux actualisés, tandis que chacune des régions hors de la coalition réagit en minimisant de son côté son coût total actualisé individuel. C'est l'hypothèse de ce dernier comportement qui justifie l'expression d'équilibre de Nash partiel qu'on vient d'utiliser.

Sur cette base, la fonction caractéristique[6] s'écrit

$$w(U; S_0) = \sum_{t=1}^{T} \sum_{i\in U} \beta^t [C_i(E^U_{it}) + D_i(S^U_t)] \tag{19}$$

où $S^U_t = [1 - \delta]\, S^U_{t-1} + E^U_t$, $\forall t \in \mathcal{T}$ (avec $S^U_0 \equiv S_0$ donné). En vertu de (18a) et (18b), on remarquera que $w(\mathcal{N}; S_0)$ est égal à $W(S_0)$ défini par (9), autrement dit au coût total optimal pour l'ensemble des pays.

Pour le jeu $[\mathcal{N}, w(\cdot; S_0)]$, on appelle *imputation* tout vecteur de coût par pays dont la somme des composantes est égale à $w(\mathcal{N}; S_0)$. Une imputation peut donc s'interpréter comme un partage du coût total optimal entre les différents joueurs.

Le vecteur $(W_1, (S_0), ..., W_n(S_0))$, où $W_i(S_0)$ est défini par (10) constitue un exemple d'une telle imputation, dans laquelle chaque pays supporte lui-même ses coûts de dépollution et de dommages induits par la stratégie optimale $\{\underset{\sim}{E}^*_t : t = 1, ..., T\}$. Mais la possibilité de transferts financiers entre pays implique qu'il existe (une infinité) d'autres imputations associées à la même stratégie. En effet, tout vecteur $(\tilde{W}_1(S_0), ..., \tilde{W}_n(S_0))$ défini par (16) tel que (15) soit vérifié est une imputation.

On appelle *solution* du jeu toute imputation qui vérifie certaines propriétés. Parmi les imputations que l'on vient de définir au moyen des transferts $\tau_i(S_0)$, celles qui vérifient la condition

$$\sum_{i\in U} \tilde{W}_i(S_0) \le w(U; S_0),\ \forall U \subseteq \mathcal{N},\ \forall S_0 > 0 \tag{20}$$

sont dites appartenir au *noyau* du jeu. Le noyau est donc l'ensemble des imputations ayant la propriété de faire supporter à toute coalition une partie du coût agrégé $W(S_0)$ inférieure ou égale au coût le plus faible, $w(U; S_0)$, que cette coalition pourrait atteindre par elle-même.

6. Qualifiée sous cette forme de « fonction caractéristique γ » par Chander et Tulkens (1995, 1997). D'autres spécifications sont concevables et discutées par ces auteurs.

Nous appellerons « rationnelle au sens des coalitions » toute imputation qui appartient au noyau du jeu décrit ci-dessus : avec un tel partage en effet, aucune coalition n'a jamais intérêt à se former puisque l'ensemble de ses membres subirait un coût total plus élevé que celui qui lui est proposé. Nous montrons maintenant que *dans le cas où les fonctions de dommages sont linéaires* (*cf.* (4)), une telle imputation existe pour des valeurs choisies des paramètres μ_i apparaissant dans (13).

Théorème : Soit $\{\underset{\sim}{E}_t^* : t = 1, ..., T\}$ la trajectoire des émissions optimales solution du problème (2), et $\{\underset{\sim}{E}_t^N : t = 1, ..., T\}$ la trajectoire des émissions correspondant à l'équilibre de Nash solution des problèmes (6). Soit $(W_1(S_0), ..., W_n(S_0))$ et $(V_1(S_0), ..., V_n(S_0))$ les vecteurs de coûts totaux actualisés par pays relatifs à ces deux trajectoires (définis par (10) et (11)). Alors, sous les hypothèses de convexité des fonctions C_i et de linéarité des fonctions D_i ($i \in \mathcal{N}$), l'imputation $(\tilde{W}_1(S_0), ..., \tilde{W}_n(S_0))$ définie par

$$\tilde{W}_i(S_0) = W_i(S_0) + \tilde{\tau}_i(S_0) \tag{21}$$

tel que

$$\tilde{\tau}_i(S_0) = -[W_i(S_0) - V_i(S_0)] + \frac{\pi_i}{\pi_{\mathcal{N}}}[W(S_0) - V(S_0)], \tag{22}$$

où $W(S_0)$ et $V(S_0)$ sont définis respectivement par (9) et (12), appartient au noyau du jeu coopératif $[\mathcal{N}, w(\cdot; S_0)]$.

Démonstration : *cf.* annexe 3.

Il est aisé de vérifier que les coefficients $\delta_i = \pi_i / \pi_{\mathcal{N}}$ définis en (22) sont compris entre 0 et 1 et vérifient (14), et que les transferts financiers $\tau_i(S_0)$ ($i \in \mathcal{N}$) sont budgétairement équilibrés au sens de (15). Par analogie avec la rationalité individuelle établie à la section précédente, nous qualifierons la trajectoire optimale mettant en oeuvre les transferts (22) de stratégiquement stable ou de rationnelle au sens des coalitions. On notera également que cette propriété est satisfaite quel que soient le stock initial S_0 et l'horizon temporel T (qui peut être infini).

5. DIMENSION TEMPORELLE DES TRANSFERTS FINANCIERS

Les transferts introduits dans les sections 3 et 4 ont été définis sur une base globale : il s'agit de sommes forfaitaires relatives à l'ensemble de la période $\mathcal{T} = \{1, ..., T\}$ sur laquelle s'étend la coopération. En conséquence, la question de leur allocation effective durant cette période demeure ouverte, en particulier dans le cas où l'horizon est infini[7]. Et quand bien même ce dernier serait fini, les pays

7. Cette question est également abordée par Zaccour (1994). L'auteur distingue trois modes de décomposition possibles du transfert global, dont l'un présente l'intérêt d'assurer un gain à chaque période à chacune des parties concernées, à condition que ces dernières ne soient pas myopes.

peuvent désirer bénéficier d'une partie des dividendes de la coopération avant que l'horizon ne soit atteint. Le but de la présente section est d'analyser brièvement une série de situations simples susceptibles de se présenter aux agents en présence.

Le constat de départ est que si l'optimum international domine globalement l'équilibre de Nash (autrement dit, $W(S_0) < V(S_0)$, où W et V sont définis par (9) et (12)), cette domination n'est pas *monotone*, au sens où elle n'implique pas que pour toute période élémentaire (par exemple, une année) $t \in \mathcal{T}$, le coût global relatif à cette période soit inférieur à l'optimum international par rapport à son niveau à l'équilibre de Nash. Posons que

$$J_t^* \triangleq \sum_{i=1}^{n} J_{it}^* \triangleq \sum_{i=1}^{n} [C_i(E_{it}^*) + D_i(S_t^*)]\, \beta^t, \forall t \in \mathcal{T}$$

$$J_t^N \triangleq \sum_{i=1}^{n} J_{it}^N \triangleq \sum_{i=1}^{n} [C_i(E_{it}^N) + D_i(S_t^N)]\, \beta^t, \forall t \in \mathcal{T}.$$

Afin de limiter la discussion à l'essentiel, on n'envisagera que les trois cas suivants :

cas 1 : $J_t^* \leq J_t^N, \forall t \in \mathcal{T}$.

L'optimum international domine de façon monotone l'équilibre de Nash. Dans ce cas, le surplus global engendré par la coopération s'accroît d'une année à l'autre et les transferts globaux définis par (13) peuvent être décomposés en transferts annuels sous la forme suivante :

$$\Theta_{it} = -[J_{it}^* - J_{it}^N] + \mu_i\, [J_t^* - J_t^N],\ i \in \mathcal{N},\ t \in \mathcal{T}. \tag{23}$$

On vérifie aisément à partir de (9) à (13) et de l'hypothèse 1 que $\tau_i(S_0) = \sum_{t=1}^{T} \Theta_{it}$.

cas 2 : $\exists\, M : 1 \leq M < T$: $\begin{cases} J_t^* < J_t^N \text{ si } 1 \leq t \leq M, \\ J_t^* > J_t^N \text{ si } M < t \leq T. \end{cases}$

L'optimum international domine l'équilibre de Nash jusqu'à une certaine date M, à partir de laquelle l'ordre de domination est renversé. Dans ce cas, on vérifie que

$$W(S_0) - V(S_0) = \sum_{t=1}^{M} [J_t^* - J_t^N] + \sum_{t=M+1}^{T} [J_t^* - J_t^N] > \sum_{t=1}^{M} [J_t^* - J_t^N]. \tag{24}$$

Le surplus global est inférieur *en valeur absolue* au surplus dégagé sur la période $\{1, ..., M\}$ (les deux membres de (24) sont en effet des différences de coûts négatives). Si on applique la formule des transferts annuels (23), le pays i ($i \in \mathcal{N}$) va, à l'optimum avec transferts par rapport à l'équilibre de Nash, économiser $\mu_i \sum_{t=1}^{M} [J_t^* - J_t^N]$ pendant les M premières années, et subir un surcoût de

$\mu_i \sum_{t=M+1}^{T} [J_t^* - J_t^N]$ pendant la période $\{M + 1, ..., T\}$. Puisque la procédure est individuellement rationnelle, l'économie de la première période est nécessairement supérieure (en valeur absolue) au surcoût de la seconde. Dans ce contexte, si ce pays désire restaurer, en ce qui le concerne, la domination de l'optimum sur l'équilibre de Nash, il lui suffit par exemple de prélever la valeur du surcoût sur son gain de la première période, puis de la transférer à la deuxième période. Par rapport à Nash, le pays i bénéficiera alors à l'optimum avec transferts par rapport à Nash, d'un gain égal à $\mu_i\ [W(S_0) - V(S_0)]$ sur $\{1, ..., M\}$ et d'un gain nul sur $\{M + 1, ..., T\}$.

cas 3 : $\exists\, M : 1 \leq M < T : \begin{cases} J_t^* > J_t^N \text{ si } 1 \leq t \leq M, \\ J_t^* < J_t^N \text{ si } M < t \leq T. \end{cases}$

L'optimum international coûte plus cher que l'équilibre de Nash jusqu'à la date M, à partir de laquelle l'ordre de domination est renversé. C'est la situation la plus plausible, dans la mesure où l'optimum suppose par rapport à Nash des coûts de dépollution plus importants, coûts qui doivent être financés dès le moment où ils sont décidés, alors que les économies de dommages qu'ils permettent ne se ressentiront que dans le futur[8]. Dans ce contexte, les pays ne peuvent évidemment pas transférer des gains futurs (non encore réalisés) vers le présent de façon à étendre la domination de l'optimum sur l'équilibre de Nash à l'ensemble de la période $\{1, ..., T\}$. Cependant, si les pays subissent globalement un surcoût jusqu'en $t = M$, il est possible que celui-ci les affecte de façon très différentes. Dans ce cas, afin d'amortir l'impact de ce surcoût sur les pays les plus affectés, ces derniers pourraient bénéficier de transferts en provenance des pays qui perdent le moins ou qui gagnent.

8. Comme on l'a vu à la section 2, les coûts de dépollution seront certainement supérieurs dans le cas où les fonctions de dommages sont linéaires. Cette condition de linéarité n'implique cependant pas que l'hypothèse 3 soit automatiquement satisfaite, même si comme le montre l'exemple suivant, elle est la plus raisonnable. Avec des fonctions de coût de dépollution quadratiques $\left(C_i(E_i) = \frac{\gamma_i}{2}\ [\bar{E}_i - E_i]^2,\ i \in \mathcal{N},\right.$ où γ_i et $\bar{E}_i$ sont des paramètres positifs$\Big)$ et de dommages linéaires $\left(D_i(S) = \pi_i\, S,\ i \in \mathcal{N}\right)$, et un horizon infini, on montre que la première année :

$$J_1^N - J_1^* = \frac{1}{2}\ \frac{1}{1-\beta[1-\delta]} \sum_{i=1}^{n} \frac{\pi_i^2 - \pi_{\mathcal{N}}^2}{\gamma_i} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\pi_{\mathcal{N}}[\pi_{\mathcal{N}} - \pi_i]}{\gamma_i}.$$

Le premier terme du membre de droite est négatif et le second positif (car $\pi_i < \pi_{\mathcal{N}}$, $\forall i$). Si $\beta\,[1 - \delta]$ est suffisamment proche de 1 (ce qui est raisonnable dans le cas du CO_2 atmosphérique), alors l'optimum est dominé par l'équilibre de Nash en $t = 1$. Par contre, si $\delta = 1$ (cas où le polluant ne s'accumule pas), alors $J_1^N > J_1^*$.

CONCLUSION

Dans le cadre d'un modèle de pollution transfrontalière intertemporel, nous avons sur la base de la théorie du noyau des jeux coopératifs, construit une répartition des coûts de dépollution entre pays rendant la coopération internationale rationnelle au sens des coalitions. Cette répartition est « stratégiquement stable » dans la mesure où aucune coalition de pays ne peut garantir à ses membres un coût total moindre que ce qu'ils pourraient obtenir à l'optimum international avec transferts financiers.

L'intérêt de ce résultat souffre cependant de deux hypothèses restrictives : la première concerne la linéarité des fonctions de dommages, tandis que la seconde postule l'engagement par les différents pays de respecter les niveaux d'émissions optimaux jusqu'à l'horizon temporel pris en considération. Lever ces deux hypothèses, en particulier dans le cadre de l'effet de serre, fait l'objet de travaux en cours de la part des auteurs.

ANNEXE 1

CALCUL DE LA TRAJECTOIRE OPTIMALE

Réécrivons le problème (2) sous une forme standard (Sage et White, 1977 : ch.6) en posant $X_{t+1} = S_t$, ce qui donne

$$\min_{\{E_t\}_{t\in\mathcal{T}}} \sum_{t=1}^{T} \beta^t \sum_{i=1}^{n} \left[C_i(E_{it}) + D_i([1-\delta]X_t + E_t)\right] \tag{A.1}$$

$$\text{s.c.q.} \begin{cases} X_{t+1} = [1-\delta]\, X_t + E_t,\ X_1 \text{ donné} \\ E_{it} \geq 0,\ \forall t \in \mathcal{T},\ \forall i \in \mathcal{N}. \end{cases} \tag{A.2}$$

L'Hamiltonien de ce problème s'écrit

$$H_t = \beta^t \left[\sum_{i=1}^{n} C_i(E_{it}) + \sum_{i=1}^{n} D_i([1-\delta]X_t + E_t)\right] + \lambda_{t+1}[[1-\delta]X_t + E_t] \tag{A.3}$$

où les λ_t ($t \in \mathcal{T}$) sont les multiplicateurs de Lagrange associés aux contraintes (A.2). Si on se limite à l'étude d'un optimum intérieur, les conditions nécessaires pour un minimum s'écrivent

$$\lambda_t = \frac{\partial H_t}{\partial X_t} = \beta^t [1-\delta] \sum_{i=1}^{n} D_i'([1-\delta]X_t + E_t) + \lambda_{t+1}[1-\delta],\ \lambda_{T+1} = 0 \tag{A.4}$$

$$0 = \frac{\partial H_t}{\partial E_{it}} = \beta^t \left[C_i'(E_{it}) + \sum_{j=1}^{n} D_i'([1-\delta]X_t + E_t)\right] + \lambda_{t+1},\ i \in \mathcal{N} \tag{A.5}$$

auxquelles il faut joindre la contrainte (A.2).

En combinant (A.4) et (A.5) et compte tenu du fait que $S_t = [1-\delta]\, X_t + E_t$, il ressort que $\forall i \in \mathcal{N}$,

$$C_i'(E_{it-1}) + \sum_{i=1}^{n} D_i'(S_{t-1}) = \beta[1-\delta] C_i'(E_{it}),\ t \in \mathcal{T}. \tag{A.6}$$

(A.4) et (A.5) impliquent qu'en $t = T$, $C_i'(E_{iT}) = \sum_{i=1}^{n} D_i'(S_T)$. Compte tenu de cette condition finale, l'équation précédente implique

$$C_i'(E_{it}) + \sum_{\tau=t}^{T} \beta^{\tau-t} [1-\delta]^{\tau-t} \sum_{i=1}^{n} D_i'(S_\tau) = 0,\ t \in \mathcal{T} \tag{A.7}$$

qui est la relation (3) du texte.

Dans le cas particulier où les fonctions de dommages sont *linéaires*, c'est-à-dire où

$$D_i(S_t) = \pi_i S_t,\ i \in \mathcal{N}. \tag{A.8}$$

(A.7) se réécrit

$$C_i'(E_{it}) + \pi_{\mathcal{N}} \frac{1 - \beta^{T+1-t}[1-\delta]^{T+1-t}}{1 - \beta[1-\delta]} = 0,\ i \in \mathcal{N} \tag{A.9}$$

où par définition $\pi_{\mathcal{N}} = \sum_{i=1}^{n} \pi_i$. Si T tend vers l'infini, alors la relation précédente devient

$$C_i'(E_{it}) + \frac{\pi_{\mathcal{N}}}{1 - \beta[1-\delta]} = 0,\ i \in \mathcal{N} \tag{A.10}$$

puisque $0 < \beta\,[1 - \delta] < 1$.

ANNEXE 2

CALCUL DE L'ÉQUILIBRE DE NASH

En appliquant le même raisonnement qu'à l'annexe 1, il résulte que l'équilibre non coopératif se caractérise par (A.2), ainsi que par les conditions suivantes (on suppose que les optima de tous les pays sont intérieurs) :

$$\lambda_{it} = \beta^t[1-\delta]D_i'([1-\delta]X_t + E_t) + \lambda_{it+1}[1-\delta], \quad \lambda_{iT+1} = 0 \tag{A.11}$$

$$0 = \beta^t\left[C_i'(E_{it}) + D_i'([1-\delta]X_t + E_t)\right] + \lambda_{it+1} \tag{A.12}$$

$\forall i \in \mathcal{N}$, $\forall t \in \mathcal{T}$. Les λ_{it} sont les multiplicateurs de Lagrange associés au problème du pays i. En combinant les relations précédentes, on obtient alors l'équation (7) du texte.

ANNEXE 3

DÉMONSTRATION DU THÉORÈME

La démonstration est de la même structure que celle du théorème de Chander et Tulkens (1995) et découle des 2 lemmes suivants.

Lemme 1 : Soit $\{\underset{\sim}{E}_t^* : t = 1, ..., T\}$ la trajectoire des émissions optimale, $\{\underset{\sim}{E}_t^N : t = 1, ..., T\}$ la trajectoire correspondant à l'équilibre de Nash, et $\{\underset{\sim}{E}_t^U : t = 1, ..., T\}$ la trajectoire relative à un équilibre de Nash partiel par rapport à la coalition $U \subseteq N$ (solution des problèmes (18a) et (18b)). Sous l'hypothèse de linéarité (4) des fonctions de dommages, on observe que

$$E_{it}^N \leq E_{it}^U \leq E_{it}^*, \; \forall i \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T}. \tag{A.13}$$

Démonstration : En appliquant le même raisonnement qu'à l'annexe 1, il résulte que l'équilibre de Nash partiel par rapport à la coalition U se caractérise par les conditions suivantes (on suppose que tous les optimas sont intérieurs) :

$$C_i'(E_{it}^U) + \pi_U \frac{1-\beta^{T+1-t}[1-\delta]^{T+1-t}}{1-\beta[1-\delta]} = 0, \; i \in U \tag{A.14}$$

$$C_j'(E_{jt}^U) + \pi_j \frac{1-\beta^{T+1-t}[1-\delta]^{T+1-t}}{1-\beta[1-\delta]} = 0, \; j \in \mathcal{N} \setminus U \tag{A.15}$$

où par définition $\pi_U = \sum_{i \in U} \pi_i$. Ces conditions généralisent (5) et (8) dans les cas particuliers où $U = \mathcal{N}$ (optimum coopératif) et $U = \{i\}$ (équilibre de Nash). Comme $\forall i \in U, \pi_i \leq \pi_U \leq \pi_{\mathcal{N}}$, (A.13) découle immédiatement de la convexité des C_i ($i \in \mathcal{N}$) et de (A.14) et (A.15).

Démontrer le théorème revient à montrer que l'imputation définie par (21) et (22) satisfait la condition (20). Nous procéderons par l'absurde en supposant que celle-ci est violée. On peut alors démontrer le lemme suivant :

Lemme 2 : Si pour une certaine coalition U, (20) est faux, alors l'équilibre de Nash partiel par rapport à U permet de construire une imputation $(\hat{W}_1(S_0), ..., \hat{W}_n(S_0))$ définie par

$$\hat{W}_i(S_0) = W_i(S_0) + \hat{\tau}_i(S_0) \tag{A.16}$$

tel que

$$\hat{\tau}_i(S_0) = -[W_i(S_0) - w_i(U;S_0)] + \frac{\pi_i}{\pi_{\mathcal{N}}}\left[W(S_0) - \sum_{j=1}^{n} w_j(U;S_0)\right] \tag{A.17}$$

où par définition

$$w_i(U;S_0)=\sum_{t=1}^{T}\beta^t[C_i(E_{it}^U)\ +\pi_i S_t^U],\ i\in\mathcal{N} \tag{A.18}$$

est le coût total actualisé du pays i induit par la stratégie jointe $\{\underset{\sim}{E}_t^U : t = 1, ..., T\}$, imputation qui domine $(\tilde{W}_1, (S_0), ..., \tilde{W}_n(S_0))$ (définie par (21) et (22)) au sens où

$$\text{(i)}\quad \sum_{i\in U}\hat{W}_i(S_0)<\sum_{i\in U}\tilde{W}_i(S_0) \tag{A.19}$$

$$\text{(ii)}\ \hat{W}_i(S_0)\leq\tilde{W}_i(S_0),\ \forall i\in\mathcal{N}\setminus U. \tag{A.20}$$

Démonstration : (i) (A.16) et (A.17) impliquent que

$$\hat{W}_i(S_0)=w_i(U;S_0)+\frac{\pi_i}{\pi_{\mathcal{N}}}\left[W(S_0)-\sum_{j=1}^{n}w_j(U;S_0)\right]\leq w_i(U;S_0) \tag{A.21}$$

en vertu du fait que $W(S_0)$ caractérise l'optimum coopératif. La relation (A.19) de la thèse découle alors de (A.21) et de la supposition que (20) est violée. En effet :

$$\sum_{i\in U}\hat{W}_i(S_0)\leq w(U;S_0)\overset{\Delta}{=}\sum_{i\in U}w_i(U;S_0)<\sum_{i\in U}\tilde{W}_i(S_0). \tag{A.22}$$

(ii) Montrer (A.20) revient à montrer que $\hat{\tau}_i(S_0)\leq\tilde{\tau}_i(S_0)$, $\forall i\in\mathcal{N}\setminus U$. En combinant (4), (9) à (12) et (22), on montre aisément que

$$\tilde{\tau}_i(S_0)=-\sum_t\beta^t[C_i(E_{it}^*)-C_i(E_{it}^N)]+\frac{\pi_i}{\pi_{\mathcal{N}}}\sum_{j=1}^{n}\sum_t\beta^t[C_j(E_{jt}^*)-C_j(E_{jt}^N)]. \tag{A.23}$$

En procédant de façon analogue à partir de (4), (9), (10), (A.17) et (A.18), on obtient :

$$\hat{\tau}_i(S_0)=-\sum_t\beta^t[C_i(E_{it}^*)-C_i(E_{it}^U)]+\frac{\pi_i}{\pi_{\mathcal{N}}}\sum_{j=1}^{n}\sum_t\beta^t[C_j(E_{jt}^*)-C_j(E_{jt}^U)]. \tag{A.24}$$

Montrer que $\hat{\tau}_i(S_0)\leq\tau_i(S_0)$ revient par conséquent à montrer que

$$-\sum_t\beta^t[C_i(E_{it}^N)-C_i(E_{it}^U)]+\frac{\pi_i}{\pi_{\mathcal{N}}}\sum_{j=1}^{n}\sum_t\beta^t[C_j(E_{jt}^N)-C_j(E_{jt}^U)]\leq 0. \tag{A.25}$$

En vertu de (8) et de (A.15), $E_{it}^N = E_{it}^U$ si $i\in\mathcal{N}\setminus U$. Par conséquent, l'expression précédente se réduit à

$$\frac{\pi_i}{\pi_{\mathcal{N}}}\sum_{j\in U}\sum_t\beta^t[C_j(E_{jt}^N)-C_j(E_{jt}^U)]\leq 0. \tag{A.26}$$

Cette inégalité est bien vérifiée en vertu de (A.13) et de la monotonicité décroissante des fonctions C_j ($j \in \mathcal{N}$).

La démonstration du théorème 3 découle immédiatement du lemme 2. En effet, de (21), (A.16), (A.19) et (A.20), on a

$$\sum_{i=1}^{n} \hat{\tau}_i(S_0) < \sum_{i=1}^{n} \tilde{\tau}_i(S_0). \tag{A.27}$$

Or ceci est impossible car il est aisé de voir à partir de (22) et de (A.17) que les vecteurs $(\tilde{\tau}_1(S_0), ..., \tilde{\tau}_n(S_0))$ et $(\hat{\tau}_1(S_0), ..., \hat{\tau}_n(S_0))$ sont budgétairement équilibrés. Donc la condition (20) est vraie et le théorème est démontré.

BIBLIOGRAPHIE

CHANDER, P., et H. TULKENS (1992), « Aspects stratégiques des négociations internationales sur les pollutions transfrontières et du partage des coûts de l'épuration », *Revue Économique*, 43 : 755-768.

CHANDER, P., et H. TULKENS (1995), « A Core-Theoretic Solution for the Design of Cooperative Agreements on Transfrontier Pollution », *International Tax and Public Finance*, 2 : 279-293.

CHANDER, P., et H. TULKENS (1997), « The Core of an Economy with Multilateral Environmental Externalities », *International Journal of Game Theory*, 26 : 379-401.

FUDENBERG, D., et J. TIROLE (1993), *Game Theory*, MIT Press.

GERMAIN, M., P. TOINT, et H. TULKENS (1996), « Calcul économique itératif pour les négociations internationales sur les pluies acides entre la Finlande, la Russie et l'Estonie », *Annales d'Économie et de Statistique*, 43.

GERMAIN, M., H. TULKENS, et A. DE ZEEUW (1998), « Transferts financiers dans le cadre d'un jeu dynamique de pollution transnationale avec effet de stock », *Revue Économique*, 49(6) : 1 435-1 454.

HOEL, M. (1992), « Emission Taxes in a Dynamic International Game of CO_2 Emissions », in R. PETHIG (éd.), *Conflicts and Cooperation in Managing Environmental Resources*, Microeconomic Studies, Springer Verlag, Berlin.

JEPMA, C. (éd.), (1995), *The Feasibility of Joint Implementation*, Environment and Policy Series, Kluwer Academic Publishers, Boston.

KAITALA, V., M. POHJOLA, et D. TAHVONEN (1992), « Transboundary Air Pollution and Soil Acidification: a Dynamic Analysis of an Acid Rain Game Between Finland and the USSR », *Environmental and Resource Economics*, 2 : 161-181.

KVERNDOKK, S. (1993), « Coalitions and Side Payments in International CO_2 Treaties », mimeo, *Central Bureau of Statistics*, juin 1993.

MÄLER, K. (1989), « The Acid Rain Game », in H. FOLMER, et E. VAN IERLAND (éds), *Valuation Methods and Policy Making in Environmental Economics*, Amsterdam, Elsevier.

SAGE, A., et C. WHITE (1977), *Optimal Systems Control*, 2e édition, Prentice-Hall, New-York.

TAHVONEN, O. (1993), « Carbon Dioxyde Abatement as a Differential Game », *European Journal of Political Economy*, 10(4) : 685-705.

VAN DER PLOEG, F., et A. de ZEEUW (1992), « International Aspects of Pollution Control », *Environmental and Resource Economics*, 2 : 117-139.

ZACCOUR, G. (1994), « Side Payments in a Dynamic Game of Environmental Policy Coordination », in M. Breton, et G. Zaccour (éds), preprint volume of the 6th international Symposium on Dynamic Games and Applications, St Jovite, Québec, Canada – Juillet 1994.