

# Modélisation numérique des échanges hydrauliques et thermiques entre rivière et nappe alluviale

## Numerical modeling of the hydraulic and thermal exchanges between river and aquifer

M. Poulin

Volume 1, Number 1-2, 1988

URI: <https://id.erudit.org/iderudit/705005ar>

DOI: <https://doi.org/10.7202/705005ar>

[See table of contents](#)

Publisher(s)

Université du Québec - INRS-Eau, Terre et Environnement (INRS-ETE)

ISSN

0992-7158 (print)

1718-8598 (digital)

[Explore this journal](#)

Cite this article

Poulin, M. (1988). Modélisation numérique des échanges hydrauliques et thermiques entre rivière et nappe alluviale. *Revue des sciences de l'eau / Journal of Water Science*, 1(1-2), 107–128. <https://doi.org/10.7202/705005ar>

Article abstract

In the plain, rivers are generally connected to an aquifer, with water exchanges occurring between the two in both directions. In order to quantify the water and heat exchanges a model based on a cross-section of the alluvial aquifer was designed. A parameter study was conducted with this model to draw nomograms pointing to a broad range of application of the results. These results are expressed in terms of the following parameters :

- hydraulic conductivity of the aquifer,

- slope of the hydraulic head in the aquifer,

- geometric ratios describing the river-aquifer contact and thicknesses of the saturated and unsaturated parts of the aquifer.

First the water discharges and corresponding heat transfers from the aquifer toward the river are estimated. This factor of the thermal balance of the river, usually neglected, is important in order to avoid systematic errors when modeling the thermal behaviour of the river. Restricting the energy balance of a river to the exchanges through the water-atmosphere interface, thus neglecting the inputs of water from the aquifer which is colder than the river in summer and warmer in winter, lead to a biased calibration of the river thermal modes.

On the other hand, the river affects the thermal behaviour of the aquifer, since the annual fluctuations of this temperature are greater important than the temperature fluctuations in the aquifer. When river and aquifer only exchange heat by conduction, the river influences the aquifer in a very restricted zone, only a few metres away from the bank. As soon as the river water enters the aquifer however, the thermal influence of the river may extend to several hundreds metres from the bank.

The effect on the aquifer of an artificial increase in the river temperature was then simulated to produce situation at steady state for one or two years. The resulting increase in the aquifer temperature is calculated for a cross section. Results are gathered on monograms giving the distance between the river bank and the site where the temperature increase in the aquifer equals 50 % of the temperature increase of the river. This distance depends on the following main variables : water velocity in the aquifer, thickness of the saturated and unsaturated parts of the aquifer.

Finally we have shown that the thermal balance of a river should include heat exchanges with the alluvial aquifer, when noticeable inputs from the aquifer exist. Thermal modifications in the alluvial aquifer, due to water advection from the river are also reported.

The search for wide applications of the results led us to simplify the actual configurations of the shape of the system and its hydraulic and thermal boundary conditions. At a given site the direction of the water fluxes between river and aquifer may change several times a year and transient hydraulic conditions will have to be considered in some real cases.

Applications of these findings may be made, for example, in the fields of water supply or for a heat pump using water from this type of river-aquifer system.

# Modélisation numérique des échanges hydrauliques et thermiques entre rivière et nappe alluviale

Numerical modeling of the hydraulic and thermal exchanges  
between river and aquifer

---

M. POULIN (1)

---

## RÉSUMÉ

Dans les régions de plaine, la présence d'un cours d'eau s'accompagne généralement de celle d'une nappe alluviale. Des échanges entre nappe et rivière ont lieu à travers le fond du lit et les berges. Ces écoulements ont une influence sur leur régime thermique respectif. Dans un premier temps, afin de préciser ce terme souvent négligé du bilan thermique des cours d'eau, nous avons calculé, à l'aide d'un modèle numérique, le débit et les apports thermiques correspondants en provenance de la nappe lorsque la nappe alimente la rivière. Les résultats sont fonction de paramètres décrivant la forme du système, de la perméabilité de la couche aquifère et de la pente de la surface piézométrique. A l'inverse, lorsque le cours d'eau alimente la nappe de façon permanente, le régime thermique du cours d'eau, dont les fluctuations annuelles sont plus marquées que celles de la nappe, est susceptible d'influencer celui de la nappe. Nous avons également simulé cette influence. De plus, on a envisagé l'effet sur la nappe d'un échauffement du cours d'eau au-dessus de sa température naturelle. Des abaques ont été tracés pour regrouper les résultats. Ils permettent de connaître pour un grand nombre de situations, la distance depuis la rive à laquelle subsiste un échauffement dans l'aquifère égal à la moitié de l'échauffement de la rivière.

Mots-clés : *rivière, aquifère, échanges, chaleur, échauffement.*

---

(1) Centre d'Informatique Géologique. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris - 35 rue Saint-Honoré F 77305 Fontainebleau, France.

## SUMMARY

In the plain, rivers are generally connected to an aquifer, with water exchanges occurring between the two in both directions. In order to quantify the water and heat exchanges a model based on a cross-section of the alluvial aquifer was designed. A parameter study was conducted with this model to draw nomograms pointing to a broad range of application of the results. These results are expressed in terms of the following parameters :

- hydraulic conductivity of the aquifer,
- slope of the hydraulic head in the aquifer,
- geometric ratios describing the river-aquifer contact and thicknesses of the saturated and unsaturated parts of the aquifer.

First the water discharges and corresponding heat transfers from the aquifer toward the river are estimated. This factor of the thermal balance of the river, usually neglected, is important in order to avoid systematic errors when modeling the thermal behaviour of the river. Restricting the energy balance of a river to the exchanges through the water-atmosphere interface, thus neglecting the inputs of water from the aquifer which is colder than the river in summer and warmer in winter, lead to a biased calibration of the river thermal model.

On the other hand, the river affects the thermal behaviour of the aquifer, since the annual fluctuations of this temperature are greater important than the temperature fluctuations in the aquifer. When river and aquifer only exchange heat by conduction, the river influences the aquifer in a very restricted zone, only a few metres away from the bank. As soon as the river water enters the aquifer however, the thermal influence of the river may extend to several hundreds metres from the bank.

The effect on the aquifer of an artificial increase in the river temperature was then simulated to produce situation at steady state for one or two years. The resulting increase in the aquifer temperature is calculated for a cross section. Results are gathered on nomograms giving the distance between the river bank and the site where the temperature increase in the aquifer equals 50 % of the temperature increase of the river. This distance depends on the following main variables : water velocity in the aquifer, thickness of the saturated and unsaturated parts of the aquifer.

Finally we have shown that the thermal balance of a river should include heat exchanges with the alluvial aquifer, when noticeable inputs from the aquifer exist. Thermal modifications in the alluvial aquifer, due to water advection from the river are also reported.

The search for wide applications of the results led us to simplify the actual configurations of the shape of the system and its hydraulic and thermal boundary conditions. At a

given site the direction of the water fluxes between river and aquifer may change several times a year and transient hydraulic conditions will have to be considered in some real cases.

Applications of these findings may be made, for example, in the fields of water supply or for a heat pump using water from this type of river-aquifer system.

Key-words : *river, aquifer, exchanges, heat, temperature increase.*

---

## 1 - INTRODUCTION

---

En plaine, cours d'eau et nappe alluviale sont souvent connectés et des circulations d'eau peuvent s'effectuer pour un site donné dans l'un ou l'autre sens, selon des conditions d'alimentation et de drainage de la nappe et les variations de la cote de la surface du cours d'eau. Ces conditions d'alimentation peuvent varier selon un cycle annuel ou avec une fréquence plus grande. Les circulations d'eau entre nappe et rivière correspondent également à des échanges de chaleur, leurs régimes thermiques étant différents (MÉGNIEU, 1976). Les variations de température des cours d'eau résultent de phénomènes naturels et des activités humaines. Les nappes alluviales ont une température peu variable dès qu'elles sont situées à une distance de la surface du sol de quelques mètres. Nous avons entrepris au cours de cette étude l'évaluation par modèle mathématique des transferts thermiques entre nappes et rivières.

Quand on établit le bilan thermique d'un cours d'eau, il est courant de négliger les échanges de chaleur avec le lit qu'il s'agisse des échanges par conduction avec le fond ou encore des quantités de chaleur apportées par l'eau de la nappe. SMITZ (1975) a montré par un calcul de conduction dans le sol que le fait de négliger ce terme du bilan introduisait un biais saisonnier pouvant conduire à une erreur de 2 °C sur la température calculée. Nous nous proposons de déterminer en fonction d'un nombre restreint de paramètres le débit s'écoulant d'un aquifère vers le cours d'eau qui le draine et ainsi d'évaluer l'incidence de ce phénomène dans le bilan thermique du cours d'eau. Réciproquement, lorsque la nappe est alimentée par l'eau du fleuve, le régime thermique de la nappe dépend de celui de la rivière au moins au voisinage de la rive. Ce phénomène s'observe dans les stations de pompage situées en bordure de cours d'eau. Cependant, la température d'une nappe dépend aussi, au moins superficiellement, des échanges thermiques avec l'atmosphère. A ces phénomènes naturels se superpose éventuellement l'effet sur la nappe d'un échauffement de la rivière au-dessus de sa température naturelle (échauffement d'origine anthropique).

Finalement, nous avons à résoudre deux types de problèmes : évaluation du débit échangé entre nappe et rivière, évolution des températures du système constitué par la nappe et ses limites naturelles. A cette fin, nous avons choisi d'étudier une coupe transversale par rapport à l'axe du cours d'eau (figure 1). La rivière est en contact avec une nappe supposée libre surmontée d'une zone non saturée et limitée vers le bas par un horizon imperméable.

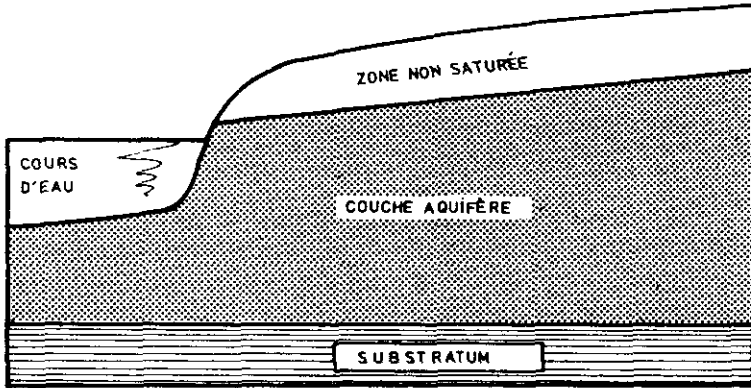


Figure 1.- Système étudié

## 2 - EQUATIONS REPRESENTATIVES DES PHÉNOMÈNES

Il est possible de formuler séparément les phénomènes d'écoulement et de transfert thermique : les interactions seront ensuite précisées.

### 2-1 Equation de l'écoulement en milieu poreux

Pour le cas d'un fluide incompressible, la loi de Darcy s'écrit :

$$\vec{U} = -K \text{ grad } h \quad (1)$$

$U$  : Vitesse de Darcy ( $m.s^{-1}$ ),

$K$  : Coefficient de perméabilité ( $m.s^{-1}$ ),

$h$  : Charge hydraulique (m)

$$h = z + p, \quad (2)$$

$z$  : Cote (axe orienté vers le haut) (m),

$p$  : Pression du fluide exprimée en hauteur d'eau (m).

En nappe libre, tout écoulement transitoire est lié à un mouvement de la surface libre. On résoud alors une équation intégrée sur la verticale qui, lorsque le substratum, pris comme origine des cotes, est horizontal, peut s'écrire (DE MARSILY, 1981) :

$$\frac{\partial}{\partial x} [K_{xx} h \frac{\partial h}{\partial x}] + \frac{\partial}{\partial y} [K_{yy} h \frac{\partial h}{\partial y}] = \omega \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3)$$

$\omega$  : Porosité.

## 2-2 Equation du transfert thermique

Le transfert thermique en milieu poreux peut se décomposer en trois mécanismes : transport par le fluide, conduction dans la matrice solide, échange de chaleur entre le fluide et la matrice solide. Pratiquement, on fait l'hypothèse que les échanges entre fluide et solide sont instantanés. En effet, HOUBEURT *et al.*, (1985) ont montré que l'égalisation des températures s'effectue en moins d'une minute lorsque la granulométrie du milieu poreux est égale à 1 mm et en moins de deux heures pour une granulométrie de 10 cm. Alors l'équation de conservation de la chaleur peut être décrite pour un volume élémentaire du milieu équivalent composé du fluide et du milieu poreux. Soit :

$$\operatorname{div} (\lambda \vec{\operatorname{grad}} T) - \gamma_f \operatorname{div} (\vec{TU}) = \gamma \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4)$$

Le second membre est le regroupement suivant :

$$\gamma \frac{\partial T}{\partial t} = \omega \gamma_f \frac{\partial T}{\partial t} + (1 - \omega) \gamma_s \frac{\partial T}{\partial t}$$

T : Température du fluide et du solide,

$\gamma, \gamma_f, \gamma_s$  : Capacités calorifiques respectives du milieu équivalent, du fluide et du solide,

$\lambda$  : Tenseur de conductivité thermique,

$\omega$  : Porosité.

Le tenseur de conductivité thermique regroupe la conductivité isotrope  $\lambda_0$  de l'ensemble solide et fluide immobile avec une conductivité fictive anisotrope liée à l'hétérogénéité de la vitesse et fonction linéaire de cette vitesse (LEDOUX, CLOUET D'ORVAL, 1977 ; LANDEL, SAUTY, 1978).

$$\lambda = \lambda_0 + \beta |\vec{U}| \gamma_f$$

Il résulte de ces hypothèses que le front thermique se déplace

avec une vitesse  $\frac{\gamma_f}{\gamma} |\vec{U}|, \frac{\gamma_f}{\gamma}$  exprimant un retard (dû aux échanges solide-fluide) par rapport au front d'un traceur qui se déplacerait à la vitesse  $\frac{\vec{U}}{\omega}$ ,  $\vec{U}$  étant la vitesse de Darcy et  $\omega$  la porosité.

Un transfert de chaleur par conduction a lieu dans la zone non saturée ainsi que dans le substratum. Dans ce cas, l'équation de conservation de la chaleur pour un volume élémentaire s'écrit :

$$\operatorname{div} (\lambda_{ep} \vec{\operatorname{grad}} T) = \gamma_{ep} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5)$$

$\lambda_{ep}$  : Tenseur de conductivité des zones adjacentes,

$\gamma_{ep}$  : Capacité calorifique.

### 2-3 Couplage des équations d'écoulement et de transfert thermique

Les équations d'état du fluide réalisent le couplage entre les équations précédentes.

$$\begin{aligned} \rho &= \rho(T, p) \\ \mu &= \mu(T) \\ \gamma &= \gamma(T) \\ \gamma_f &= \gamma_f(T) \end{aligned} \tag{6}$$

En toute rigueur, ce système d'équations nécessite une résolution simultanée de l'écoulement et du transfert de chaleur. En effet, la température du milieu matrice-fluide influence la masse volumique  $\rho$  et la viscosité  $\mu$  du fluide et ainsi que la perméabilité. Cependant, la résolution à chaque pas de temps des équations d'écoulement et de transfert thermique serait très onéreuse du point de vue temps de calcul. Comme par ailleurs notre étude porte sur des perturbations thermiques de faible amplitude, le système d'équations est résolu en deux étapes. Le problème d'écoulement est traité en régime permanent. Cette étape permet de déterminer le champ de potentiel. Partant de ce résultat qui permet de calculer le champ de vitesse, on résout l'équation du transfert de chaleur en régime transitoire. Les conditions aux limites consistent en des températures imposées dont les valeurs sont calculées à l'aide de lois de variation représentatives des cycles annuels de température de l'air et de l'eau du fleuve.

### 2-4 Résolution des équations d'écoulement et de transfert thermique

Les équations relatives à l'écoulement et au transfert de chaleur sont résolues par la méthode des éléments finis avec formulation de Galerkin.

Nous avons utilisé un code de calcul développé à l'École des Mines par GOBLET (1981). Ce code permet de résoudre les équations susceptibles de se ramener à une équation de convection-dispersion (GOBLET, 1981). Pour cette étude, les équations d'écoulement et de transfert thermique sont résolues successivement.

---

## 3 - SCHÉMATISATION ET HYPOTHÈSES

---

Après nous être assurés de leur réalisme, nous avons été conduits à émettre un certain nombre d'hypothèses concernant l'ensemble des phénomènes. Nous avons également procédé à une schématisation du domaine d'étude afin de permettre l'adaptation des résultats à un grand nombre de situations réelles.

### 3-1 Schématisation et hypothèses concernant l'écoulement

L'écoulement dans la nappe est supposé perpendiculaire à l'axe longitudinal du cours d'eau. De plus, l'étude porte sur une seule rive et le lit est partagé par un plan vertical passant par l'axe du cours d'eau.

Ce plan correspond à une limite à flux nul. A l'intérieur de ce domaine, on distingue trois zones principales pour lesquelles nous avons adopté une représentation simplifiée que nous justifierons.

La zone intermédiaire ou couche aquifère (figure 2) est le lieu de l'écoulement. Elle est limitée verticalement côté cours d'eau par une limite à flux nul. Le fond du cours d'eau et la rive constituent une limite à charge imposée ( $h_1$ ). Nous ne nous préoccupons pas des conditions d'alimentation ou d'évacuation de l'eau à travers la limite verticale du côté de l'aquifère, nous y imposons simplement une valeur de la charge ( $h_2$ ).

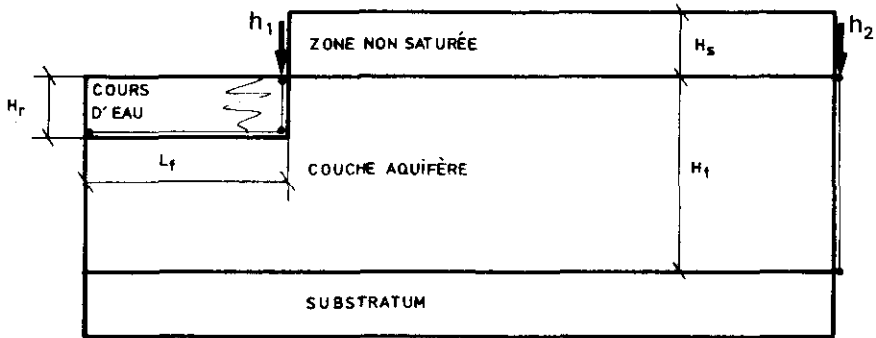


Figure 2.- Schématisation du système

L'alimentation à la surface du sol, par ruissellement ou par infiltration, due à des précipitations n'est pas envisagée.

Afin de nous rapprocher autant que possible des conditions naturelles les plus fréquentes, nous avons supposé que la perméabilité horizontale est 10 fois plus grande que la perméabilité verticale. Cette hypothèse détermine la répartition entre le fond et la rive des débits échangés entre la rivière et la nappe. La perméabilité peut être évaluée pour ce type d'aquifère par essais de débits.

La schématisation adoptée permet de prendre en considération un éventuel colmatage du fond de la rive. En effet, si la vitesse d'écoulement de l'eau dans la partie non colmatée de l'aquifère dépend de l'épaisseur et de la perméabilité de la zone colmatée il est toutefois possible de la déterminer à partir des seules valeurs de perméabilité et de la pente de la surface piézométrique en zone non colmatée (figure 3).

Pratiquement, la mesure de la pente de la surface piézométrique s'effectuera à l'aide de deux piézomètres suffisamment éloignés l'un de l'autre et situés en dehors de la zone colmatée.

Les nappes libres alluviales qui sont l'objet de l'étude se caractérisent par de faibles gradients d'écoulement et donc par des pentes de la surface piézométrique peu importantes. En conséquence, nous supposons qu'il est toujours possible de représenter la surface piézométrique par une seule droite horizontale sans que cela nuise notablement à la



précision du calcul. La valeur mesurée de la pente de cette surface est prise en compte au niveau du calcul sous la forme d'une condition du type charge imposée variant linéairement avec la distance à la rive.

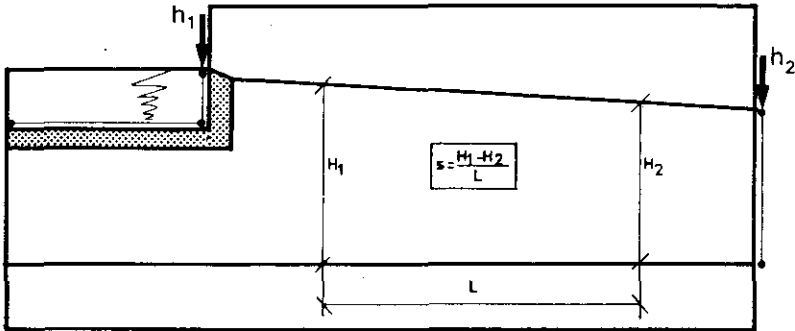


Figure 3.- Représentation de la zone colmatée

Ces hypothèses étant faites il reste à déterminer des rapports de similitude géométrique qui permettent la généralisation des résultats à des cas de terrain apparentés au système étudié. Le débit circulant dans l'aquifère est en première approximation proportionnel à la section offerte à l'écoulement c'est-à-dire à l'épaisseur de la nappe libre ( $H_t$  sur la figure 2). La hauteur de rive ( $H_r$ , figure 2) et la largeur du fond ( $L_f$ , figure 2) ont une influence sur la valeur du débit en raison de l'anisotropie adoptée pour la perméabilité.

Finalement le débit se calcule en fonction des paramètres suivants :

$K$  : Perméabilité ( $m.s^{-1}$ ),

$s$  : Pente de la surface piézométrique ( $m.m^{-1}$ ),

$H_t$  : Epaisseur de l'aquifère (m),

$H_t/H_r$  : Rapports de forme du système.

$L_f/H_r$  :

### 3-2 Schématisation et hypothèses concernant le transfert thermique de la rivière vers la nappe

Nous voulons étudier l'influence du régime thermique, naturel ou perturbé, de la rivière sur celui de la nappe. A cette fin, l'écoulement de la rivière vers la nappe est supposé permanent et des hypothèses sont émises sur la loi de variation de la température du cours d'eau. Au sein de l'aquifère les échanges de chaleur se font par advection et dispersion. De plus, des échanges conductifs ont lieu avec l'atmosphère à travers le non saturé surmontant la nappe et également avec le substratum.

Les échanges conductifs à travers le non saturé entre la nappe et l'atmosphère peuvent être calculés par l'équation (4). Sur la limite supérieure du système, celle-ci schématisant la surface du sol, nous imposons une variation par paliers de la température, chaque palier

correspondant à une valeur moyenne sur quelques pas de temps (par exemple une valeur mensuelle). On montre que cette condition fournit des résultats semblables pour ce type de système à ceux qui résulteraient de la prise en compte dans le calcul du bilan des flux thermiques arrivant à la surface du sol (IRIS, 1980). Nous testerons l'influence de l'épaisseur du sol non saturé (notée  $H_s$  sur la figure 2).

De même au contact de l'aquifère et du substratum imperméables, les échanges thermiques sont purement conductifs. On veille à ce que l'épaisseur de la zone imperméable prise en compte par le modèle soit d'épaisseur suffisante pour que les points situés au voisinage de la limite inférieure du maillage ne voient pas leur température affectée par celle de l'eau circulant dans l'aquifère. Il est alors possible d'imposer à la limite inférieure du système une température constante et égale à la température du milieu ne subissant pas de perturbation. On simule ainsi une condition de flux thermique nul.

Enfin, sur la partie "aval" du maillage (ligne verticale à droite de la figure 3), nous imposons une condition de flux libre. Sur l'axe de symétrie (ligne verticale à gauche de la figure 2) le flux est évidemment nul.

Justifions les hypothèses relatives aux fonctions représentatives des températures de l'eau et de l'air imposées aux limites.

En l'absence de perturbations anthropiques, le système global constitué de la nappe, du cours d'eau et de l'atmosphère sus-jacente peut être considéré comme un ensemble en équilibre thermique. Ceci peut se traduire par l'égalité des températures moyennes de chaque sous-système lorsque le calcul des moyennes est fait sur un intervalle de un ou plusieurs cycles annuels.

Cependant, chaque partie de ce système a un comportement propre. L'air atmosphérique au voisinage du sol est sujet à de fortes variations journalières de température, son inertie thermique est faible. Le cours d'eau possède une inertie thermique plus grande et les fluctuations de sa température ont une moins grande amplitude. L'aquifère (en l'absence d'écoulement) et le sol, du fait que les échanges thermiques y ont lieu par conduction, ont une température faiblement variable s'écartant au plus de quelques degrés de la moyenne annuelle. En revanche, dès que s'établit une circulation dans l'aquifère lorsque, par exemple, ce dernier est alimenté par un cours d'eau, les phénomènes de convection et de dispersion favorisent les transferts thermiques. Cependant, comme l'inertie thermique de l'aquifère reste grande et que nous nous intéressons aux variations de température à l'échelle de la semaine voire du mois, nous avons supposé que les variations annuelles de température de l'air et du cours d'eau pouvaient être représentées par une fonction sinusoïdale de périodicité annuelle. De plus, en pratique, les valeurs de température imposées aux limites (fond, rive et surface du sol) seront des valeurs moyennes mensuelles (figures 4 et 5). Pour simuler un échauffement de la nappe dû à un échauffement du cours d'eau au-dessus de sa température naturelle, nous ajouterons à ces valeurs moyennes mensuelles la valeur de l'échauffement considéré comme constant au cours de l'année.

Il convient de remarquer au sujet du colmatage du fond et des rives qu'il n'intervient pas du point de vue strictement thermique. En effet, les paramètres descriptifs des propriétés thermiques de la zone colmatée ne sont pas sensiblement différents de ceux relatifs à l'ensemble de l'aquifère. Par contre, le colmatage intervient et est pris en compte

par le modèle sur le plan de l'écoulement. Le colmatage n'influence donc finalement le comportement thermique du système que dans la mesure où il modifie la valeur de la vitesse d'écoulement de l'eau sur l'ensemble de l'aquifère.

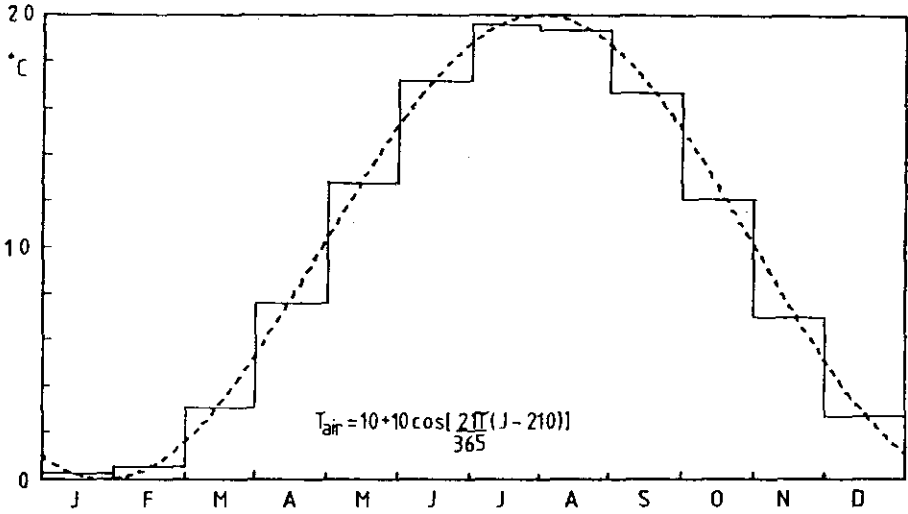


Figure 4.- Fonction de variation de la température de l'air

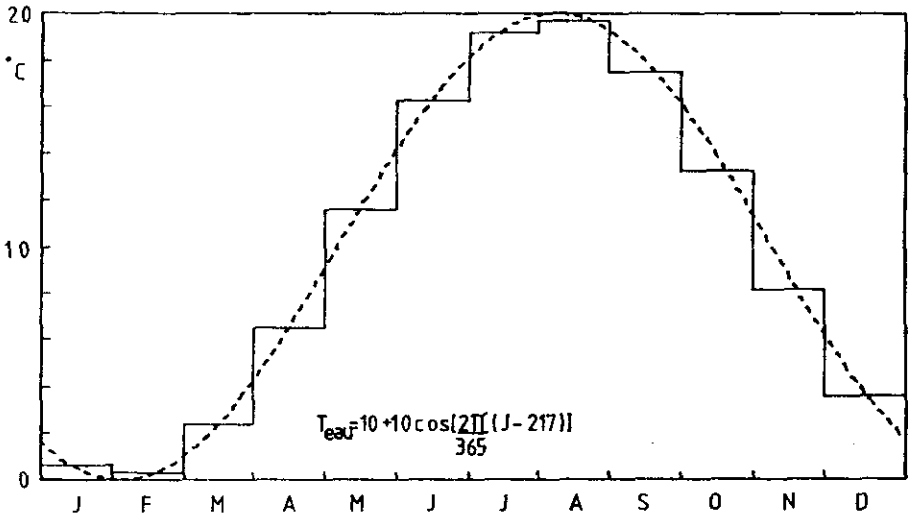


Figure 5.- Fonction de variation de la température de l'eau du cours d'eau

Les paramètres thermiques figurant dans les équations sont assez peu variables d'un milieu à l'autre et nous avons par conséquent adopté des valeurs moyennes pour chacun d'eux. Soient :

Conductivité thermique au repos	$\lambda_o = 2,1 \text{ Wm}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
Conductivité thermique des "épontes"	$\lambda_{ep} = 2,1 \text{ Wm}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
Capacité calorifique du milieu équivalent	$\gamma = 2,1 \cdot 10^6 \text{ Jm}^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
Capacité calorifique des "épontes"	$\gamma_{ep} = 2,1 \cdot 10^6 \text{ Jm}^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

Sous ces hypothèses, il est possible de simuler la perturbation thermique que subit un aquifère alimenté par un cours d'eau pendant un ou plusieurs cycles annuels. Il est également possible de déterminer l'effet d'un échauffement du cours d'eau au-dessus de sa température naturelle.

### 3-3 Discrétisation spatiale et temporelle

Le problème d'écoulement ne nécessite pas de précautions particulières quant à la dimension des mailles. Pour être bien décrites par le calcul certaines zones du maillage requièrent cependant une discrétisation spatiale assez fine.

Le problème thermique est plus exigeant au point de vue taille des mailles. Si le maillage n'est pas approprié, il en résulte des oscillations numériques pouvant conduire à la divergence de la solution. Si on écrit l'équation du transfert thermique sous la forme condensée suivante :

$$\text{div} (\lambda \vec{\text{grad}} T) - \gamma_f \text{div} (\vec{UT}) = \gamma \frac{\partial T}{\partial t}$$

La diffusivité intrinsèque est définie par :

$$\alpha = \frac{\lambda}{\vec{U} \gamma_f}$$

alors la longueur  $\Delta x$  des mailles suivant la direction de l'écoulement doit vérifier la relation :

$$\Delta x < 2\alpha$$

Cette condition doit être respectée dans les zones de fortes variations de vitesse mais une discrétisation spatiale plus grossière suffit dans les zones moins contrastées.

Le maillage adopté est approprié à chaque cas étudié en fonction de la valeur de la vitesse de Darcy  $\vec{U}$  et de la valeur de la diffusivité intrinsèque  $\alpha$ . Pour le cas le plus contraignant où il est nécessaire de décrire un champ ayant une extension horizontale de 550 mètres, le nombre de mailles est de 711.

Enfin en régime transitoire, il faut respecter une condition de durée du pas de temps par rapport à la taille des mailles : la distance parcourue par le front thermique en un pas de temps doit être inférieure à un pas d'espace. Ce qui nous fournit la valeur du pas de temps maximal.

### 3-4 Validation des calculs

Le modèle METIS que nous utilisons pour cette étude a fait l'objet de procédures d'intercomparaisons avec des solutions analytiques et des codes numériques (INTRACOIN, 1984). Il a été possible de montrer que la précision des calculs est excellente lorsque les conditions d'emploi concernant les discrétisations spatiale et temporelle sont respectées, ce que nous avons explicité au paragraphe 3-3.

## RÉSULTATS

### 4-1 Résultats du problème d'écoulement

Le débit échangé entre nappe et rivière, dans un sens ou l'autre car le problème est symétrique, ne dépend, sous les hypothèses énoncées, que du tenseur de perméabilité  $K$ , de la pente de la surface piézométrique  $s$ , de la section offerte à l'écoulement égale ici pour une longueur de un mètre de rive à l'épaisseur  $H_t$  de l'aquifère et des rapports de forme du système  $H_t/H_r$  et  $L_f/H_r$ .

Pratiquement, nous avons retenu une expression du débit en fonction des différents paramètres qui permet une généralisation des résultats obtenus. Soit :

$$q = q_0 f(H_t/H_r) g(L_f/H_r)$$

avec :

$$q_0 = K_x s H_t$$

$K_x$  est la perméabilité horizontale de l'aquifère.

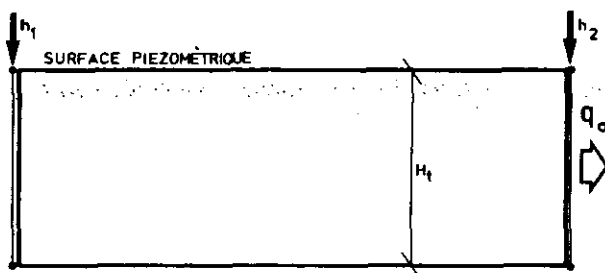


Figure 6.- Configuration relative à  $q_0$

Les fonctions  $f(H_t/H_r)$  prennent en compte les rapports de forme du système étudié mais aussi sa géométrie et l'anisotropie de la perméabilité (qui est ici constante et égale à  $K_x/K_z = 10$ ). Elles interviennent en quelque sorte comme des facteurs correctifs de la valeur du débit

$q_0 = K_x \cdot s \cdot H_t$  qui correspondrait au cas trivial de la figure 6.

Alors que le cas étudié est le suivant (figure 7) :

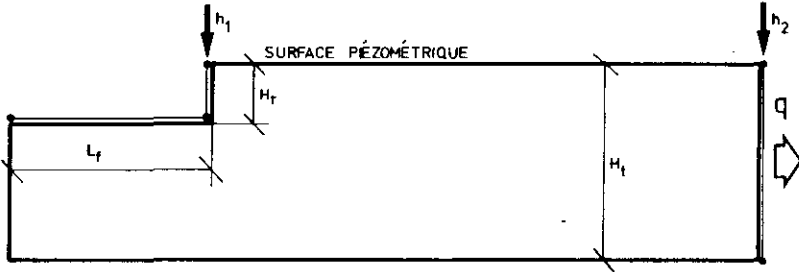
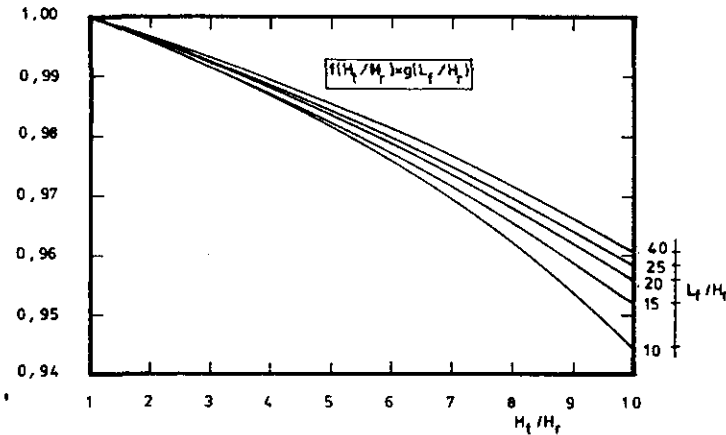


Figure 7.- Configuration réelle

La valeur du produit  $f(H_t/H_r) \times g(L_f/H_r)$  sera lue sur l'abaque 8 qui a été réalisé à partir de résultats correspondant à un grand nombre de couples de paramètres  $(H_t/H_r, L_f/H_r)$ .



Abaque 8. - Abaque du coefficient de corrélation du débit en fonction des rapports de forme  $(H_t/H_r)$  et  $(L_f/H_r)$

Il est possible de définir une vitesse de Darcy moyenne sur la hauteur de la couche aquifère si on se place à une distance suffisante de la rive du cours d'eau : soit  $\bar{U}$  cette vitesse. Elle s'exprime ainsi :

$$\bar{U} = K_x \cdot s \cdot f(H_t/H_r), g(L_f/H_r)$$

La vitesse moyenne de pore sera égale à :

$$\bar{u} = \bar{U}/\omega$$

$\omega$  : porosité.

Exemple numérique

Prenons les valeurs suivantes :

$$K_x = 10^{-3} \text{ m.s}^{-1}$$

$$s = 10^{-3}$$

$$H_t = 20 \text{ m}$$

$$H_r = 2 \text{ m}$$

$$L_f = 50 \text{ m} ; \text{ alors :}$$

$$L_f/H_r = 25, H_t/H_r = 10$$

L'abaque 8 donne :

$$fg = 0,958$$

$$q_0 = 2.10^{-5}$$

$$q = 1,916.10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad (\text{calculé pour un mètre de rive})$$

$$\bar{U} = 9,58.10^{-7} \text{ m.s}^{-1}$$

La vitesse moyenne de pore ou vitesse du traceur pour une porosité de 0,2 est de :

$$\bar{u} = 4,79.10^{-6} \text{ m.s}^{-1} \quad \text{soit } 150 \text{ mètres par an environ}$$

#### 4-2 Apports thermiques de la nappe au cours d'eau

Précédemment, nous avons donné une méthode d'évaluation du débit provenant d'une nappe alluviale et alimentant un cours d'eau par la rive et le fond. En général, aquifère et rivière ne sont pas à la même température. Les apports de la nappe modifient donc notablement le bilan thermique de la rivière.

Utilisant les résultats précédents, nous sommes en mesure de calculer  $q$ , le débit linéique provenant de la nappe en fonction de paramètres physiques et de rapports de forme du système défini. Nous appellerons  $Q$  le débit du cours d'eau à l'origine du tronçon étudié (avant les apports de la nappe).

Soit  $T_n$  la température de l'eau de la nappe,  $T_r$  la température initiale de la rivière et  $t(x)$  la température de l'eau de la rivière à une distance  $x$  du point origine du tronçon étudié (en supposant que le mélange est parfait). Nous supposons que la variation de  $T(x)$  est de faible amplitude de telle sorte que les autres termes du bilan thermique du cours d'eau (émission du plan d'eau, échange de chaleur par conduction et évaporation) sont peu modifiés. Alors l'équation du bilan thermique s'écrit simplement :

$$C Q (T(x) - T_r) = C q x (T(x) - T_n)$$

$C$  étant la capacité calorifique de l'eau en  $J m^{-3} K^{-1}$

On en déduit la valeur de la température courante de la rivière :

$$T(x) = \frac{Q T_r + q x T_n}{Q + q x}$$

Donnons maintenant l'expression de la quantité de chaleur apportée au cours d'eau par la nappe entre l'origine et un point d'abscisse  $x$ . On peut estimer que la quantité de chaleur cherchée est celle qui permet au débit  $Q$  initialement à la température  $T_r$  d'atteindre la température  $T(x)$ . Soit :

$$\Sigma (x) = C Q (T(x) - T_r) = C Q \frac{q x}{Q + q x} (T_n - T_r) \quad (7)$$

Le flux de chaleur correspondant rapporté au mètre carré de plan d'eau s'écrit :

$$\sigma = C Q \frac{q}{Q + q x} (T_n - T_r) / L_f \quad (8)$$

#### Exemple numérique

Calculons la variation de température d'un cours d'eau alimenté sur une distance de 50 km par une nappe alluviale. Les autres valeurs numériques adoptées sont les suivantes :

$$Q = 100 m^3 s^{-1}$$

$$T_n = 10 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_r = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$x = 5 \cdot 10^4 \text{ m}$$

Soit :

$$\Delta T = T(x) - T_r = - 0,1 \text{ } ^\circ\text{C}$$



Le débit total parvenant de la nappe est d'environ  $1 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ . Calculons maintenant la valeur du flux thermique rapporté à la surface du plan d'eau :

$$\sigma = - 16 \text{ Wm}^{-2}$$

Pour ces valeurs réalistes des différents paramètres, on constate que ce terme du bilan est du même ordre de grandeur que le flux de conduction dans le sol (SMITZ, 1975). L'incidence de ce terme d'apport thermique par la nappe sur le calcul de la température du cours d'eau est cependant essentiellement différente de l'incidence d'une erreur d'évaluation sur les autres termes d'échanges surfaciques, erreur qui sera, en général, aléatoire et de moyenne nulle. Comme le terme de conduction dans le sol, cet apport a un effet régulateur sur la température de la rivière, la température de la nappe étant peu variable au cours d'un cycle annuel. Cependant, il n'a pas le caractère systématique du phénomène de conduction car il dépend des conditions d'alimentation de la nappe alluviale.

Ce phénomène peut être parfois très important : nous citerons le cas de la Loire (France) dont le débit est inférieur à  $100 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  à l'étiage et qui reçoit  $8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  de la nappe de Beauce sur quelques dizaines de kilomètres de rive.

#### 4-3 Influence d'un cours d'eau sur le régime thermique de la nappe alluviale

Dans un premier temps, nous avons étudié l'influence du régime thermique naturel de la rivière sur celui de la nappe alluviale, lorsque la rivière alimente la nappe. Sous les hypothèses précisées relatives au régime permanent d'écoulement et connaissant les paramètres thermiques des différentes zones du système ainsi que les conditions aux limites (températures de l'eau et de l'air) il est possible de calculer l'évolution en régime transitoire de la température de l'aquifère et des zones adjacentes. La répartition initiale de la température au sein de l'aquifère est inconnue, il est donc nécessaire de faire évoluer le système pendant un an (ce qui est ici suffisant) pour éliminer l'effet transitoire.

Dans cette situation où la rivière alimente la nappe alluviale, on constate que la température de la nappe varie fortement au cours d'un cycle annuel. Ces variations s'atténuent lorsque l'on s'éloigne de la rive pour retrouver une valeur proche de la normale à une distance correspondant approximativement à la distance parcourue en une année par le front thermique. La méthode et les outils numériques décrits peuvent être utilisés, par exemple pour préciser dans une situation donnée les conditions de fonctionnement d'une pompe à chaleur sur nappe et, plus généralement, dans les cas où il est utile de connaître ou de prévoir la température des prélèvements en nappe alluviale.

#### 4-4 Effet sur la nappe d'un échauffement artificiel permanent du cours d'eau

La température imposée sur le fond et la rive du cours d'eau est maintenant augmentée de la valeur de l'échauffement artificiel. Il s'agit

alors de calculer le nouvel état thermique de l'aquifère et finalement de déterminer son échauffement par rapport à l'état naturel.

Pratiquement, nous calculons directement cet échauffement de l'aquifère. A cette fin, on impose la valeur de l'échauffement du cours d'eau sur le fond et la rive et une valeur nulle à la surface du sol. Les isothermes (échauffement résiduel) au sein de l'aquifère sont identiques à celles obtenues par différence entre l'état perturbé et l'état naturel calculé précédemment. Cette propriété du système est une conséquence de la linéarité des équations différentielles de conduction et de convection-dispersion et de la nature des conditions aux limites adoptées. La linéarité des équations permet également de déduire la valeur de l'échauffement résiduel en tout point du système du résultat obtenu pour un échauffement du cours d'eau de 1 °C (figure 9).

$$H_s = 2 \text{ m} ; H_r = 2 \text{ m} ; H_f = 20 \text{ m}$$

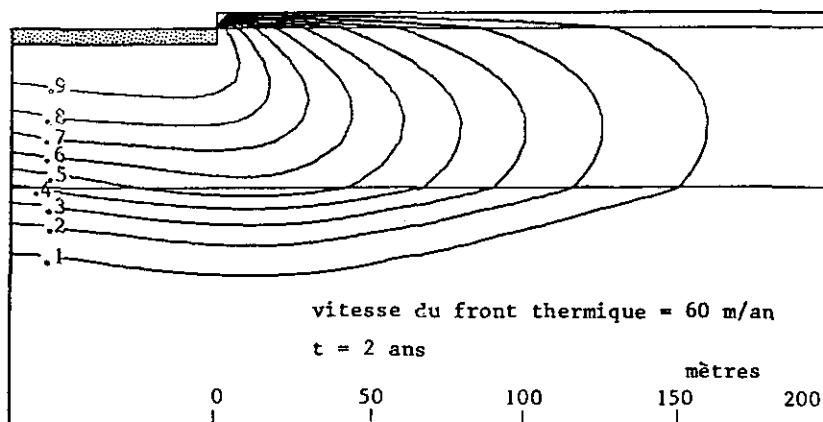


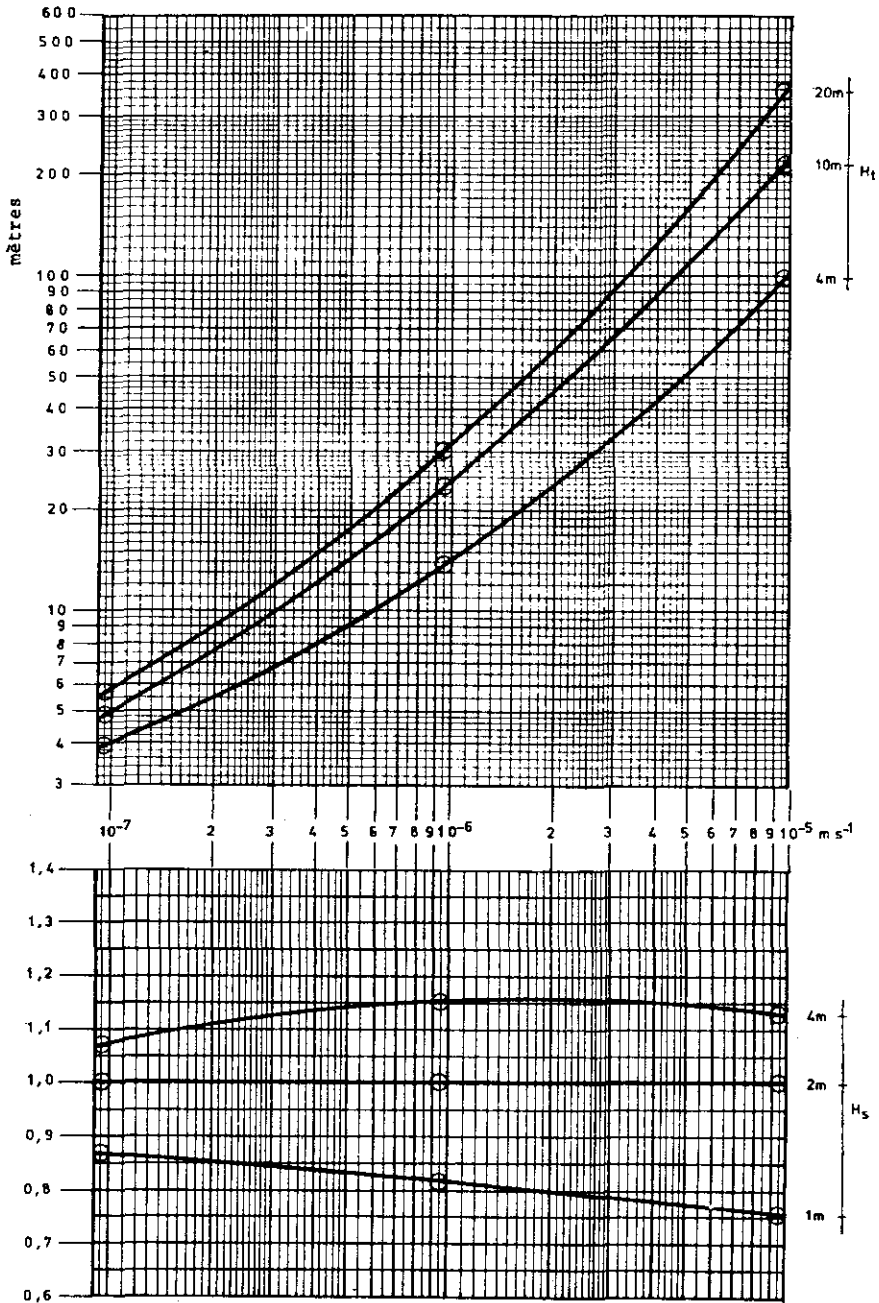
Figure 9 : Exemple de calcul d'échauffement résiduel

Tandis que le problème d'écoulement a pu être résolu de façon complètement adimensionnelle en fonction d'un rapport de similitude, de deux rapports de forme et de deux paramètres décrivant le milieu, le problème thermique est beaucoup plus complexe et il n'est pas possible de procéder à une étude complètement adimensionnelle en raison de la forme du système et des conditions aux limites. Nous avons donc été amenés à opérer une sélection entre les différents paramètres afin de permettre une généralisation aussi large que possible des résultats moyennant quelques approximations. Cette sélection a été faite à l'aide d'une analyse de sensibilité du système aux variations de chaque paramètre.

Ainsi la vitesse  $u'$  d'avancée du front thermique, la hauteur totale  $H_t$  et l'épaisseur de sol non saturé  $H_s$  apparaissent comme des paramètres déterminants. Le comportement thermique du système est peu sensible aux variations des rapports  $L_f/H_r$  et  $H_t/H_r$  ceux-ci ayant peu d'influence sur la vitesse moyenne de l'eau dans l'aquifère.

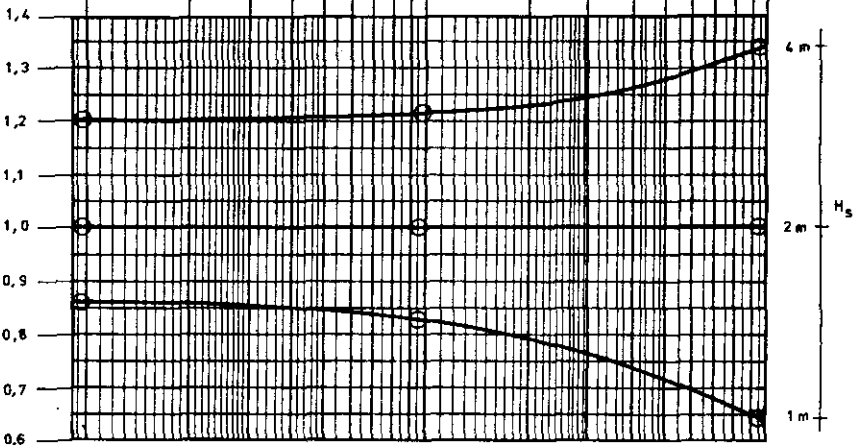
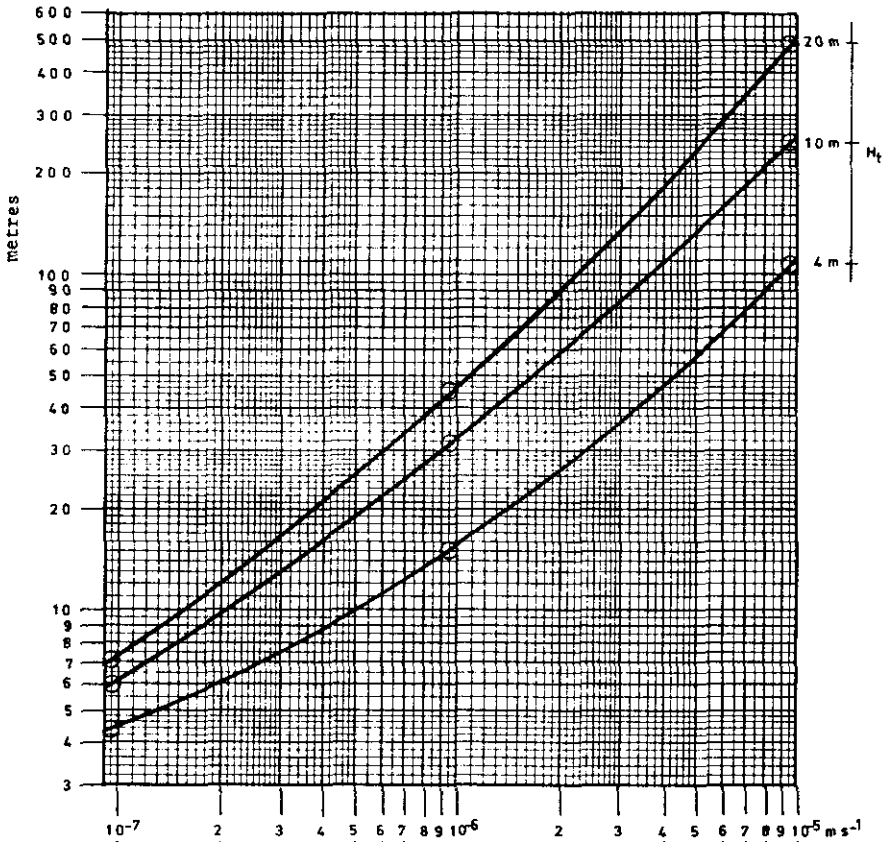
Les valeurs extrêmes retenues de vitesse correspondent d'une part à un cas voisin de la conduction pure, vitesse de 6 mètres par an, et d'autre part, à une situation très favorable à la propagation d'un

Abaque 10.- Distance de demi-dissipation de l'échauffement en fonction de la vitesse de Darcy et de l'épaisseur de la nappe (durée : 1 an)



Abaque 11.- Coefficient correctif de la distance obtenue par l'abaque 10 en fonction de l'épaisseur de sol non saturé (durée : 1 an)

Abaque 12.- Distance de demi-dissipation de l'échauffement en fonction de la vitesse de Darcy et de l'épaisseur de la nappe (durée : 2 ans)



Abaque 13.- Coefficient correctif de la distance obtenue par l'abaque 12 en fonction de l'épaisseur de sol non saturé (durée : 2 ans)

échauffement puisque l'écoulement a lieu de façon permanente dans le sens rivière-nappe avec une vitesse relativement grande de 600 mètres par an pendant deux années.

Les résultats ont été rassemblés sur les abaques 10 à 13. Ils fournissent la valeur de la distance depuis la rive correspondant à une valeur résiduelle de l'échauffement égale à la moitié de la perturbation initiale. Le temps de fonctionnement du système est d'un an (abaque 10) puis de deux ans (abaque 12).

L'aquifère est surmonté de deux mètres de sol non saturé ( $H_S = 2$  m). Les abaques 11 et 13 fournissent le coefficient correctif à appliquer au résultat lorsque  $H_S$  vaut de 1 m à 4 m.

On vérifie que la dissipation de l'échauffement s'effectue d'autant plus difficilement que l'épaisseur de la nappe est plus grande. De même, plus la zone non saturée au-dessus de l'aquifère est épaisse, plus la dissipation est lente.

---

## 5 - CONCLUSION

---

L'évaluation du débit échangé entre cours d'eau et nappe alluviale a été réalisée à l'aide d'un modèle mathématique à partir d'une schématisation qui peut s'appliquer à de nombreux cours d'eau de plaine. Les résultats s'expriment en fonction de deux paramètres physiques faciles à déterminer : la perméabilité de la couche aquifère et la pente de la surface piézométrie et de rapports de forme relatifs au cours d'eau et à la nappe. Pour certaines configurations, la contribution des eaux de la nappe alluviale au débit du cours d'eau est notable et il est possible de constater une modification sensible du régime thermique de ce dernier. Nous donnons ici un moyen de quantifier la quantité de chaleur apportée au cours d'eau par la nappe et la variation de température qui en résulte connaissant le régime thermique de la nappe.

A l'inverse, le régime thermique des cours d'eau, plus contrasté que celui des nappes alluviales avec lesquelles ils sont connectés, est susceptible d'avoir une influence sur la température de la nappe. Les échanges par conduction ont déjà fait l'objet d'études qui ont permis de préciser leur importance dans le bilan thermique des cours d'eau. L'impact sur la nappe du fait de ces échanges conductifs n'est plus sensible au-delà de quelques mètres de la rive du cours d'eau. En revanche, lorsque l'eau de la rivière s'infiltré dans la nappe, cette dernière peut subir une perturbation thermique notable jusqu'à une distance atteignant plusieurs centaines de mètres depuis la rive.

Nous avons également simulé l'incidence sur la nappe d'un échauffement du cours d'eau lorsque celui-ci alimente la nappe en permanence pendant une période de une puis de deux années. L'impact sur la nappe est caractérisé par la distance à la rive du point où subsiste un échauffement résiduel égal à la moitié de l'échauffement de la rivière. Cette distance dépend essentiellement de la vitesse de cheminement de l'eau dans la nappe, de l'épaisseur de cette nappe et de celle du sol non saturé qui la surmonte.

La schématisation à laquelle nous avons procédé était nécessaire par le fait que les résultats devaient être applicables à un grand nombre de cas. Nous avons donc traité le problème des échanges nappe-rivière en deux parties distinctes : évaluation des débits apportés par la nappe alluviale à un cours d'eau et transferts thermiques correspondants et inversement alimentation de la nappe par le cours d'eau et transfert thermique vers la nappe. Cette scission est bien sûr artificielle car en réalité pour un tel système nappe-cours d'eau le sens des échanges pourra changer plusieurs fois en un site particulier au cours d'une année. De plus, le sens des échanges pour deux tronçons voisins pourra être différent.

Finalement, nous avons montré la nécessité de repousser les limites du système cours d'eau pour en étudier le régime thermique. Notre étude permet une première détermination des apports du bassin en traitant du cas des nappes alluviales. Une reconnaissance sommaire des sites par zones homogènes suffit pour recueillir les informations nécessaires. Il est alors possible de préciser les termes du bilan thermique habituellement négligés relatifs aux échanges qui ont lieu entre le cours d'eau et son lit.

---

## REMERCIEMENTS

---

Cette étude a fait l'objet d'un contrat avec la Division Environnement et Protection des Eaux, Ecologie de l'Electricité de France. Nous remercions particulièrement M. R. GRAS, spécialiste des modèles de comportement thermique fluvial pour les discussions que nous avons eues lors de ce travail ainsi que notre collègue P. GOBLET, auteur du code METIS qui a été utilisé pour les calculs hydrauliques et thermiques.

---

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

---

DHAT G., TOUZOT G. (1981). Une présentation de la méthode des éléments finis. Collection Université de Compiègne, Maloine Editeur Paris.

GOBLET P. (1981). Modélisation des transferts de masse et d'énergie en aquifère. Thèse de Docteur-Ingénieur, Ecole des Mines de Paris.

HOUEURT A., DELOUVRIER J., IFLY R. (1965). Fonctionnement d'un doublet hydraulique de refroidissement. Mémoires et travaux de la Société Hydrotechnique de France, Paris, n°1.

INTRACOIN (1984). International Nuclide Transport Code Intercomparison Study. Final report, level 1. Code verification. Swedish Nuclear Power Inspectorate, Stockholm.

IRIS P. (1980). Contribution à la valorisation énergétique des aquifères peu profonds - Expérience de stockage thermique en nappe phréatique. Thèse de Docteur-Ingénieur, Ecole des Mines de Paris.

LANDEL P.A., SAUTY J.P., (1978). Etude de l'influence des caractéristiques physiques de l'aquifère et des roches encaissantes sur la température de l'eau au puits de production d'un doublet géothermique. Rapport BRGM-78 SGN 405 GTH.

LEDOUX E., CLOUET D'ORVAL M. (1977). Etude expérimentale d'un doublet hydrothermique. Interprétation des expériences "puits uniques". Rapport DGRST, Ecoles des Mines, BURGEAP.

MARSILY G. de (1981). Hydrogéologie quantitative, Masson, Paris, 215 p..

MEGNIEN C. (1976). Hydrogéologie du Centre du bassin de Paris. Contribution à l'étude de quelques aquifères principaux. Thèse de Doctorat d'Etat, Université P. et M. Curie, Paris VI.

SMITZ J. (1975). Modèle mathématique de la température naturelle des rivières. Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège, 44(5-6): 425-435.