Document generated on 07/19/2025 6:34 a.m.

McGill Journal of Education
Revue des sciences de l'éducation de McGill

Comment qualifier les interactions entre un enseignant et ses élèves à propos des fractions et des proportions dans le contexte du calcul du rendement énergétique ?

How do you characterize the interactions between a teacher and their students about fractions and proportions in the context of energy performance calculations?

Abderrahmane Benrherbal and Miranda Rioux

Volume 58, Number 2, Spring 2023–2024

URI: https://id.erudit.org/iderudit/1113906ar
DOI: https://doi.org/10.26443/mje/rsem.v58i2.10052

See table of contents

Publisher(s)

Faculty of Education, McGill University

ISSN

1916-0666 (digital)

Explore this journal

Cite this article

Benrherbal, A. & Rioux, M. (2023). Comment qualifier les interactions entre un enseignant et ses élèves à propos des fractions et des proportions dans le contexte du calcul du rendement énergétique ? *McGill Journal of Education / Revue des sciences de l'éducation de McGill*, *58*(2), 111–134. https://doi.org/10.26443/mje/rsem.v58i2.10052

Article abstract

This research focuses on the didactic interactions between a teacher and their students about fractions and proportions in the context of calculating energy performance in a science and technology classroom at the Secondary IV level. The analysis of interactions is done according to the didactic incidents that most often emerge from the students' errors. The analysis also identifies the assistance provided to pupils according to the types of proximity as well as certain effects of the didactic contract. Our results indicate that the mobilization and use of fractions and proportions in the context of calculating the energy efficiency of a machine is not self-evident for students and influences didactic interactions when teaching and learning this concept.

© Faculty of Education, McGill University, 2024

This document is protected by copyright law. Use of the services of Érudit (including reproduction) is subject to its terms and conditions, which can be viewed online.

https://apropos.erudit.org/en/users/policy-on-use/

This article is disseminated and preserved by Érudit.

Érudit is a non-profit inter-university consortium of the Université de Montréal, Université Laval, and the Université du Québec à Montréal. Its mission is to promote and disseminate research.

https://www.erudit.org/en/

COMMENT QUALIFIER LES INTERACTIONS ENTRE UN ENSEIGNANT ET SES ÉLÈVES À PROPOS DES FRACTIONS ET DES PROPORTIONS DANS LE CONTEXTE DU CALCUL DU RENDEMENT ÉNERGÉTIQUE?

ABDERRAHMANE BENRHERBAL *Université Mohammed VI Polytechnique*

MIRANDA RIOUX *Université Du Québec à Rimouski*

RÉSUMÉ. Cette recherche s'intéresse aux interactions didactiques entre un enseignant et ses élèves à propos des fractions et des proportions dans le contexte du calcul du rendement énergétique en sciences et technologie de quatrième secondaire. L'analyse des interactions se fait en fonction des incidents didactiques qui émergent le plus souvent des erreurs des élèves. Elle rend également possible l'identification des aides apportées aux élèves selon les types de proximité ainsi que certains effets de contrat didactique. Nos résultats indiquent que la mobilisation et l'utilisation des fractions et des proportions dans le contexte du calcul du rendement énergétique d'une machine ne vont pas de soi pour les élèves et influencent les interactions didactiques lors de l'enseignement et l'apprentissage de ce concept.

HOW DO YOU CHARACTERIZE THE INTERACTIONS BETWEEN A TEACHER AND THEIR STUDENTS ABOUT FRACTIONS AND PROPORTIONS IN THE CONTEXT OF ENERGY PERFORMANCE CALCULATIONS?

ABSTRACT. This research focuses on the didactic interactions between a teacher and their students about fractions and proportions in the context of calculating energy performance in a science and technology classroom at the Secondary IV level. The analysis of interactions is done according to the didactic incidents that most often emerge from the students' errors. The analysis also identifies the assistance provided to pupils according to the types of proximity as well as certain effects of the didactic contract. Our results indicate that the mobilization and use of fractions and proportions in the context of calculating the energy efficiency of a machine is not self-evident for students and influences didactic interactions when teaching and learning this concept.

DOI: https://doi.org/10.26443/mje/rsem.v58i2.10052

La compréhension des concepts de fraction et de proportion représente un défi pour les élèves (Blouin, 2002; Couture, 2017; Lessard, 2011; Van Hoof et al., 2015). Non seulement éprouvent-ils des difficultés à comprendre ces concepts, mais on peut se demander si leurs difficultés ont une influence sur le traitement de situations dans lesquelles les fractions et les proportions jouent un rôle d'outils explicites (Douady, 1986). Dans cette étude, nous nous intéressons aux situations de calcul du rendement énergétique. Au Québec, ce calcul est au programme de sciences et technologie de quatrième secondaire (MEES, 2020). Nous avons choisi ce concept car, pour calculer un rendement énergétique, les élèves doivent mobiliser et utiliser correctement les concepts de fraction et de proportion, en mettant en rapport la quantité d'énergie obtenue et la quantité d'énergie consommée par un dispositif quelconque. L'objectif général de cette étude est de décrire et d'analyser les interactions entre un enseignant et ses élèves à propos des fractions et des proportions lors de situations de calcul du rendement énergétique. Dans les sections qui suivent, nous décrivons notre problématique, laquelle fait état des difficultés éprouvées par les élèves en lien avec les concepts de fraction et de proportion. Après avoir formulé notre question de recherche, nous poursuivons en présentant notre cadre conceptuel, lequel opérationnalise les concepts qui nous permettent d'analyser les interactions didactiques : les incidents didactiques (Roditi, 2005), les proximités (Bridoux et al., 2015) et les effets de contrat (Brousseau, 1983, 2010). Nous formulons ensuite nos objectifs spécifiques de recherche et donnons des indications sur la méthodologie utilisée pour atteindre ces objectifs. Nous présentons enfin nos résultats et en discutons avant de conclure.

PROBLÉMATIQUE

Les concepts de fraction et de proportion occupent une place importante dans le programme de formation de l'école secondaire québécoise (MEQ, 2001). Que ce soit au premier ou au deuxième cycle, ces concepts sont mobilisés tant dans un contexte intra disciplinaire (la trigonométrie, la probabilité, etc.) qu'interdisciplinaire (en sciences et technologie, en chimie, etc.). Cette diversité d'usages hisse ces concepts au statut d'apprentissages fondamentaux, en ce sens que les élèves doivent les maîtriser pour traiter un grand nombre de situations, issues des mathématiques ou d'une autre discipline.

Si les difficultés des élèves en lien avec les fractions et les proportions sont chose courante, un examen de la littérature portant sur l'enseignement et l'apprentissage de ces concepts permet de mieux comprendre leurs origines. Premièrement, l'élaboration des connaissances sur les nombres

rationnels exige un changement en profondeur de la conception du nombre développée à partir d'activités sur les nombres naturels. Comme le signalent plusieurs chercheurs (Kieren, 1988; Ni et Zhou, 2005; Vamvakoussi et al., 2012; Van Hoof et al., 2015), l'apprentissage des nombres naturels crée des obstacles dans le développement d'une compréhension adéquate des nombres rationnels. Les chercheurs affirment que les différences fondamentales entre ces deux types de nombres ne sont pas toujours prises en compte par les élèves. Cela conduit, par exemple, à des erreurs typiques dans des tâches d'addition de fractions (1/4 + 1/2 = 2/6) ou de comparaison de fractions (1/5 > 1/3). Deuxièmement, il est possible de relier les difficultés éprouvées au champ conceptuel à l'intérieur duquel se situe la fraction (Kieren, 1980). En effet, la compréhension du concept de fraction est étroitement liée à la coordination de cinq sous-constructions (partie-tout, mesure, rapport, quotient et opérateur), lesquelles impliquent une réinterprétation des deux membres de la fraction et de la fraction elle-même (Blouin, 1993; Kieren, 1980). Troisièmement, il peut être difficile, pour les élèves, de conférer un sens aux opérations sur les fractions, en raison de la façon suivant laquelle ces opérations sont enseignées. Des chercheurs (Desjardins et Hétu, 1974; Gabriel et al., 2013) soutiennent que l'enseignement est en partie responsable des difficultés éprouvées puisqu'il introduit les algorithmes liés aux opérations sur les fractions avant même que les élèves aient atteint le niveau de la fraction-relation, c'est-à-dire avant qu'ils aient compris que la fraction représente non seulement une quantité, mais aussi une relation entre deux termes. Dans la même veine, un examen du traitement des opérations dans les manuels scolaires québécois révèle que « la conceptualisation des opérations est réduite à l'apprentissage de l'algorithme de calcul » (Barallobres et Lemoyne, 2006, p. 185). Ce constat est préoccupant puisque l'élève est susceptible de demeurer prisonnier d'une pensée algorithmique, laquelle peut potentiellement l'empêcher d'appréhender la richesse du champ conceptuel de la fraction.

Cette étude s'intéresse à la mobilisation et à l'utilisation des concepts de fraction et de proportion dans un contexte interdisciplinaire. Plus précisément, elle s'attarde à l'usage de ces concepts lors du traitement de situations de calcul du rendement énergétique. Compte tenu des difficultés esquissées, il apparaît légitime de poser la question suivante : Comment qualifier les interactions entre un enseignant et ses élèves à propos des fractions et des proportions dans le contexte du calcul du rendement énergétique? Par interactions didactiques, nous entendons les échanges entre un enseignant et ses élèves à propos du savoir dans le cadre

d'une situation à finalité didactique. Les incidents didactiques (Roditi, 2005), les proximités (Bridoux et al., 2015) et le contrat didactique (Brousseau, 1990) offrent une perspective pour interpréter et analyser de ces interactions.

CADRE CONCEPTUEL

Il convient ici de définir les concepts utilisés pour analyser les interactions didactiques lors du calcul du rendement énergétique. Nous définissons ici ce que nous entendons par incident didactique, par proximité ainsi que par effet du contrat didactique.

Les incidents didactiques

Un incident didactique peut être entendu comme « une manifestation publique (au sens où elle s'intègre à la dynamique de la classe) d'un élève ou d'un groupe, en relation avec l'enseignement, et en décalage négatif par rapport à l'ensemble des réponses correctes envisageables compte tenu de la tâche proposée » (Roditi, 2003, p. 11). Il s'agit d'un concept pertinent pour analyser les interactions didactiques, notamment lorsque les élèves commettent des erreurs qui n'avaient pas été anticipées. Plus précisément, nous appellerons incident didactique un écart entre la planification et la mise en œuvre d'une activité en classe, marquant un décalage « négatif » par rapport au but visé par la tâche (Rogalski, 2000), qui se produit de manière imprévue (Aldon, 2011) et nécessite l'intervention de l'enseignant (Roditi, 2003). Dans la présente étude, les incidents vont être étudiés comme des éléments déterminants de la dynamique de la classe dans l'interaction entre l'enseignant et les élèves en relation avec le milieu didactique (Roditi, 2005). L'émergence d'incidents durant les interactions nécessite des interventions de l'enseignant pour apporter de l'aide et du soutien aux élèves. Ces interventions seront analysées selon le concept de proximités de Bridoux et ses collaborateurs (2015).

Les proximités

Le concept de proximité permet de qualifier les actions de l'enseignant pouvant être associées à une tentative de rapprochement de ses élèves (Robert et Vandebrouck, 2014). En fait, une proximité est une activité de l'enseignant qui vise à réduire l'écart entre ce qu'il souhaite enseigner et ce que les élèves connaissent, font ou disent. On parle souvent de « proximité-en-acte », dans la mesure où cette activité de l'enseignant n'est pas toujours consciente, ni exprimable (Bridoux et al., 2015). Elle est toutefois manifeste lors des allers-retours entre les interventions de l'enseignant et l'activité des élèves.

Notre étude s'intéresse principalement aux proximités mettant en jeu des liens portant sur le contenu disciplinaire du cours, des liens entre les différentes tâches à réaliser ou encore des relations entre les activités et les interventions (Bridoux et al., 2015). Bridoux et ses collaborateurs (2015) distinguent trois types de proximité en acte. C'est leur place par rapport aux moments d'exposition des connaissances et les liens qu'ils supposent entre l'activité et les interventions qui déterminent ces types de proximité. Le tableau 1 offre un aperçu des interventions associées à chaque type de proximité.

TABLEAU 1. *Les types de proximité selon les types d'intervention (Bridoux et al., 2015)*

Type de proximité	Type d'intervention
Proximités horizontales	Ces proximités peuvent porter sur les interactions en train de se faire, à un niveau général. Elles peuvent aussi expliciter localement une suite de calculs ou des différences entre écrit et oral. Elles se traduisent souvent par des interactions limitées, des questions brèves et des réponses de faible « portée ».
Proximités descendantes	Ces proximités donnent naissance à des interventions qui se placent entre ce qui a été exposé (les savoirs institutionnalisés) et les situations que les élèves devront ensuite traiter seuls ou avec l'aide leur enseignant. Elles ont lieu après le moment d'exposition des connaissances.
Proximités ascendantes	Ces proximités donnent naissance à des interventions qui se placent entre les situations que les élèves ont déjà traitées et les savoirs qui seront institutionnalisés (mots, définitions, propriétés). Elles ont lieu avant le moment d'exposition des connaissances.

Il apparait intéressant de recourir au concept de proximité pour comprendre les contraintes et les défis que rencontrent les enseignants lors de l'enseignement du rendement énergétique. Mais si le traitement des incidents didactiques met en relief certains types de proximité, la volonté de l'enseignant de maintenir la relation didactique et d'empêcher une rupture du contrat didactique ouvre quant à elle la voie à certains effets de contrat.

Les effets du contrat didactique

La construction du savoir par les élèves est l'enjeu fondamental du contrat didactique. En fait, tout apprentissage d'un nouveau savoir provoque des ruptures de contrat par rapport au savoir ancien et l'enseignement va reposer sur ces ruptures (Brousseau, 1983). Cela dit, si le rapport au savoir des élèves n'évolue pas comme prévu, ce qui est le cas lorsque se produit un incident didactique, l'enseignant doit absolument provoquer la

rupture du contrat didactique, sans quoi les élèves ne réaliseront pas les apprentissages prescrits. En effet, à chaque rupture, l'enseignant doit établir un nouveau contrat, lequel permettra aux élèves de faire évoluer dans une autre direction le rapport au savoir initialement développé. Il faut comprendre que le contrat didactique gère les interactions entre l'enseignant et les élèves dans la relation didactique en les mettant sous tension par une série de ruptures (Jonnaert et Vander Borght, 1999). Or, cette volonté de maintenir le contrat didactique peut affecter l'activité de l'enseignant de différentes façons; il s'agit là des effets du contrat didactique (Brousseau, 1983).

Dans cette étude, nous avons repéré trois effets qui ont été documentés dans la littérature : l'effet Topaze, l'effet du paradoxe du comédien et l'effet de l'attente incomprise. En voici une description succincte. L'effet Topaze est défini comme étant « L'échec de négociation didactique lorsqu'il consiste pour le maître à vider de leur sens et de leur contenu cognitif les questions qu'il a posées » (Brousseau, 1983, p. 3). Cet effet se manifeste lorsque l'enseignant réduit la charge du travail demandé aux élèves en donnant des explications abondantes ou des indices pour les aider à traiter certaines situations. Il se manifeste également lorsque l'enseignant simplifie les questions posées ou les tâches proposées pour que les élèves parviennent à répondre correctement. Ils vont ainsi réussir sans avoir développé les connaissances requises. En ce qui a trait au paradoxe du comédien, cet effet apparait chez l'enseignant quand il prive les élèves d'un processus cognitif qui implique un effort de réflexion :

> S'il produit lui-même ses questions et ses réponses de mathématiques, il prive l'élève de la possibilité d'agir. Il doit donc laisser du temps, laisser des questions sans réponses, utiliser celles que l'élève lui donne et les intégrer dans sa propre démarche en leur laissant une place de plus en plus grande… (Brousseau, 2010, p. 21).

Cet effet se manifeste lorsque l'enseignant pose des questions aux élèves à propos d'un savoir et qu'au même moment, il apporte lui-même les réponses. Il peut également se manifester plus subtilement, par des indices non-verbaux qui guident trop les élèves et les privent de faire la pleine démonstration de leur compréhension. Enfin, l'effet de l'attente incomprise consiste à croire qu'une réponse attendue des élèves va de soi pour eux. Il fait référence à la façon suivant laquelle l'attente d'un résultat affecte la perception et le comportement de l'enseignant. En effet, l'enseignant sera susceptible d'interagir de façon différente avec les élèves s'il croit que le résultat attendu est évident. Par exemple, il pourrait préciser la réponse attendue sans exposer les concepts et les processus mathématiques sous-jacents, qui sont limpides pour lui.

OBJECTIFS SPÉCIFIQUES DE RECHERCHE

La présente étude a pour objectif général la description et l'analyse des interactions entre un enseignant et ses élèves à propos des fractions et des proportions lors de situations de calcul du rendement énergétique. De façon plus spécifique, nous avons fixé les objectifs suivants :

- Décrire les incidents didactiques qui surviennent lors de l'enseignement du concept de rendement énergétique;
- Analyser les aides apportées aux élèves selon le type proximité utilisé durant cet enseignement;
- Décrire les effets de contrat qui surviennent durant cet enseignement.

Dans la section qui suit, nous donnons quelques indications quant à la méthodologie utilisée pour atteindre ces objectifs.

MÉTHODOLOGIE

Nous avons décrit et analysé les interactions entre un enseignant et ses élèves au cours de deux situations d'enseignement et d'apprentissage (SEA) du rendement énergétique. La période de collecte des données coïncidait avec l'étape deux[1] de l'année scolaire et elle a eu lieu en janvier. Le groupe classe de quatrième secondaire qui a participé à l'expérimentation fait partie du programme de soutien à la réussite. Il est composé de 25 élèves.

Plan d'instrumentation

Les productions d'élèves, les enregistrements vidéo de l'expérimentation et le journal de bord sont nos outils de collecte de données. Ils nous donnent accès aux interactions didactiques lors des situations de calcul du rendement énergétique. Les productions d'élèves nous permettent d'analyser les procédures des élèves lors de la réalisation des tâches et de repérer la nature de leurs erreurs (Brousseau, 2009). Les enregistrements vidéo permettent quant à eux de documenter ce qui se passe au cours des situations. Ils nous permettent de retracer les interventions des enseignants par rapport aux erreurs des élèves. Le journal de bord permet, quant à lui, de retracer la dynamique de la classe lors des interactions entre l'enseignant et les élèves à propos du savoir. Nous l'avons utilisé pour consigner les événements qui se sont produits et qui ne sont pas nécessairement mis en évidence par les autres outils de collecte.

Nous avons élaboré, en collaboration avec l'enseignant, deux SEA sur le rendement énergétique qui nécessitent la mobilisation des concepts de

fraction et de proportion. Nous les avons mises à l'essai dans la classe de science et technologie durant deux activités de soixante-quinze minutes chacune. Dans chaque SEA, les élèves devaient déterminer le rendement énergétique de plusieurs dispositifs. Pour ce faire, ils devaient établir un rapport entre l'énergie utile (forme d'énergie souhaitée pour la réalisation d'un travail) et l'énergie consommée pour faire fonctionner le dispositif.

Chaque SEA contient des situations ayant une structure multiplicative. Elles ont été conçues pour amener les élèves à utiliser les données pertinentes pour établir des équivalences entre deux rapports et reconnaître une relation de proportionnalité entre les données. Le type de proportionnalité est la recherche de la quatrième proportionnelle (Vergnaud, 1981). Le tableau 2 permet d'illustrer ce genre de situation.

TABLEAU 2. *Exemple de situation de recherche de la quatrième proportionnelle*

Exemple	Situation de recherche de la quatrième proportionnelle
Énoncé	Un moteur[1] a une puissance utile de 5 kW et un rendement de $\frac{8}{10}$. Quelle est sa puissance consommée?
Symbolisation	Le rendement est défini par $\frac{Pu}{Pa}$, donc $\frac{5kW}{Pa} = \frac{8}{10}$
Caractéristique	Relation quaternaire
Procédure de résolution	La proportion comme égalité de deux rapports est envisagée et permet d'établir la procédure de la règle de trois : $Pa \times 8 = 5kW \times 10 \rightarrow Pa = \frac{5kW \times 10}{8} \rightarrow Pa = 6.25\ kW = 6250\ W$

Plan d'analyse

Après avoir transcrit les verbatims, nous avons analysé les interactions entre l'enseignant et les élèves à l'aide de catégories selon les démarches proposées par Thomas (2006) et avons privilégié une approche de type « analyse de contenu ».

Notre plan d'analyse est formé de quatre étapes. La première concerne l'analyse de chaque SEA. La deuxième étape est consacrée à l'analyse des productions des élèves pour identifier la nature des erreurs qui émergent lors de leurs interactions avec les SEA. La troisième étape correspond à l'analyse des *verbatims* pour déterminer la nature des interventions par rapport aux erreurs identifiées. Cette étape nous permet de qualifier les aides procurées aux élèves et d'identifier les effets du contrat didactique. Enfin, la quatrième étape consiste à analyser les événements consignés dans le journal de bord.

Ce plan d'analyse nous permet de réaliser une triangulation des informations recueillies lors de la cueillette des données. L'analyse des productions d'élèves nous permet de comprendre comment les élèves mobilisent les concepts de fraction / proportion dans le contexte du rendement énergétique. L'analyse du verbatim des enregistrements vidéo nous permet de jeter un nouveau regard sur l'utilisation de ces deux concepts. Quant au journal de bord, il nous permet de retrouver la dynamique du terrain et de reconstituer l'atmosphère durant les expérimentations.

RÉSULTATS

Dans cette section, nous commençons par décrire les incidents didactiques observés lors de l'enseignement du rendement énergétique. Nous poursuivons en analysant les aides apportées aux élèves selon le type proximité utilisé par l'enseignant. Nous terminons en décrivant les effets de contrat observés.

Les types d'incidents didactiques

Nous présentons ici huit incidents ayant émergé de l'analyse des interactions didactiques. Nous les décrivons succinctement dans les paragraphes qui suivent.

L'utilisation de données superflues

Le premier incident didactique est lié à l'utilisation de données superflues. Quand un élève s'attarde sur une donnée superflue, l'enseignant le questionne pour l'amener à se justifier et à réfléchir sur la pertinence de cette donnée dans l'interprétation de la situation. En agissant ainsi, il le guide dans la bonne direction :

> Enseignant : Pourquoi tu te bases sur le temps? Pourquoi le temps est si important dans ce problème-là? Ma question c'est : est-il si important que ça?

L'utilisation de données superflues est une conduite qui est en décalage avec celle qui est attendue et qui incite l'enseignant à intervenir auprès de l'élève.

Une difficulté à traduire mathématiquement l'information présente dans l'énoncé d'un problème

Le deuxième incident didactique a été observé lorsqu'un élève a éprouvé de la difficulté à traduire mathématiquement l'information présente dans l'énoncé d'un problème. Pour traiter une situation de proportionnalité sous une formulation verbale, l'élève doit changer le registre de

représentation (Duval, 1995) et transformer le texte en une écriture algébrique. Cette tâche est complexe, car elle exige non seulement la mobilisation et l'utilisation adéquate des connaissances liées aux concepts de rendement énergétique et de proportion, mais également une interprétation adéquate de l'énoncé de la situation. L'intervention de l'enseignant a alors pour objectif d'aider l'élève à traduire sous une forme mathématique l'information présente dans l'énoncé :

> Enseignant : C'est que tu ne transposes pas ton problème à l'écrit. Tu es là, tu regardes les lettres… Mais à un moment donné, si tu prends la peine juste de l'écrire comme ça : 1 litre, 10 kilowatts/heure, 9 litres, combien? Ah! Ça allume tout de suite, tu te dis : « C'est un produit croisé! ».

La production de réponses ou de démarches incomplètes

Le troisième incident est en lien avec la production de réponses ou de démarches incomplètes. L'intervention suivante illustre le décalage entre la conduite attendue de l'élève et les traces qu'il a laissées :

> Enseignant : Mais non, écris-le, on s'en fout, je veux la démarche. La réponse on s'en fout. Qu'est-ce que tu fais rendu là? Qu'est-ce que tu mettrais en-dessous de ton 3 600 000 $? Un point d'interrogation, oui, ou un petit x là, tu sais juste pour dire eh bien, je cherche… je cherche combien il y a de […].

Pour réduire ce décalage, l'enseignant fait passer l'élève au tableau et reprend avec lui la démarche de résolution en le guidant.

Une interprétation erronée du concept de rapport

Le quatrième incident didactique a été observé lorsque certains élèves ont exprimé le rendement énergétique en y accolant une unité de mesure (voir tableau 3).

TABLEAU 3. *Exemples de résultats témoignant d'une interprétation erronée du concept de rapport*

	Exemple 1	Exemple 2
Rapport proposé	$\frac{\text{Puissance utile}}{\text{Puissance absorbée}} = \frac{1000\text{ w}}{1440\text{ w}}$	$\frac{\text{Quantité d'énergie utile}}{\text{Quantité d'énergie consommée}} = \frac{243\,000\,000\text{ joules}}{324\,000\,000\text{ joules}}$
Résultat attendu	Rendement énergétique = 69 %	Rendement énergétique = 75 %
Résultat de l'élève	Rendement énergétique = 0,69 w	Rendement énergétique = 0,75 joules

Le rapport étant une relation qui exprime une notion de quantité relative, les réponses de ces élèves témoignent du sens qu'ils donnent à l'expression « rapport », qui est différent du sens institutionnalisé par l'enseignant puisqu'il est exprimé en watt ou en joules.

Une interprétation erronée du signe égal

Le cinquième incident découle d'une interprétation erronée du signe égal. Elle est manifeste lorsque certains élèves cherchent à déterminer la quatrième proportionnelle, en effectuant des calculs de gauche à droite. Ces élèves omettent de replacer la valeur obtenue dans le rapport initial et associent alors la quatrième proportionnelle au rendement énergétique.

Leurs calculs prennent alors la forme suivante :

$$\frac{2500\text{ joules}}{x} = \frac{5}{16} = \frac{2500\text{ joules} \times 16}{5} = 8000\text{ joules.}$$

Cette difficulté d'interprétation est liée au symbolisme du signe d'égalité, qui devrait être interprété comme une relation d'équivalence entre deux quantités. Dans ce cas, les élèves semblent associer le symbole « = » à la recherche d'un résultat (Côté, 2002).

La production d'une erreur procédurale

Le sixième incident didactique survient lorsque les élèves commettent une erreur liée à la procédure pour trouver la quatrième proportionnelle. L'exemple suivant illustre le décalage entre la procédure attendue et la procédure utilisée par certains élèves. Considérons le problème suivant : « Un moteur3 a une puissance utile de 5 kW et un rendement de $\frac{8}{10}$.

Quelle est sa puissance consommée? ». Pour répondre à la question, les élèves ont généralement établi la proportion suivante de façon adéquate $\frac{\text{Pu}}{\text{Pa}} = \frac{5\text{ kW}}{\text{Pa}} = \frac{8}{10}$.

Toutefois, pour déterminer la puissance consommée, certains élèves ont utilisé une procédure erronée et au lieu d'effectuer un produit croisé, ils ont calculé le produit de 5 kW et de $\frac{8}{10}$.

Cet incident nous pousse à nous questionner sur l'apprentissage et l'enseignement du produit croisé, procédure qui permet généralement de traiter les situations de proportionnalité. Cette procédure est peut-être encore en construction chez certains élèves, qui n'en saisissent pas le sens.

Une difficulté en lien avec la conversion des unités de durée

Le septième incident découle d'une difficulté en lien avec la conversion des unités de durée. Pour le traitement de certaines situations, la connaissance des rapports d'équivalence entre les unités est primordiale pour faire les conversions. Or, l'assimilation de la base 60 à la base 10 peut entrainer des difficultés à établir des proportions et à déterminer les valeurs manquantes. Les réponses obtenues par les élèves sont alors en décalage par rapport aux valeurs attendues.

L'absence de raisonnement critique quant à la valeur du rendement énergétique

Le huitième incident didactique témoigne de l'absence de raisonnement critique quant à la valeur du rendement énergétique. Le rendement énergétique est le rapport entre l'efficacité réelle d'un dispositif et son efficacité théorique maximale et se situe toujours dans l'intervalle [0,1]. Le 1 équivaut à un rendement de 100 %, ce qui veut dire que toute l'énergie consommée est transformée en énergie utile. Or, ce concept n'est pas tout à fait compris par certains élèves, car il arrive qu'ils inversent le rapport du rendement énergétique, ce qui leur donne une valeur supérieure à 1.

Les aides apportées aux élèves selon le type proximité utilisé par l'enseignant

L'émergence d'incidents didactiques durant les interactions rend nécessaires les interventions de l'enseignant, qui doit apporter de l'aide et du soutien aux élèves. Dans la section suivante, nous présentons les dix formes d'aide observées durant l'expérimentation et analysées selon le concept de proximité de Bridoux et ses collaborateurs (2015).

Poser des questions pour aider les élèves à repérer les données pertinentes

La première forme d'aide consiste, pour l'enseignant, à poser des questions aux élèves pour les aider à repérer les données utiles au traitement des situations :

> Enseignant : [...] Et on veut le rendement. Et ce qu'on te donne comme renseignement additionnel et c'est très important : la puissance utile est de 1 000 watts. C'est quoi la puissance utile d'après toi?

> Enseignant : Pourquoi tu te bases sur le temps? Pourquoi le temps est si important dans ce problème-là?

L'enseignant vise à soutenir l'apprentissage par des questions dont le but est d'aider les élèves à établir des liens entre certaines données de l'énoncé et la mise en application de la définition du rendement énergétique dans le contexte de la tâche. Cette proximité est de type descendant, car l'intervention de l'enseignant a lieu après le moment d'exposition des connaissances liées au rendement énergétique et favorise la mise en application d'une définition ou d'une procédure dans un contexte particulier.

Clarifier les informations contenues dans un exercice

La deuxième forme d'aide consiste, pour l'enseignant, à clarifier les informations présentes dans l'énoncé :

> Élève : Rendu là, je ne comprends plus
>
> Enseignant : Bien excellent, regarde premièrement tu as trouvé ton énergie utile, Bravo! Là on veut avoir le rendement et le rendement c'est la puissance utile sur la puissance absorbée.
>
> Élève : 1000 (watts) divisé par 120000 (joules)
>
> Enseignant : Attention c'est deux puissances, là tu me parles de l'énergie. Y a-t-il une place où tu as calculé la puissance de l'appareil dans la question #1, c'est le même séchoir.

Cette aide consiste à guider l'élève dans sa démarche et à lui fournir les informations nécessaires pour exécuter la tâche. Elle traduit une proximité horizontale parce qu'elle est locale et parce que la clarification effectuée ne s'inscrit ni dans une démarche inductive, ni dans une démarche déductive. En effet, bien que cette aide ait lieu après le moment d'exposition des connaissances, elle est spontanée et porte sur les interactions « en train de se faire » dans le contexte particulier du problème traité.

Expliquer la procédure à utiliser pour traiter un exercice donné

La troisième forme d'aide consiste, pour l'enseignant, à expliquer aux élèves la procédure à utiliser pour traiter la situation :

> Enseignant : Qu'est-ce que ça t'a donné?
>
> Élève : Rien pantoute.
>
> Enseignant : Parce que tu ne savais pas quoi faire?
>
> Élève : Non.

> Enseignant : Ok. Bien en fait, tu sais que la formule c'est P fois Delta T, ça donne l'énergie. Tu pouvais le faire de cette façon-là, en fait, en intégrant la puissance utile, ce qui t'aurait donné l'énergie utile. Alors 1 000 watts fois 120 secondes ça donne 120 000. Ok? C'était, dans le fond, ça…

En fournissant cette explication, l'enseignant traite la situation à la place de l'élève et lui apporte la réponse. Cette aide témoigne d'une proximité horizontale. En effet, elle est locale et vise le même niveau de vocabulaire, sans généralisation.

Lire l'énoncé des exercices

La quatrième forme d'aide consiste, pour l'enseignant, à lire l'énoncé des situations :

> **Enseignant** : Ok, restez concentrés SVP. Bon. La question 1, je vais vous la lire : Un moteur à essence consomme 9 litres par heure quand il fonctionne. La combustion de chaque litre d'essence produit une énergie de 10 kilowatts/heure. Calculez l'énergie fournie par les 9 litres d'essence. Ce n'est pas très difficile.

Bien qu'elle relève du traitement linguistique, l'intonation de la voix de l'enseignant durant la lecture à haute voix pourrait faciliter le développement d'une compréhension relationnelle chez l'élève, laquelle repose sur la capacité à mettre en relation les données de la situation. Cette forme d'aide témoigne elle aussi d'une proximité horizontale.

Rappeler la question

La cinquième forme d'aide consiste, pour l'enseignant, à rappeler aux élèves la question à laquelle ils doivent répondre :

> Enseignant : La question c'est : Un litre… un litre produit combien d'énergie en kilowatts/heure?

Ce rappel permet à l'enseignant de s'assurer que tous les élèves ont la question en tête. Les élèves peuvent ainsi faire du chaînage arrière et interpréter les données en fonction de la question posée. Cette forme d'aide témoigne également d'une proximité horizontale.

Faire un retour sur la procédure utilisée par un élève

La sixième forme d'aide consiste, pour l'enseignant, à faire un retour sur la procédure utilisée, par un élève, pour traiter une situation donnée :

> Enseignant : […] c'est quoi le calcul qu'il faut faire?
>
> Élève : Produit croisé!

> Enseignant : Ok. (Le prof écrit au tableau). Un litre donne 10 kilowatts/heure. 9 litres donnent combien?
>
> Élève : 90!
>
> Enseignant : C'est un produit croisé! Savez-vous que la plupart des problèmes, là-dedans, se font avec cette règle-là?

L'enseignant part de l'exemple traité pour indiquer aux élèves que la plupart des situations proposées mobilisent la procédure du produit croisé. L'aide est considérée comme une proximité descendante puisqu'elle a lieu après l'institutionnalisation et qu'elle fait appel à l'application de la règle de trois.

Expliquer comment traiter les unités

La septième forme d'aide consiste à expliquer aux élèves comment traiter les unités lorsque la stratégie du retour à l'unité est utilisée pour résoudre une situation de proportionnalité :

> Enseignant : […] Hé, le calcul, le calcul! On revient : 90 kilowatts/heure x 3 600 000 joules. C'est correct? Divisé… Et là j'entends dire : « Oui mais là, tu ne divises pas par le 1! ». Oui, tu divises par 1 kilowatt/heure. Sais-tu pourquoi?
>
> Élève : Non.
>
> Enseignant: Parce que tes kilowatts/heure s'annulent. Qu'est-ce qui reste?
>
> Élève : Des joules.
>
> Enseignant : Des joules. Et qu'est-ce qu'on cherchait?

Ici, l'enseignant montre implicitement aux élèves comment traiter une situation de proportionnalité en utilisant la stratégie du retour à l'unité. En utilisant cette stratégie, l'élève doit tenir compte de l'unité accolée au dénominateur pour arriver, après simplification, au résultat avec l'unité souhaitée. Cette forme d'aide témoigne d'une proximité descendante puisqu'elle montre aux élèves comment appliquer la stratégie du retour à l'unité dans le contexte de la proportionnalité.

Repérer les données et les substituer aux variables pour établir la proportion

La huitième forme d'aide consiste, pour l'enseignant, à repérer les données pertinentes et à les substituer aux variables pour établir la proportion :

> Enseignant : En fait, 2 500 (énergie utile) c'est pour 5 puis le total c'est pour les 16 parties. C'est un produit croisé : 2 500 pour 5, combien pour

> 16? Et ça donne 8 000 (énergie totale). Une fois que tu as trouvé ton 8 000, je pense que le reste est quand même assez simple si je te dis que la moitié sert pour le moteur.

L'enseignant explique à l'élève que, pour trouver l'énergie totale, il faut établir l'égalité suivante :

$$\frac{5}{16} = \frac{2\,500 \text{ Joules}}{\text{Énergie totale}}$$

et déterminer la valeur de l'énergie totale en faisant le produit croisé. Cette intervention traduit une proximité descendante puisqu'il y a d'abord repérage des données, ensuite substitution de ces dernières aux variables et enfin, inscription de ces données dans la formule qui illustre la proportion.

Inciter l'élève à utiliser le pourcentage pour déterminer la moitié d'un nombre

La neuvième forme d'aide consiste, pour l'enseignant, à inciter l'élève à utiliser le pourcentage pour déterminer la moitié d'un nombre :

> Enseignant : C'est encore un produit croisé, tu as dit 8 000 c'est tout, 100 %, combien pour 0,5? [...] Tu as 8 000, ça c'est pour le 100 %. Puis combien pour la moitié? C'est quoi la moitié?
>
> Élève : 50 %, ok, 4 000.

L'aide consiste à montrer à l'élève que « la moitié » peut s'écrire sous forme d'un nombre à virgule (0,5), d'une fraction (½) ou sous la forme d'un pourcentage (50 %). Cette forme d'aide est considérée comme une proximité ascendante puisqu'elle se place entre ce qu'ont pu déjà faire les élèves (50 % de 8000) et les nouvelles transformations d'écriture apportées par l'enseignant (« la moitié » se représente par 0,5 ou ½). Cette aide peut être qualifiée d'horizontale si nous considérons seulement les synonymes du mot « moitié ».

Expliquer comment utiliser les données fractionnaires

La dixième forme d'aide consiste, pour l'enseignant, à prendre un temps d'arrêt pour expliquer le concept de partage en parties égales, dans le sens partie d'un tout d'une fraction, et à donner aux élèves la démarche à suivre :

> Enseignant : Normalement, les pourcentages ne sont pas vraiment une difficulté dans votre tête. Moi je trouve. Mais là on arrive au problème no 3 avec des fractions puis là vous faites comme « Hein ? » mais écoute! Je vais le répéter lentement : le 2 500 joules c'est mon énergie utile excluant les pertes et ça correspond à 5/16. Pense que j'ai une grosse tarte découpée en 16 pointes là, puis 5 pointes de ça là, c'est l'énergie utile. Le reste, les 11 autres pointes, ce sont les pertes.

> Élève : Peux-tu le mettre en nombre décimal?
>
> Enseignant : Tu pourrais le mettre en nombre décimal.
>
> Élève : Genre 0,315?

Cette aide consiste à donner des explications pour rassurer les élèves face aux données fractionnaires de la situation. Toutefois, la transformation des fractions en nombres à virgule est une procédure privilégiée par certains élèves. Cette aide est qualifiée de proximité horizontale.

Le tableau 4 est inspiré des travaux de DeBlois (2016) et offre un aperçu synoptique des formes d'aide observées durant l'enseignement du rendement énergétique et des types de proximité dont elles témoignent.

TABLEAU 4. *Classification des formes d'aide observées selon le type de proximité*

Les types de proximité	Les formes d'aide observées
Proximités horizontales	Clarifier les informations contenues dans un exercice Expliquer la procédure à utiliser pour traiter un exercice donné Lire l'énoncé des exercices Rappeler la question Inciter l'élève à utiliser le pourcentage (50 %) pour déterminer la moitié d'un nombre (Lorsque l'accent est mis sur l'utilisation des synonymes du mot « moitié ») Expliquer comment utiliser les données fractionnaires
Proximités descendantes	Poser des questions pour aider les élèves à repérer les données pertinentes Faire un retour sur la procédure utilisée par un élève Expliquer comment traiter les unités Repérer les données et les substituer aux variables pour établir la proportion
Proximité ascendante	Inciter l'élève à utiliser le pourcentage (50 %) pour déterminer la moitié d'un nombre

Les effets du contrat didactique

Dans le cadre de cette recherche, nous avons relevé trois effets de contrat : le paradoxe du comédien, l'effet Topaze ainsi que l'effet d'une attente incomprise. Nous les exposons dans la section qui suit.

Le paradoxe du comédien

Nous avons observé que par moment, l'enseignant pose des questions et apporte lui-même les réponses attendues :

> Enseignant : […] C'est quoi la puissance utile d'après toi? La puissance utile c'est PU.

> Enseignant : [...] Quelle est l'énergie utile? E est égal à P fois Delta T, donc 120 000 joules.

Comme le rendement énergétique est expliqué et discuté de nouveau, nous pouvons associer l'action de l'enseignant au paradoxe du comédien, et ce, notamment parce qu'il y a exécution et énonciation d'un raisonnement adapté à haute voix par l'enseignant.

L'effet Topaze

Nous avons constaté que l'enseignant a tendance à donner des explications abondantes avant et durant la réalisation de la tâche. Parfois, il fournit aux élèves les formules mathématiques à utiliser, ce qui réduit considérablement les exigences de la tâche :

> Enseignant : Je vais juste vous dire que : il y a deux, trois façons de le faire. [...] Je vais vous dire qu'on l'a utilisé quand même pendant 120 secondes puis la puissance, eh bien tu la connais, la puissance utile : ce sont 1 000 watts. Et ton rendement, ton rendement... va voir la formule du rendement : tu en as deux formules du rendement. Tu as l'énergie utile sur l'énergie consommée ou passive, tu as la puissance utile sur la puissance absorbée. Et ça, ces deux valeurs là, tu les connais aussi.

> Enseignant : Eh bien, c'est de l'énergie, mais tu vas avoir quand même une transformation à faire.

En agissant ainsi, l'enseignant prive l'élève d'agir sur les informations présentées dans la situation et réduit son interaction avec celle-ci. De ce fait, l'enseignant prend en charge la résolution du problème au lieu de laisser l'élève déployer son propre raisonnement. Cette façon de provoquer la réussite de ses élèves, c'est l'effet Topaze du contrat didactique.

L'effet d'une attente incomprise

Enfin, nous avons observé l'effet d'une attente incomprise du contrat didactique sur les interventions de l'enseignant, qui s'attend à ce que ses élèves précisent les unités associées aux résultats obtenus :

> Enseignant : [...] Il y a une affaire qui manque cependant dans ton problème, mon cher ami : les unités. Un c'est quoi, un? Un kilowatt/heure. 90 c'est quoi? Marque kilowatts/heure. Marque 90 kilowatts/heure. Oui, puis 3 600 000 c'est quoi?

Puisque certains élèves expriment leurs réponses sans unité, l'enseignant intervient pour réduire le décalage entre les réponses attendues et les réponses émises.

DISCUSSION

Cette étude avait pour objectif général de décrire et d'analyser les interactions entre un enseignant et ses élèves à propos des fractions et des proportions lors de situations de calcul du rendement énergétique. Trois objectifs spécifiques avaient été formulés :

- Décrire les incidents didactiques qui surviennent lors de l'enseignement du concept de rendement énergétique;
- Analyser les aides apportées aux élèves selon le type de proximité utilisé durant cet enseignement;
- Décrire les effets de contrat qui surviennent durant cet enseignement.

Nous discutons ici des résultats relatifs à chacun de ces objectifs.

Les incidents didactiques

Huit incidents didactiques ont émergé de l'analyse des interactions didactiques. Nous remarquons que la majorité des incidents relevés témoigne d'une difficulté, chez les élèves, à utiliser leurs connaissances sur les fractions et les proportions pour traiter des situations de calcul du rendement énergétique.

Nous notons également une tendance, chez l'enseignant, à intervenir en fonction de la nature et de la fréquence des erreurs commises par les élèves. En effet, lorsqu'une erreur évidente est produite par un élève, l'enseignant lui montre comment procéder pour la corriger. Cependant, lorsqu'une erreur est commise par plusieurs élèves, l'enseignant invite un des élèves à venir au tableau et à réfléchir avec le reste du groupe au traitement la situation. Si l'erreur est liée au rendement énergétique, l'enseignant fait un retour sur le concept et indique aux élèves les formules qui sont nécessaires au traitement de la situation. Devant les données fractionnaires de la tâche, l'enseignant prend un temps d'arrêt pour expliquer le concept de partage en parties égales et pour donner la démarche à suivre. En revanche, quand les élèves démontrent une compréhension du concept mis en jeu, l'enseignant donne des rétroactions pour maintenir leur degré de motivation et les aider dans la poursuite de leur tâche.

Les aides apportées selon le type de proximité

Les incidents didactiques survenus durant l'expérimentation ont donné naissance à dix formes d'aide[4], lesquelles ont été appariées aux trois types de proximité identifiés par Bridoux et ses collaborateurs (2015). Pour

commencer, nous avons constaté une prédominance des formes d'aide associées à une proximité horizontale (six en tout). Ces dernières permettent de soutenir les élèves dans leurs démarches en leur fournissant les informations nécessaires à la poursuite du traitement de la tâche. Ensuite, nous avons pu associer quatre formes d'aide à une proximité descendante. Ce type de proximité est axé sur l'application des formules mathématiques nécessaires pour calculer le rendement énergétique. Les aides apportées sont alors centrées sur la procédure des élèves et sur l'application de la règle fondamentale de la proportion. Enfin, nous avons constaté qu'une seule forme d'aide a pu être appariée à une proximité ascendante, soit « inciter l'élève à utiliser le pourcentage (50 %) pour déterminer la moitié d'un nombre ». Ce constat pourrait s'expliquer par le fait que les situations de calcul du rendement énergétique ont été présentées aux élèves après le moment d'exposition des connaissances et qu'elles permettaient aux élèves de mobiliser et d'utiliser des connaissances mathématiques et scientifiques déjà construites. Cela témoigne d'un enseignement qui met l'accent sur la maîtrise d'une procédure plutôt que sur la construction du sens du savoir.

Les effets de contrat

Nous avons relevé trois effets de contrat : le paradoxe du comédien, l'effet Topaze ainsi que l'effet d'une attente incomprise. Tout d'abord, nous observons la présence de l'effet Topaze lorsque l'enseignant donne des explications aux élèves avant et durant la réalisation de la tâche. Parfois, il va jusqu'à fournir aux élèves les formules mathématiques à utiliser pour traiter les situations. Les élèves s'attendent dès lors à travailler avec aide : ils attendent les directives et les explications de l'enseignant, ont confiance en lui et semblent imiter ses procédures sans faire de liens entre les différents concepts. Cette dynamique réduit l'effort cognitif des élèves, ce qui pourrait affecter leur compréhension (Benrherbal, 2021). Ensuite, il arrive que l'enseignant pose des questions et apporte lui-même les réponses attendues, ce qui constitue une manifestation du paradoxe du comédien. Il accorde peu de temps aux élèves pour réfléchir aux questions et en agissant ainsi, il empêche les élèves de s'engager cognitivement dans la tâche. Enfin, nous constatons l'effet de l'attente incomprise du contrat didactique lorsque l'enseignant s'attend à ce que les élèves donnent les résultats avec les unités, tel que cela est mentionné dans les consignes de l'activité. Il intervient alors afin de réduire le décalage entre les réponses attendues et les réponses émises par ses élèves. En somme, les effets de contrat relevés traduisent la volonté de l'enseignant de maintenir le contrat didactique coûte que coûte, quitte à réduire les exigences des tâches sur le plan mathématique. Ce phénomène a également été observé

dans une autre étude, dans le contexte de l'enseignement du mouvement rectiligne uniformément accéléré en physique (Benrherbal, 2021). En effet, en plus de la prédominance des proximités horizontales, l'activité de l'enseignant indiquait une tendance à réviser à la baisse les objectifs d'apprentissage.

CONCLUSION

Dans cet article, nous avons analysé les interactions entre un enseignant et ses élèves à propos des fractions et des proportions lors de situations de calcul du rendement énergétique. Deux constats ressortent de notre analyse. Premièrement, les incidents didactiques relevés sont pour la plupart liés à des erreurs générées par une utilisation non adéquate de données fractionnaires lors du calcul du rendement énergétique. Les connaissances des élèves en lien avec les fractions et les proportions ont donc une influence sur le traitement des situations de calcul du rendement énergétique. Deuxièmement, l'analyse des données contenues dans l'énoncé semble avoir une influence sur la conversion du texte de l'énoncé en une formulation algébrique sous forme de proportion pour exprimer le rendement énergétique.

Enfin, mobiliser les fractions dans les différentes situations pourrait exiger une conception plus globale qu'une conception locale liée à une institutionnalisation inachevée du savoir : « c'est le problème de l'institutionnalisation du savoir, car le savoir doit être extrait du contexte dans lequel il est apparu pour devenir autonome, négociable avec d'autres. L'institutionnalisation transforme une expérience en un savoir exportable » (Brousseau, 1984). Cette construction locale des savoirs va à l'encontre d'une construction de savoirs mobilisables dans les tâches nouvelles. Cela a sans doute un impact sur les apprentissages des savoirs en jeu lors de l'enseignement du rendement énergétique.

NOTES

1. Cette étape commence au début du mois de novembre et se termine à la fin du mois de janvier.
2. D'après un sujet de BEP Secteur Bâtiment Académie de Limoges Session 1997.
3. D'après sujet de BEP Secteur Bâtiment Académie de Limoges Session 1997.
4. Il est à noter qu'une des formes d'aide a été appariée à deux types de proximité; il s'agit de la forme d'aide consistant à « Inciter l'élève à utiliser le pourcentage (50%) pour déterminer la moitié d'un nombre » selon l'interprétation, elle peut être interprétée comme une aide horizontale ou ascendante.

RÉFÉRENCES

Aldon, G. (2011). *Interactions didactiques dans la classe de mathématiques en environnement numérique: construction et mise à l'épreuve d'un cadre d'analyse exploitant la notion d'incident* (Thèse de doctorat) Université Claude Bernard-Lyon I, France.

Barallobres, G. et Lemoyne, G. (2006). L'enseignement des opérations sur les fractions: une visite commentée de manuels québécois et argentins. Dans Lebrun, M. (Éd.) *Le manuel scolaire. Un outil à multiples facettes*, Presses de l'Université du Québec, 159-189.

Benrherbal, A. (2021). *Comment les situations faisant intervenir les fractions et les proportions en mathématique et en sciences pourront-elles influencer l'apprentissage et l'enseignement de ces disciplines?* (Thèse de doctorat) Université Laval, Canada. http://hdl.handle.net/20.500.11794/69908

Blouin, P. (2002). *Dessine-moi un bateau: la multiplication par un et demi*. Éditions Bande Didactique.

Blouin, P. (1993). *Enseignement de la notion de fraction à des élèves de 1ière secondaire en difficulté d'apprentissage.* (Thèse de doctorat) Université de Montréal, Canada.

Bridoux, S., Chappet-Pariès, M., Grenier-Boley, N., Hache, C. et Robert, A. (2015). *Les Moments d'exposition des Connaissances en mathématiques (secondaire et début de l'université)*. IREM de Paris. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02111575

Brousseau, G. (1983). Obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques, 4*(2), 165-198. https://revue-rdm.com/1983/les-obstacles-epistemologiques-et/

Brousseau, G. (1984). *Le rôle central du contrat didactique dans l'analyse et la construction des situations d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques*. Actes de la 3e école d'été de didactique des mathématiques.

Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique: le milieu. *Recherches en didactique des mathématiques, 9*(9.3), 309-336. https://hal.science/hal-00686012

Brousseau, G. (2009). L'erreur en mathématiques du point de vue didactique. *Tangente éducation,* 7, 4-7. https://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2017/10/Lerreur-en-math%C3%A9matiques-par-Guy-BrousseauMauv.pdf

Brousseau, G. (2010). *Premières découvertes des obstacles épistémologiques et didactiques, en mathématiques*. Dossier thématique no1 Obstacles épistémologiques. Récupéré du site de l'auteur.

Côté, L. (2002). Le symbole « = » … ou comment utiliser un symbole à toutes les sauces ! *Envol, 121*, Octobre-Novembre-Décembre, 15-18.

Couture, E. (2017). *Motivation scolaire: élaboration d'un dispositif d'intervention sur les difficultés des élèves en apprentissage des nombres rationnels*. (Mémoire de maîtrise) Université Laval, Canada.

DeBlois, L. (2016). *Behavioural Difficulties Could Come From Learning Difficulties: Why And How Intervene In Math Class*. Communication présentée au 13th International Congress on Mathematical Education, Hamburg, Germany. https://www.fse.ulaval.ca/fichiers/site_fse2015/documents/Actualite/2deblois-ICME-13-PAPER_5.pdf

Desjardins, M., et Hétu, J. C. (1974). *L'activité mathématique dans l'enseignement des fractions Par Michel Desjardins et Jean-Claude Hétu*. Presses de l'Université du Québec.

Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 7(2), 5-31. https://revue-rdm.com/1986/jeux-de-cadres-et-dialectique/

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Peter Lang.

Gabriel, F. C., Coché, F., Szucs, D., Carette, V., Rey, B., et Content, A. (2013). A componential view of children's difficulties in learning fractions. *Frontiers in psychology*, *4*, 715. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00715

Jonnaert, P., & Vander Borght, C. (1999). *Créer des conditions d'apprentissage. Un cadre de référence socioconstructiviste pour une formation didactique des savoirs*. De Boeck Université.

Kieren. (1980). The rational number construct: Its elements and mechanisms. Dans Kieren (Éd.) *Recent research on number learning* (p. 125-149). ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.

Kieren. (1988). Personal knowledge of rational numbers. Dans J. Hierbert et M. Behr (Éd.) *Numbers concepts and operation in the middle grade* (p. 1-18). Erlbaum, National Council of Teachers of Mathematics.

Lessard, G. (2011). *Acculturation institutionnelle du chercheur, de l'enseignant et des élèves de 1re secondaire présentant des difficultés d'apprentissage dans la conception et la gestion de situations-problèmes impliquant des nombres rationnels*. (Thèse de doctorat) Université de Montréal, Canada.

MEES (2020). *PROGRAMME DE FORMATION DE L'ÉCOLE QUÉBÉCOISE : Progression des apprentissages Science et technologie, 4e année du secondaire*. https://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/education/jeunes/PDA_2021-2022-PFEQ_Science_ST_secondaire_4.pdf

MEQ (2001). *Programme de formation de l'école québécoise*. Ministère de l'Éducation du Québec.

Ni, Y., et Zhou, Y.-D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational psychologist*, *40*(1), 27-52. https://doi.org/10.1207/s15326985ep4001_3

Robert, A. et Vandebrouck, F. (2014). Proximités-en-acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : analyses de séances sur des tâches complexes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *34*, 239-285. https://revue-rdm.com/2014/proximites-en-acte-mises-en-jeu-en/

Roditi, E. (2003). Régularité et variabilité des pratiques ordinaires d'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques*, *23*(2), 183-216. https://shs.hal.science/halshs-00349723/document

Roditi, E. (2005). *Les pratiques enseignantes en mathématiques. Entre contraintes et liberté pédagogique*. L'Harmattan.

Rogalski, J. (2000). *Y a-t-il un pilote dans la classe? Approche de psychologie ergonomique de l'activité de l'enseignant*. ARDM, Actes du Séminaire National de Didactique des mathématiques. La Pensée Sauvage.

Thomas, D. R. (2006). A general inductive approach for analyzing qualitative evaluation data. *American journal of evaluation*, *27*(2), 237-246. https://doi.org/10.1177/1098214005283 7

Vamvakoussi, X., et al., e. (2012). Naturally biased? In search for reaction time evidence for a natural number bias in adults. *The Journal of Mathematical Behavior*, *31*(3), 344-355. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2012.02.001

Van Hoof, J., Janssen, R., Verschaffel, L., et Van Dooren, W. (2015). Inhibiting natural knowledge in fourth graders: towards a comprehensive test instrument. *ZDM Mathematics Education*, *47*(5), 849-857. https://doi.org/10.1007/s11858-014-0650-7

Vergnaud, G. (1981). *L'enfant, la mathématique et la réalité : problèmes de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire*. P. Lang.

BENRHERBAL ABDERRAHMANE, titulaire d'un doctorat en didactique des mathématiques de l'Université Laval, ainsi que d'une maîtrise et d'un baccalauréat en didactique des mathématiques de l'Université du Québec à Rimouski, est un chercheur actif dans le domaine de la didactique des mathématiques et des sciences. Ses recherches, soutenues par l'agence universitaire de la francophonie et le social innovation lab (UM6P-Maroc), portent sur la qualité de l'enseignement et de la formation des enseignants, au niveau national et international. Ses intérêts incluent l'enseignement des STIM, la formation des enseignants, l'enseignement des sciences, l'utilisation des technologies éducatives, et l'amélioration des établissements scolaires. Il a dirigé et participé à divers projets de recherche visant à améliorer ces domaines. abderrahmane.benrherbal@um6p.ma

MIRANDA RIOUX est professeure de didactique des mathématiques à l'Université du Québec à Rimouski et est impliquée dans la formation à l'enseignement des mathématiques des futurs enseignants au primaire. Détentrice d'un doctorat en didactique de l'Université de Montréal, ses intérêts de recherche portent sur la formation des maîtres ainsi que sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques au préscolaire et au primaire. Elle s'intéresse de façon plus particulière à l'enseignement des STIM, au rôle joué par l'intuition en résolution de problèmes ainsi qu'à l'enseignement et à l'apprentissage de l'estimation. miranda_rioux@uqar.ca

BENRHERBAL ABDERRAHMANE holds a doctorate in mathematics didactics from Université Laval and a master's and bachelor's degree in mathematics didactics from the Université du Québec à Rimouski. He is an active researcher in the field of mathematics and science didactics. His research, supported by the Agence universitaire de la francophonie and the social innovation lab (UM6P-Morocco), focuses on the quality of teaching and teacher training at the national and international levels. His interests include STEM education, teacher training, science education, the use of educational technologies, and school improvement. He has led and participated in various research projects aimed at improving these areas. abderrahmane.benrherbal@um6p.ma

MIRANDA RIOUX is a professor of mathematics didactics at the Université du Québec a Rimouski and is involved in the teaching of mathematics for future elementary school teachers. Holder of a doctorate in didactics from the Université de Montréal, her research interests focus on teacher training and learning of mathematics at the preschool and elementary levels. She is particularly interested in STEM education, the role of intuition in problem solving, and the teaching and learning of estimation. miranda_rioux@uqar.ca