

**Gélifraction des roches humides : approche mathématique**  
**Congelifraction of Humid Rocks: Mathematical Approach**  
**Frostsprenkung in feuchtem Gestein: eine mathematische Studie**

Horace Bertouille

Volume 32, Number 3, 1978

URI: <https://id.erudit.org/iderudit/1000305ar>

DOI: <https://doi.org/10.7202/1000305ar>

[See table of contents](#)

Publisher(s)

Les Presses de l'Université de Montréal

ISSN

0705-7199 (print)

1492-143X (digital)

[Explore this journal](#)

Cite this article

Bertouille, H. (1978). Gélifraction des roches humides : approche mathématique. *Géographie physique et Quaternaire*, 32(3), 263–272. <https://doi.org/10.7202/1000305ar>

Article abstract

In a porous and humid rock, frost is responsible for two different types of stresses: 1) stresses of thermal origin and intrinsically transitory; 2) stresses due to the expansion of water contained in the rock at the moment of freeze-up. We shall thus study these stresses using a simple mathematical model: a hollow sphere within which a pressure  $p_1$  develops. Lamé (1852) gave the equation of stresses occurring at one point in a body in terms of  $p_1$ . Furthermore, the theories on elasticity allow us to determine the pressure  $P_{eq}$  which develops within the hollow during freeze-up. Knowing the pressure, the distribution of the stresses thus produced and the resistance of the rock, one is able to determine whether or not frost causes cracking or congelifraction. Extending this principle to porous rocks, it becomes possible to define a critical level of porosity above which the rock breaks as it freezes. But one must take into account that, because the minute channels within the porosity system are open on the outside, there is extrusion of the ice at the time of freeze-up. On the other hand, the rocks on the earth's crust having gone through numerous stress cycles due in great part to temperature variations show a certain wear that reduces their resistance.

# GÉLIFRACTION DES ROCHES HUMIDES : APPROCHE MATHÉMATIQUE

Horace BERTOUILLE, directeur de recherches scientifiques (à la retraite), Cardayre, Saint-Léon, 47160 Damazan, France.

**RÉSUMÉ** Les contraintes que le gel développe dans une roche poreuse humide sont de deux espèces: 1) des contraintes d'origine thermique intrinsèquement en régime transitoire; 2) des contraintes dues au gonflement de l'eau humectant la roche lors de l'engel. Ce sont ces contraintes que nous étudions ici à partir d'un modèle mathématique simple: une sphère creuse à l'intérieur de laquelle se développe une pression  $p_i$ . Lamé (1852) a donné l'équation des contraintes qui apparaissent en un point quelconque de la masse solide en fonction de  $p_i$ . Par ailleurs, les théories de l'élasticité permettent de déterminer la pression  $P_{eq}$  qui se développe dans la cavité au moment de l'engel. Connaisant cette pression, la répartition des contraintes qu'elle provoque dans la matière et la résistance de la roche, on peut déterminer s'il y a ou non fissuration ou éclatement de la roche sphérique. En étendant ce principe aux roches poreuses, il est possible de déterminer un taux critique de porosité au-dessus duquel le gel conduit à la rupture. Mais dans les roches, il faut tenir compte du fait que les canalicules du réseau de porosité débouchant à l'extérieur, il y a extrusion de la glace au moment de l'engel. D'autre part, les roches de la couche superficielle de l'écorce terrestre ayant subi de nombreux cycles de contraintes dues aux variations de température en particulier accusent une certaine fatigue qui diminue leur résistance mécanique.

**ABSTRACT** *Congelifraction of Humid Rocks: Mathematical Approach.* In a porous and humid rock, frost is responsible for two different types of stresses: 1) stresses of thermal origin and intrinsically transitory; 2) stresses due to the expansion of water contained in the rock at the moment of freeze-up. We shall thus study these stresses using a simple mathematical model: a hollow sphere within which a pressure  $p_i$  develops. Lamé (1852) gave the equation of stresses occurring at one point in a body in terms of  $p_i$ . Furthermore, the theories on elasticity allow us to determine the pressure  $P_{eq}$  which develops within the hollow during freeze-up. Knowing the pressure, the distribution of the stresses thus produced and the resistance of the rock, one is able to determine whether or not frost causes cracking or congelifraction. Extending this principle to porous rocks, it becomes possible to define a critical level of porosity above which the rock breaks as it freezes. But one must take into account that, because the minute channels within the porosity system are open on the outside, there is extrusion of the ice at the time of freeze-up. On the other hand, the rocks on the earth's crust having gone through numerous stress cycles due in great part to temperature variations show a certain wear that reduces their resistance.

**ZUSAMMENFASSUNG** *Frostspaltung in feuchtem Gestein: eine mathematische Studie.* In porösem und feuchtem Gestein, hat der Frost zwei bestimmte Auswirkungen. 1) eine von thermischer Natur die an und für sich vorübergehend ist, 2) Die Andere ist von der Ausdehnung des im Gestein enthaltenen Wassers beim Gefrieren verursacht. Diese Kräfte sollen hier an Hand eines einfachen mathematischem Modells studiert werden: eine hohle Kugel in welcher sich ein Druck  $p_i$  entwickelt. Lamé (1852) gab die Gleichung von Kraft, welche an einem Punkt der soliden Masse erscheint, als Funktion  $p_i$  an. Überdies, erlauben uns die Theorien der Elastizität den Druck  $P_{eq}$  zu bestimmen, welcher sich in der Höhlung beim Gefrieren entwickelt. Ist dieser Druck bekannt, sowie die Verteilung der so entstandenen Kraft, als auch der Widerstand des Gesteins, so kann man bestimmen ob der Frost Risse oder Sprengungen verursachen wird oder nicht. Wendet man dieses Prinzip auf poröses Gestein an, wird es möglich ein kritisches Niveau festzulegen über welchem der Frost zur Sprengung führt. Aber man muss damit rechnen, dass die kleinen Kanäle im porösen Gestein nach aussen offen sind und dem sich beim Gefrieren ausdringenden Wasser Platz lassen. Andererseits hat das Gestein an der Erdoberfläche vielerlei Auswirkungen der Temperaturunterschiede erlitten und hat daher eine verminderte Widerstandsfähigkeit.

## INTRODUCTION

La fissuration des roches par le gel ou cryoclastie se produit d'une part sous l'effet de forces mécaniques d'origine thermique intrinsèquement, agissant sur la matière minérale dans un système thermo-cinétique transitoire et d'autre part sous l'effet de sollicitations internes inhérentes à l'augmentation du volume de l'eau contenue dans la roche au moment de l'engel. La glace et les roches étant des corps élastiques, l'étude de la cryoclastie peut être traitée avec une bonne approximation à partir des théories de l'élasticité.

Sur ces bases, nous avons donné ailleurs (BERTOUILLE, 1972a et b) la théorie de la fracture des roches à partir des contraintes intrinsèquement d'origine thermique; nous n'y reviendrons pas ici. Ces forces s'ajoutent à celles issues du gonflement de l'eau à l'engel. Ce sont ces dernières que nous allons étudier maintenant à partir d'un modèle mathématique simple, qui constitue un cas particulier, un cas limite en quelque sorte du phénomène de cryoclastie. Bien qu'assez éloigné du cas général, ce modèle permet de tirer un certain nombre de conclusions et surtout d'attirer l'attention sur des facteurs qui méritent une recherche approfondie<sup>1</sup>.

## I. HYPOTHÈSES

Nous supposons, dans un premier temps, être en présence d'une cavité sphérique, absolument étanche, remplie d'eau pure, incluse dans un corps isotrope, l'ensemble se trouvant à la température d'engel de l'eau. Nous négligeons toute modification du volume due à une éventuelle variation de la température; nous négligeons aussi les forces massiques. Nous admettons que la pression de l'eau liquide  $p_{io}$  dans la cavité avant gel et la pression  $p_e$  s'exerçant sur la surface extérieure du corps sont égales à la pression atmosphérique soit:

$$p_{io} = p_e = 0$$

### 1. SYMBOLES GÉNÉRAUX

- a rayon de la cavité sphérique
- b rayon de la sphère solide creuse
- E module d'Young
- e épaisseur de matière solide entre deux cavités ou fissures
- n taux de porosité (en nombre fractionnaire)
- P pression
- $p_i$  pression interne
- $p_e$  pression externe
- R rayon
- $R_t$  résistance de la roche aux forces de traction
- $\alpha$  coefficient volumique de dilatation thermique
- $\nu$  coefficient de Poisson
- $\sigma_\theta$  force de traction
- $\theta$  dilatation cubique
- $\Delta T$  variation de température

À titre d'exemple, et pour illustrer la théorie, nous traitons le cas de deux roches: un granite et un calcaire à partir de leurs caractéristiques physiques exposées dans le tableau I. Nous avons choisi deux roches ayant des caractères mécaniques très différents. Les valeurs indiquées dans le tableau I ne correspondent pas à des échantillons de roches précis. Ces valeurs sont arbitraires mais possibles, et constituent des maxima pour le granite, des minima pour le calcaire. Les résultats des calculs effectués sur ces bases constituent donc sensiblement des «extrémums».

TABLEAU I

Corps	Module d'Young E kg/cm <sup>2</sup> =	Coefficient de Poisson $\nu =$	Coef. vol. de dilatation th. $\alpha = 10^{-5}x$	Résist. à la traction Rt =
Eau			18	kg/cm <sup>2</sup>
Glace	90 000	0,36	15,75	
Granite	310 000	0,28	2,25 à 2,50	60
Calcaire	250 000	0,31	1,50 à 2,50	10

## II. CONTRAINTES AUTOUR DE LA CAVITÉ SPHÉRIQUE

Si, pour une raison quelconque, le gel par exemple, une pression vient à s'exercer sur la paroi interne de la cavité sphérique remplie d'eau, des contraintes prennent naissance dans le corps enveloppe autour de la cavité. Le problème qui consiste à les déterminer en grandeur et en direction a été résolu par LAMÉ (1852): c'est le problème de l'expansion des cavités.

Supposons une sphère matérielle de rayon b avec en son centre une cavité sphérique, concentrique de rayon a. Soient  $p_i$  et  $p_e$  les pressions s'exerçant respectivement sur la sphère intérieure creuse et sur la surface extérieure de la sphère pleine. Si l'on considère dans la masse matérielle un volume élémentaire limité par deux sphères concentriques aux deux premières et de rayon R et R + dR d'une part et d'autre part par un cône de sommet O et d'angle d'ouverture d  $\varphi$  (fig. 1), on constate que cet élément matériel est soumis à deux forces radiales de compression:  $\sigma_R$  et  $\sigma_R + \frac{d\sigma_R}{dR} \cdot dR$  et à deux

forces de traction égales entre elles,  $\sigma_\theta$  perpendiculaires aux précédentes. Puisque dans les roches, la résistance à la traction est toujours très inférieure à la résistance à la compression, c'est sous l'action des forces  $\sigma_\theta$  que la roche va se rompre.

L'équation d'équilibre de l'élément défini ci-dessus permet de déterminer la valeur de ces forces  $\sigma_\theta$ . Le calcul de Lamé donne:

$$\sigma_\theta = \frac{p_e \cdot b^3 (2R^3 + a^3)}{2R^3 (a^3 - b^3)} - \frac{p_i \cdot a^3 (2R^3 + b^3)}{2R^3 (a^3 - b^3)}$$

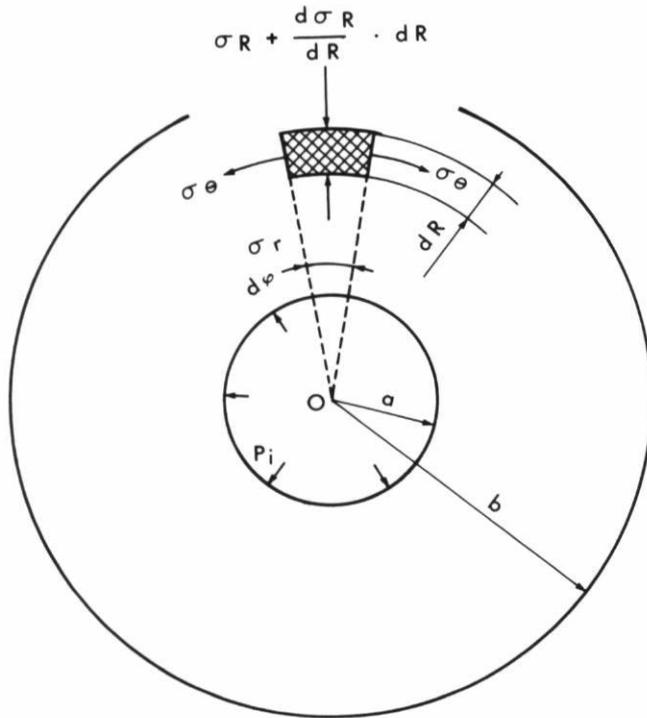


FIGURE 1. Étude de l'équilibre d'un élément matériel d'une sphère creuse dans la cavité de laquelle se développe une pression  $p_i$ .

Study of the balance in the material element of a hollow sphere within which a pressure  $p_i$  develops.

Si, comme nous l'avons admis par hypothèse  $p_e = 0$  cette relation devient :

$$\sigma_\theta = \frac{p_i \cdot a^3 (2R^3 + b^3)}{2R^3 (b^3 - a^3)} \quad (a)$$

Sur la surface interne de la cavité,  $R = a$ , la pression y est maximale et a pour valeur :

$$\sigma_{\theta \max} = \frac{p_i \cdot (2a^3 + b^3)}{2 (b^3 - a^3)} \quad (b)$$

La valeur de  $\sigma_\theta$  dépend donc des dimensions  $a$  et  $b$  de la cavité et de son enveloppe. Si nous exprimons  $b$  en fonction de  $a$

$$b = m \cdot a \text{ et } \frac{b}{a} = m \quad (b_1)$$

et si nous prenons  $a$  pour unité, l'expression (b) devient, puisque dans ce cas particulier  $b = m$

$$\sigma_{\theta \max} = \frac{p_i}{2} \cdot \frac{m^3 + 2}{m^3 - 1} \quad (b_2)$$

la fraction  $\frac{m^3 + 2}{m^3 - 1}$  tend rapidement vers 1 lorsque  $m$  augmente;  $\sigma_\theta$  tend alors vers une limite :

$$\text{Lim. de } \sigma_{\theta \max} = \frac{p_i}{2}$$

C'est ce que montre la figure 2 calculée d'après la formule exacte (b).

Dans le problème tel que posé ici, et si nous nous plaçons dans un cas idéal où les cavités de la roche sont égales et uniformément réparties dans la masse solide, l'épaisseur  $e$  de matière séparant deux cavités voisines est fonction de la porosité  $n$ , de la forme, de l'arrangement et des dimensions des cavités. Dans ces conditions, la valeur moyenne de l'épaisseur de l'enveloppe ou cloisons  $e$  varie entre deux limites fixées par la forme de la cavité. En effet, la porosité  $n$  exprimée en nombre fractionnaire a pour définition  $n = \frac{\text{volume des vides}}{\text{volume apparent du corps}}$ .

Dans le cas idéal envisagé ici, on peut imaginer le corps composé de cubes élémentaires identiques, de longueur d'arête  $e + 2a$  et

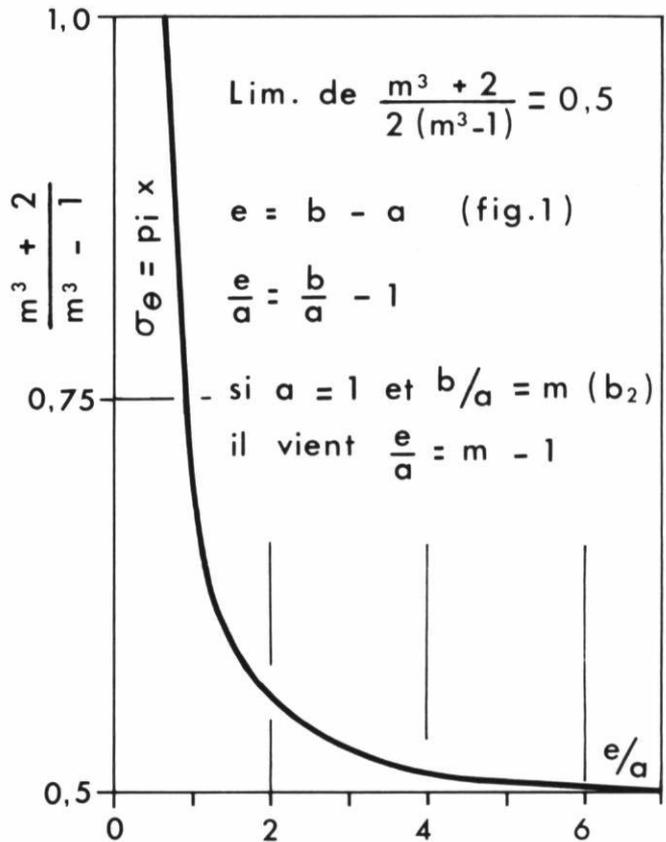


FIGURE 2. Efforts de traction  $\sigma_\theta$  en fonction de l'épaisseur des cloisons solides  $e$ . On voit que la fraction  $\frac{m^3 + 2}{2(m^3 - 1)}$  tend rapidement vers sa limite 0,5 lorsque le rapport  $e/a$  augmente.

Pull  $\sigma_\theta$  in terms of the thickness of the walls  $e$ . Fraction  $\frac{m^3 + 2}{2(m^3 - 1)}$  rapidly approaches its limit 0.5 as the ratio  $e/a$  increases.

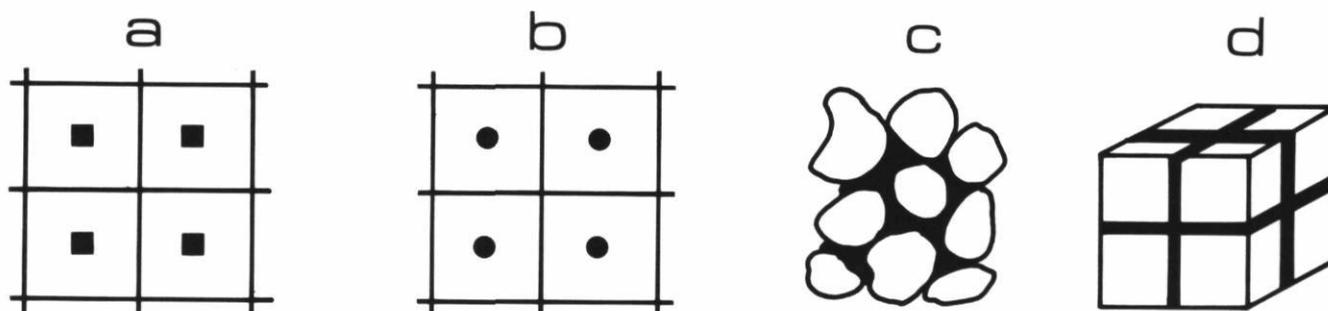


FIGURE 3a. Répartition des vides dans la matière: 1) cavités isolées uniformément réparties: a) cavités cubiques (formule  $c_1$ ); b) cavités sphériques (formule  $c_2$ ); 2) corps poreux (réel): c) disposition générale; d) disposition théorique admise pour l'établissement de la formule ( $c_3$ ).

*Distribution of cavities within the substance: 1) isolated hollows equally distributed: a) cubic hollows (formula  $c_1$ ); b) spherical hollows (formula  $c_2$ ); 2) porous body (real): c) general arrangement; d) theoretical arrangement accepted to establish formula ( $c_3$ ).*

comportant une cavité au centre (fig. 3a). Le taux de porosité  $n$  peut alors s'écrire:

- cavité centrale cubique:  $n = \frac{(2a)^3}{(e + 2a)^3}$
- cavité centrale sphérique:  $n = \frac{4/3 \pi a^3}{(e + 2a)^3}$

De ces relations, on déduit les limites de l'épaisseur de l'enveloppe minérale à savoir:

Limite supérieure: cavité cubique de côté  $2a$ :

$$e = 2a \left( \sqrt[3]{\frac{1}{n}} - 1 \right) \quad (C_2)$$

Limite inférieure: cavité sphérique de rayon  $a$

$$e = 2a \left( \sqrt[3]{\frac{\pi}{6n}} - 1 \right) \quad (C_2)$$

Mais l'examen d'une roche au microscope électronique montre qu'en général, le réseau de porosité  $y$  est constitué non pas par des cavités isolées mais par des fissures que nous appellerons septiformes (du latin *Septi* = cloison) qui tapissent plus ou moins complètement les grains minéraux. Une répartition parfaite de fissures septiformes d'ouverture  $2a$ , donne, en appliquant le même raisonnement:

$$e \approx 2a \left( \frac{3-n}{n} \right) \quad (C_3)$$

Ainsi donc, dans la pratique, c'est cette relation qu'il y a lieu de prendre en considération et on peut admettre pour  $a$  la valeur de la médiane de la courbe de porosité (exprimée en rayons) obtenue au moyen d'un porosimètre.

La figure 3b représentative des expressions (c) montre que l'on peut dans la réalité adopter pour  $\sigma_\theta$  sa limite:

$$\sigma_\theta = \frac{P_i}{2} \quad (d)$$

dans les corps poreux (bulleux)<sup>2</sup>, le rapport  $e/a$  étant toujours suffisamment grand. Cette figure montre en outre que ce rapport  $e/a$  diminue lorsque la porosité augmente, ce qui rend la roche plus sensible au gel ainsi que nous allons le voir et ainsi qu'on pouvait le présager à priori.

### III. CALCUL DE LA PRESSION DUE AU GEL DE L'EAU

La glace ayant une densité de 0,915, le coefficient de dilatation cubique  $\theta$  de l'eau lors du gel est:

$$\theta_g = 1/0,915 - 1 = 0,093$$

Cette augmentation de volume peut être supprimée par l'application sur la surface extérieure du bloc de glace, d'une pression  $P$  satisfaisant la relation de Hooke, base des théories de l'élasticité:

$$\text{dilatation cubique} = \theta = \frac{3(1-2\nu)}{E} \cdot P \quad (e)$$

$$\text{ce qui donne } P = \frac{\theta \cdot E}{3(1-2\nu)} \quad (f)$$

$E$ , module d'élasticité et  $\nu$  coefficient de Poisson étant les caractéristiques physiques de la glace, on détermine pour celle-ci (tabl. I)

$$P = 9\,964 \text{ kg/cm}^2.$$

S'exerçant dans une cavité étanche, une pression  $P$  diminue le volume de la glace incluse et tend à augmenter celui de la cavité. Il y a équilibre entre ces deux mouvements de sens contraire pour une valeur de la

2. On appelle corps bulleux des solides renfermant des zones où la matière solide est absente (des bulles au sens large). Nous étendons cette définition à tout corps possédant une certaine porosité même si cette dernière est formée par des canalicules débouchant vers l'extérieur. C'est en fait le cas général.



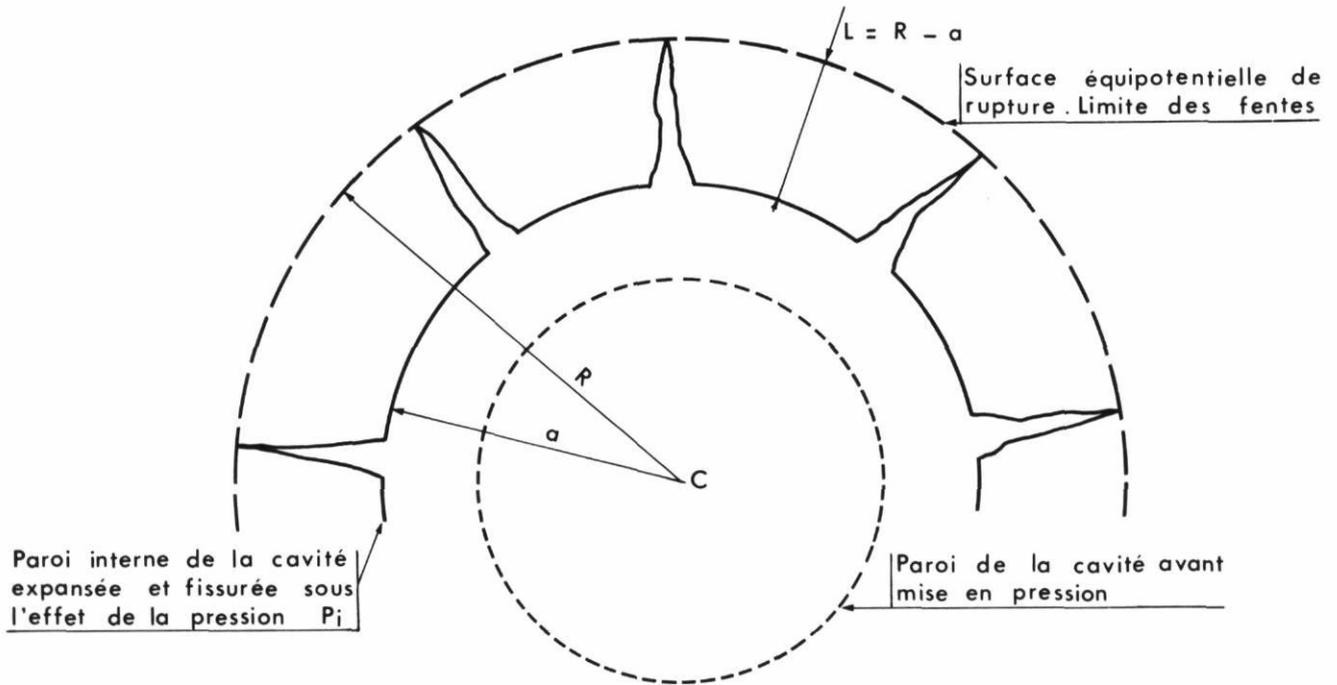


FIGURE 4a. Rupture partielle (fissuration) autour de la cavité C. *Cracking around hollow C.*

si l'on se rappelle que  $\frac{b}{a} = m$  (voir II) et en posant

$$\frac{R}{a} = K$$

$$\sigma_{\theta} = R_t = \frac{p_i}{2k^3} \cdot \frac{2k^3 + m^3}{m^3 - 1} \quad (i)$$

La fissuration s'arrête lorsque la pression interne  $p_i$  atteint sa valeur maximale  $P_{eq}$  (voir III) ou lorsqu'il y a formation de glace type III soit  $2\,250 \text{ kg/cm}^2$  selon Liboutry (voir III). En introduisant la valeur  $P_{eq}$  dans l'équation i et en la résolvant par rapport à  $k$  on obtient:

$$k_{lim.} = \sqrt[3]{\frac{P_{eq} \cdot m^3}{2R_t [(m^3 - 1) - P_{eq}]}} \quad (j)$$

En donnant à  $m$  diverses valeurs, nous avons déterminé les courbes donnant pour le granite et le calcaire, le rapport  $L/a$  en fonction de l'épaisseur  $e$  de l'enveloppe ou des cloisons solides et pour la pression d'équilibre  $P_{eq}$  d'une part et d'autre part dans le cas où il y a formation de glace type III, soit pour  $P = 2\,250 \text{ kg/cm}^2$  (fig. 4b).

L'équation (i) permet en outre de déterminer une épaisseur limite, « critique » des cloisons en dessous de laquelle il y a rupture totale, c'est-à-dire éclatement de la roche. Nous envisageons deux cas :

1) CAVITÉ UNIQUE INCLUSE DANS UNE MASSE MINÉRALE COMPACTE

Dans ce cas, la rupture a lieu pour  $R_{critique} \leq b$  et qui conduit à  $\frac{R_{critique}}{a} = k_{lim.}$  et comme  $\frac{b}{a} = m$ , on a

$k_{lim.} = m$ . Remplaçons  $k$  par  $m$  dans l'équation (i), il vient alors

$$\sigma_{\theta} = R_t = \frac{3p_i}{2(m^3 - 1)}$$

qui résolue par rapport à  $m$  et en y faisant  $p_i = P_{eq}$  donne

$$m_{mini} = \sqrt[3]{\frac{3P_{eq} + 2R_t}{2R_t}} \quad (k)$$

2) CORPS BULLEUX

Les cavités ou fissures septiformes sont suffisamment proches les unes des autres pour que les divers champs de forces interfèrent entre eux. C'est le cas général. Si alors, nous considérons un point A situé à mi-chemin entre deux cavités identiques (fig. 5), les forces développées en ce point à partir de chacune des cavités s'ajoutent. L'entraxe maximal entre deux cavités voisines pour qu'il y ait rupture totale est atteint lorsque, en ce point A, les forces de traction  $\sigma_{\theta}$  provoquées à partir des deux cavités  $C_1$  et  $C_2$  sont toutes deux égales à  $\sigma_{\theta} = R_t/2$ . Ce point se détermine en faisant:  $R = b/2$ .

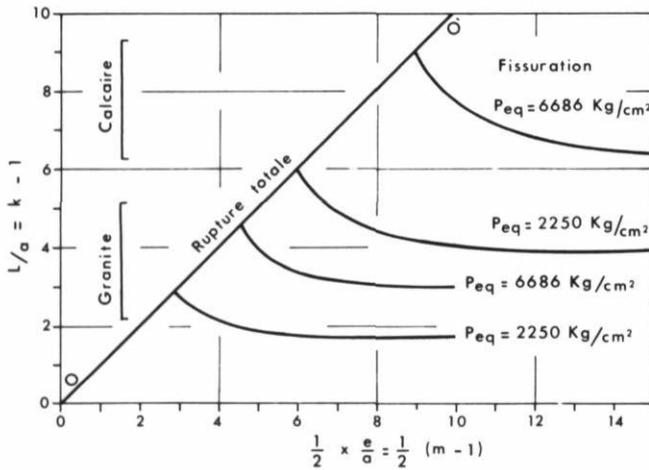


FIGURE 4b. Diagramme de la fissuration et de la rupture des corps poreux. La valeur de a à prendre en considération est la médiane de la courbe de porosité (voir II). Rappelons que  $L = R - a$  et  $\frac{R}{a} = K$  d'où  $\frac{L}{a} = \frac{R - a}{a} = k - 1$  et  $e = b - a$  et  $\frac{b}{a} = m$  d'où  $\frac{e}{a} = \frac{b - a}{a} = m - 1$ .

Les courbes de la zone de fissuration (rupture incomplète) sont calculées à partir de la formule (j). La rupture totale (éclatement de la roche) se produisant lorsque  $L = \frac{1}{2} e$  ou lorsque  $\frac{L}{a} = \frac{1}{2} \frac{e}{a}$  (fig. 5) et étant donnée l'identité des échelles de grandeur admises ici pour  $\frac{L}{a}$  et  $\frac{1}{2} \frac{e}{a}$  dans le diagramme, la rupture totale est représentée par la droite 00' inclinée à 45° sur les droites de coordonnées orthogonales. Cette droite a pour équation la formule (l).

Diagram showing the cracking and the breaking of porous bodies. The value of a to take into consideration is the median of the graph showing porosity (see II). Let us remember that  $L = R - a$  and  $\frac{R}{a} = K$  hence  $\frac{L}{a} = \frac{R - a}{a} = k - 1$  and  $e = b - a$  and  $\frac{b}{a} = m$  hence  $\frac{e}{a} = \frac{b - a}{a} = m - 1$ .

The graphs in the area corresponding to cracking are based on formula (j). Since breaking occurs when  $L = \frac{1}{2} e$  or when  $\frac{L}{a} = \frac{1}{2} \frac{e}{a}$  (fig. 5), and given the identity of the scales accepted for  $\frac{L}{a}$  and  $\frac{1}{2} \frac{e}{a}$  on the graph, breaking is represented by a straight line 00' with a 45° inclination on the straight lines of orthogonal coordinates. The equation for line 00' is formula (l).

et  $\sigma_\theta = R/2$  dans l'équation de Lamé (a). On obtient ainsi :

$$b = a \sqrt[3]{\frac{10P_{eq} + R_t}{R_t}} \quad (l)$$

Cette formule (l) permet de déterminer l'épaisseur critique  $e_{critique} = b - a$  et le rapport critique  $\left(\frac{e}{2a}\right)_{critique}$ , valeurs maximales en dessous desquelles

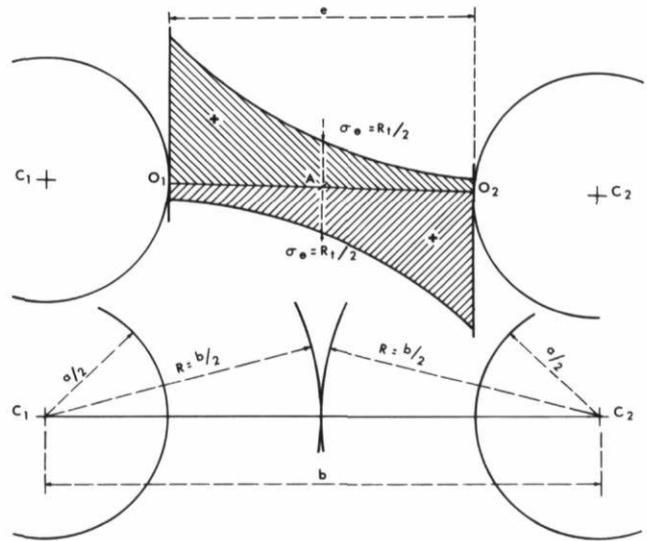


FIGURE 5. Diagramme des forces  $\sigma_\theta$  issues de deux cavités voisines  $C_1 - C_2$ . Ces forces sont représentées par les zones hachurées: au dessus de l'axe  $C_1 - C_2$  pour celles issues de  $C_1$  et en dessous pour celles issues de  $C_2$ . La valeur totale de  $\sigma_\theta$  en un point quelconque de A de l'axe  $O_1O_2$  est figurée par l'ordonnée de ce point dans la zone hachurée.

Diagram showing the forces  $\sigma_\theta$  from two adjoining hollows  $C_1 - C_2$ . The forces are represented by cross-hatched areas: above the axis  $C_1 - C_2$  for those from  $C_1$ , and below for those from  $C_2$ . The total value of  $\sigma_\theta$  at any one point of A along the axis  $O_1O_2$  represents the ordinate of that point in the cross-hatched area.

il y a éclatement de la roche, à savoir lorsque les deux cavités voisines ont le même diamètre a :

$$e_{critique} = a \left( \sqrt[3]{\frac{10P_{eq} + R_t}{R_t}} - 1 \right)$$

$$\text{et } \left(\frac{e}{2a}\right)_{critique} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{10P_{eq} + R_t}{R_t}} - 1$$

et dans le cas général:  $a_1$  et  $a_2$  étant les rayons des 2 cavités voisines :

$$e_{critique} = \frac{a_1 + a_2}{2} \left( \sqrt[3]{\frac{10P_{eq} + R_t}{R_t}} - 1 \right)$$

$$\text{et } \left(\frac{e}{2a}\right)_{critique} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{10P_{eq} + R_t}{R_t}} - 1$$

Connaissant le rapport  $\left(\frac{e}{2a}\right)_{critique}$  au-dessous duquel

il y a rupture, il est possible à partir de la courbe de la figure 3 d'évaluer la porosité correspondante de la roche. Ce taux de porosité ainsi déterminé constitue un maximum au-dessus duquel la rupture totale est possible. Le tableau II résume ces calculs pour le granite et le calcaire définis en I, dans le cas d'une roche poreuse (bulleuse).

TABLEAU II

Roche	Pression P kg/cm <sup>2</sup>	2 <sup>e</sup> cas : corps bulleux rupture totale pour $\left(\frac{e}{2a}\right)_{\text{critique}}$ . porosité n <sub>mini</sub>
Granite	6 810	9,4
	2 250	6,2
Calcaire	6 686	17,8
	2 250	12,1

\*  $\left(\frac{e}{2a}\right)_{\text{critique}}$  calculé à partir de la formule (I)

#### REMARQUES:

Dans cette étude, il y aurait lieu en toute rigueur de tenir compte de divers facteurs auxiliaires:

##### a) Variations de température

Nous avons vu en III que la pression abaisse la température d'engel. De ce fait, il convient de tenir compte des variations de volume provoquées par ce changement de température. Ces variations exprimées par la relation générale:

$$\theta_T = \alpha \cdot \Delta T$$

$\alpha$  étant le coefficient volumique de dilatation thermique et  $\Delta T$  la variation de température. Le coefficient de dilatation cubique cumulé (pression plus température) à utiliser dans les calculs devient ainsi:

$$\Theta = \Theta - \Theta_T = \Theta - \alpha \cdot \Delta T$$

En toute rigueur, il faudrait tenir compte du pourcentage d'eau liquide existant en présence de la glace, mais cette proportion est mal connue. Comme par ailleurs, le coefficient thermique  $\alpha$  de l'eau et celui de la glace sont très voisins, on ne commet pas une bien grande erreur en négligeant ce facteur.

##### b) Air dissous

On sait que l'eau dissout au maximum 2,87% d'air. Au moment du gel, cet air est rejeté de la glace à l'état gazeux. Si l'on veut en tenir compte, il faut retrancher du volume de la cavité V, le volume V<sub>air</sub> de l'air ainsi restitué. Or cet air, sous l'effet des pressions dues au gel et à cause de l'abaissement de la température subit une double contraction.

La première due à la pression, obéit à la loi bien connue de Boyle-Mariotte:

$$P_0 \cdot V_0 = P_1 \cdot V_1 = \text{Cte}$$

La seconde, inhérente à la variation de température, est définie par la loi de Gay Lussac:

$$V' = V (1 + 1/273 \cdot \Delta T)$$

Finalement, le volume V<sub>air</sub> a pour expression:

$$V_{\text{air}} = \frac{V_0 (1 + \Delta T/273)}{P}$$

soit pour une fraction de la cavité égale à 2,87% et pour une pression de 2 250 kg/cm<sup>2</sup>:

$$V_{\text{air}} = \frac{2,87 (1 - 16,5/273)}{2 250} = 0,0012\%$$

16,5 étant la température à laquelle toute l'eau de la cavité est congelée. On voit par ce simple calcul que le facteur air dissous est absolument négligeable.

## V. PHÉNOMÈNE D'EXTRUSION

L'étude que nous venons de présenter nous a permis de relier la pression interne et la résistance à la rupture de la roche et alors, connaissant ses constantes physiques, d'apprécier l'importance de la fissuration. Ayant évalué, en fonction de la porosité, l'épaisseur moyenne des cloisons solides séparant les vides de la roche, il est alors possible de déterminer le taux critique de porosité à partir duquel il y a rupture totale; tout ceci, en fonction de la pression interne (fig. 6).

Cette pression interne, nous l'avons calculée pour le cas particulier d'une cavité étanche remplie d'eau. En réalité, le réseau de porosité est constitué de fentes septiformes, de canalicules communiquant entre eux et débouchant à l'extérieur. Or dans ces vides, il se développe des forces de liaison entre l'eau et les parois solides, forces d'autant plus grandes que la distance à la paroi est petite. La température d'engel est abaissée à cause de cela. De ce fait, ce sont les pores les plus gros qui gèlent en premier lieu et jusqu'à une température relativement basse, il subsiste un film d'eau liquide tapissant les parois solides. Cette eau peut favoriser des transferts de masse dans le réseau de porosité.

Par ailleurs, la glace est un corps plasto-visco-élastique susceptible de fluage jusqu'à une température de l'ordre de -20°C. La pression interne qui apparaît au gel occasionne l'extrusion de l'air emprisonné dans le réseau de porosité, de l'eau liquide qui peut se maintenir en présence de glace jusque vers -10°C et enfin l'extrusion ou une meilleure répartition de la glace à l'intérieur du réseau de porosité. Le phénomène d'extrusion a été mis en évidence par Berthier dans une expérience très simple: une brique gorgée d'eau, plongée dans un liquide non miscible à l'eau, non gélif et maintenu en température négative, se couvre d'une couche de glace d'extrusion.

L'extrusion à l'engel est tributaire de nombreux facteurs: la température, le taux de porosité, la forme géométrique, les variations dimensionnelles des vides,

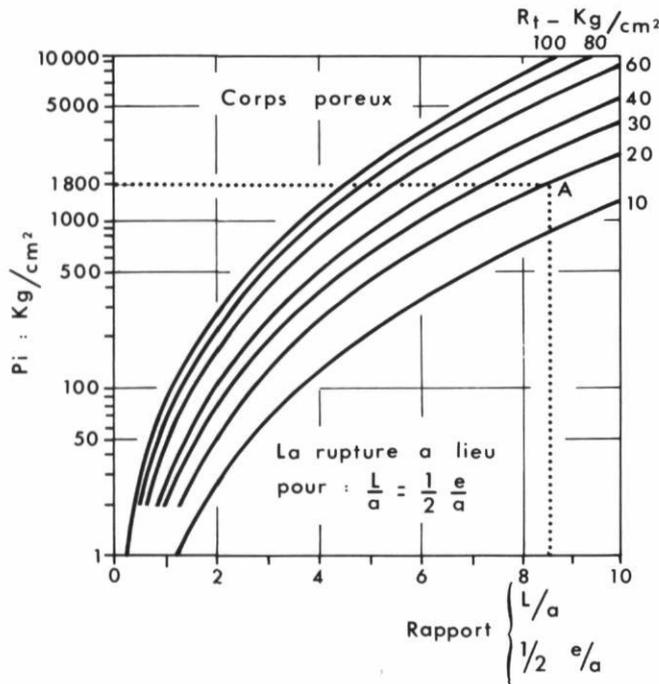


FIGURE 6. Rapport  $\frac{L}{a}$  critique au-dessous duquel il y a rupture totale dans le cas général, calculé en fonction de la pression interne  $p_i$  et pour diverses valeurs de la résistance à la traction  $R_t$  de la roche, à partir de la formule (1). La valeur de  $a$  à prendre en considération est la médiane de la courbe de

la rugosité des parois solides, etc., en sorte que son estimation par le calcul est pratiquement impossible. Seule une méthode expérimentale permettrait d'en déterminer l'importance. Le phénomène d'extrusion durant le gel est cependant une réalité qui a pour conséquence d'abaisser considérablement la pression se développant dans les roches soumises au gel. Toute formule visant à évaluer cette pression et ses conséquences doit donc être affectée d'un coefficient réducteur que nous appellerons « coefficient d'extrusion » qui tient compte du phénomène<sup>3</sup>.

L'extrusion étant liée aux conditions physiques, géométriques, etc., le réseau de porosité, le frottement des éléments mobiles sur les parois et partant la pression interne provoquée par le gel sont proportionnels au volume de la roche. Ceci conditionne le dimensionnement des gélifractés. Les gros blocs donnent les plus gros éclats de débitage, ceux-ci pouvant être fracturés à leur tour par la suite. On est ainsi conduit à une limite inférieure des produits gélifractés, limite obtenue lorsque la résistance à la rupture de la roche équilibre les forces

3. À titre d'exemple, un bloc de lave du Vésuve très friable mécaniquement, mais possédant des pores de 1 à 2 mm de diamètre, s'est révélé insensible au gel. L'extrusion par ces canalicules relativement grands en est la cause.

porosité (voir II). Exemple d'application : supposons une roche poreuse possédant une porosité  $n = 0,30$  et une résistance mécanique à la traction  $R_t = 20 \text{ kg/cm}^2$ . La figure 3b donne sur la courbe des corps poreux en regard de l'abscisse  $n = 0,3$  une ordonnée  $\frac{e}{2a} = 8,5$ . Ce chiffre porté en abscisse sur la figure 6 donne sur la courbe  $R_t = 20 \text{ kg/cm}^2$  un point A d'ordonnée  $p_i = 1800 \text{ kg/cm}^2$ . C'est la valeur de la pression interne nécessaire pour obtenir l'éclatement de la roche. Dans nos publications citées en référence, nous avons donné le principe de la mesure de la pression maximale susceptible de se développer dans une roche lors de l'engel, compte tenu du phénomène d'extrusion. L'appareil nécessaire serait très voisin du porosimètre à mercure.

*Critical ratio  $\frac{L}{a}$  below which the rock breaks. This is calculated in terms of the internal pressure  $p_i$ , and for different values of the tensile strength  $R_t$  within the rock, based on formulas (1). The value of  $a$  to take into consideration is the median of the graph showing porosity (see II). Example: supposing a porous rock with a porosity  $n = 0,30$  and a tensile strength  $R_t = 20 \text{ kg/cm}^2$ . Figure 3b shows on the graph corresponding to porous bodies, opposite abscissa  $n = 0,3$ , ordinate  $\frac{e}{2a} = 8,5$ . This value carried over to abscissa on Figure 6 gives on the graph corresponding to  $R_t = 20 \text{ kg/cm}^2$  a point A of ordinate  $p_i = 1,800 \text{ kg/cm}^2$ . This is the value of the internal pressure necessary to cause the rock to break. In our publications listed here, we have given the principle of how to measure the pressure liable to develop within a rock at the moment of freeze-up, considering extrusion. The device used is much like a mercury porosimeter.*

internes provoquées par le gel. L'extrusion est un second sujet d'étude que nous proposons aux chercheurs.

### VI. PHÉNOMÈNE DE FATIGUE

Nous avons eu l'occasion déjà d'attirer l'attention des géologues sur la fatigue des roches. Nous en avons donné la théorie mathématique dans une publication antérieure (BERTOUILLE, 1972a et b). On sait que sous l'effet d'une charge momentanée appliquée un grand nombre de fois à intervalles rapprochés, on peut obtenir la rupture d'un corps même si la charge appliquée est très inférieure à la limite de rupture de ce corps. La matière se fatigue. Un tel mode d'application de l'effort entraîne dans le solide des décohésions au niveau moléculaire, lesquelles en s'accumulant, diminuent la résistance du corps qui finit par se rompre sous faible charge.

Or les roches superficielles, surtout sous les climats périglaciaires du Quaternaire, ont subi de nombreux cycles de variation de la température, voire de gel-dégel qui y ont engendré des contraintes internes et par leur répétition, une certaine fatigue.

À titre d'exemple, nous avons calculé que pour un silex qui, du fait de sa porosité pratiquement nulle

ne subit au gel que l'effet des contraintes intrinsèquement mécaniques, il faut un choc thermique d'environ 500°C pour le rompre. Or on trouve dans toutes nos terrasses quaternaires des silex fracturés ou profondément fissurés par le gel et qui, en aucun cas, n'ont supporté une telle variation de température. Ces roches se sont brisées par fatigue.

Toutes les roches superficielles sont ainsi fatiguées à des degrés divers correspondant à leurs conditions d'humidification et d'exposition aux variations thermiques. Tout essai de gélivité sur une telle roche ne fait que terminer un travail de dislocation déjà plus ou moins avancé et les résultats de l'expérience ne peuvent acquérir pleinement leur valeur que si l'on tient compte de l'état de fatigue de l'échantillon.

La connaissance de l'état de fatigue des roches est donc primordiale en cryoclastie. Malheureusement les diverses méthodes d'investigation actuellement utilisées dans ce sens sont loin d'être au point. La plus intéressante consiste dans l'auscultation dynamique des roches aux fréquences soniques et hypersoniques comme cela se fait pour les bétons. Cette méthode doit permettre non seulement d'estimer le taux de fatigue mais encore de localiser les fissures et décohésions importantes. Mais jusqu'ici, du moins à notre connaissance, seules les ondes longitudinales ont été exploi-

tées; les ondes transversales en particulier ne semblent pas avoir fait l'objet d'études systématiques. C'est là un troisième sujet de recherches à la disposition des chercheurs.

D'autres modèles mathématiques plus élaborés peuvent être proposés, mais leur intérêt ne deviendra certain que lorsque l'on aura progressé dans la connaissance des phénomènes secondaires tels que l'extrusion et la fatigue des roches dont le rôle est particulièrement important en cryoclastie.

(Manuscrit déposé le 18 janvier 1978)

#### BIBLIOGRAPHIE

- BERTOUILLE, H. (1972a): Étude mathématique des phénomènes de thermoclastie et de cryoclastie, *Bull. Centre de géomorph. du CNRS*, Caen, n° 12.
- (1972b): Théories physiques appliquées à quelques phénomènes de cryergie, *Bull. Centre de géomorph. du C.N.R.S.*, Caen, nos 13, 14, 15.
- LAMÉ, G. (1852): *Leçons sur la théorie de l'élasticité*, Paris, Gauthier-Villars.
- LLIBOUTRY, L. (1964): *Traité de glaciologie*, Paris, Masson.