

## Variables binaires et tests prédictifs contre les changements structurels

### Une application à l'équation de St. Louis

## Predictive tests for structural change and the St. Louis Equation

Jean-Marie Dufour

Volume 57, Number 3, juillet–septembre 1981

21<sup>e</sup> Congrès annuel de la Société Canadienne de Science économique

URI: <https://id.erudit.org/iderudit/600990ar>

DOI: <https://doi.org/10.7202/600990ar>

[See table of contents](#)

Publisher(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (print)

1710-3991 (digital)

[Explore this journal](#)

Cite this article

Dufour, J.-M. (1981). Variables binaires et tests prédictifs contre les changements structurels : une application à l'équation de St. Louis. *L'Actualité économique*, 57(3), 376–386. <https://doi.org/10.7202/600990ar>

Article abstract

The main purpose of the paper is to illustrate the use of a dummy variable interpretation of the predictive Chow test against structural change. After describing how the predictive Chow test against structural change in linear regression models can be viewed as a test on the coefficients of a set of dummy variables, it is shown that these can provide useful additional information on the importance and timing of structural changes. Then, the approach is illustrated by applying it to a version of the St. Louis equation (in rate-of-change form) estimated over the period 1953/I-1976/IV: we detect some instability in the 1970's but find it is rather localized, being linked mainly to two quarters (1973/IV and 1975/III).

# VARIABLES BINAIRES ET TESTS PRÉDICTIFS CONTRE LES CHANGEMENTS STRUCTURELS : UNE APPLICATION À L'ÉQUATION DE ST. LOUIS \*

## 1. INTRODUCTION

Une façon importante d'évaluer la fiabilité d'un modèle économétrique à des fins de prévision ou de simulations de politiques consiste à vérifier si celui-ci paraît stable dans le temps [ voir Lucas ( 1976 ) ]. Fréquemment, on peut formaliser ce problème comme une situation où on cherche à tester si les vecteurs de coefficients dans deux régressions ( e.g. correspondant à des périodes disjointes ) sont égaux. En d'autres termes, on considère deux équations de régression :

$$\underline{y}_i = X_i \underline{\beta}_i + \underline{u}_i, \quad i = 1, 2 \quad [ 1 ]$$

où  $\underline{y}_i$  est un vecteur  $T_i \times 1$  d'observations sur une variable dépendante,  $X_i$  est une matrice  $T_i \times k$  de variables explicatives ( considérées comme non stochastiques ),  $\underline{\beta}_i$  est un vecteur  $k \times 1$  de coefficients et  $\underline{u}_i$  est un vecteur  $T_i \times 1$  de perturbations aléatoires (  $i=1, 2$  ). De plus, on suppose généralement que  $( \underline{u}'_1, \underline{u}'_2 )' \sim N [ 0, \sigma^2 I_T ]$ , où  $T = T_1 + T_2$ . Nous désirons tester l'hypothèse  $H_0 : \underline{\beta}_1 = \underline{\beta}_2$ . En outre, il est habituel de supposer que  $\text{rang} ( X_1 ) = k < T_1$  [ où  $\text{rang} ( X_1 )$  désigne le rang de la matrice  $X_1$  ] et de considérer deux cas distincts suivant que  $\text{rang} ( X_2 ) = k < T_2$  ou  $\text{rang} ( X_2 ) = T_2 < k$ . On peut alors appliquer des tests connus des économètres sous le nom de « tests de Chow ». Dans le premier cas, il suffit d'utiliser un test assez standard d'analyse de covariance [ voir Chow ( 1960, p. 598 ) ]. Pour le deuxième cas, l'utilisation d'un test prédictif a été suggérée par Chow ( 1960 ) ; le même auteur a aussi montré que ce test est équivalent à un test basé sur la statistique :

$$F_1 = \frac{(SS_0 - SS_1) / T_2}{SS_1 / (T_1 - k)} \quad [ 2 ]$$

---

\* Cette recherche a été financée par des subventions du Conseil de recherches en sciences humaines du Canada ( 410-80-0501 ) et du ministère de l'Éducation du Québec ( programme F.C.A.C., EQ-1587 ). Je désire remercier Marcel G. Dagenais, Marc J.J. Gaudry, Robert Lamy et Francine Mayer pour leurs commentaires, de même que Keith M. Carlson pour m'avoir fourni ses données. Un résumé en anglais de ce texte ( partie théorique ) a été publié dans *Economics Letters* ( 1980 ).

où  $SS_1$  est la somme des carrés des résidus de la régression basée sur les  $T_1$  premières observations et  $SS_0$  est la somme des carrés des résidus de la régression basée sur toutes les observations ; sous l'hypothèse nulle  $H_0$ , cette statistique suit une distribution  $F$  avec  $(T_2, T_1 - k)$  degrés de liberté. En outre, ce dernier test demeure applicable lorsque  $\text{rang}(X_2) = k < T_2$  et peut, même dans ce cas, avoir une puissance meilleure comme test de  $H_0$  que le test d'analyse de covariance [ voir Wilson ( 1978 ) ].

D'autre part, Gujarati ( 1970a,b ) a insisté sur le fait que le test d'analyse de covariance peut aussi s'effectuer en utilisant des variables binaires et que les coefficients supplémentaires introduits de cette façon peuvent apporter des informations additionnelles utiles ; bien que les deux méthodes conduisent à la même conclusion concernant l'hypothèse nulle  $H_0$ , la deuxième approche a l'avantage de produire automatiquement des indications sur les sources de la différence entre les deux régressions considérées, plus précisément quels coefficients semblent différer le plus entre les deux échantillons. Cependant, lorsque le second échantillon n'a pas une taille suffisante ( $T_2 < k$ ), la matrice de variables explicatives utilisée dans l'approche de Gujarati n'a pas un rang suffisant et donc cette procédure n'est pas applicable. À notre connaissance, aucune interprétation semblable n'a été fournie pour le test prédictif.

Le premier objectif de cette note sera de proposer une interprétation du test prédictif de Chow en tant que test sur un ensemble de variables binaires et de montrer que celles-ci peuvent aussi apporter des informations utiles. Pour être plus spécifique, on peut remarquer que le test prédictif de Chow indique si, parmi les  $T_2$  observations prédites, il existe au moins une observation dont la moyenne ne semble pas cohérente avec le modèle estimé sur la base des  $T_1$  premières observations ; néanmoins, lorsque  $T_2 \geq 2$ , ce test n'identifie pas lesquelles, parmi les  $T_2$  observations additionnelles, dévient le plus fortement de ce modèle et donc, lorsque  $H_0$  est rejeté, peuvent causer ce rejet. Bien entendu, ce type d'information pourrait être fort utile afin d'évaluer l'importance et déterminer les causes d'un changement structurel. Nous allons montrer ci-dessous que l'utilisation de variables binaires constitue une méthode très commode du point de vue numérique afin d'effectuer des tests prédictifs sur chaque observation additionnelle. Le second objectif de cet article sera de présenter une dérivation nouvelle et particulièrement simple de la distribution de la statistique du test prédictif de Chow. En effet, alors que l'on peut obtenir la distribution de la statistique du test d'analyse de covariance en montrant que c'est un test assez standard d'une hypothèse linéaire sur les coefficients d'un modèle linéaire de rang

complet, il ne semble pas qu'une preuve semblable soit connue pour le test prédictif. Par conséquent, plusieurs preuves spéciales ont été élaborées pour ce dernier test [ voir Chow ( 1960 ), Fisher ( 1970 ) et Harvey ( 1976 ) ]. Nous montrons ci-dessous que l'interprétation du test prédictif à l'aide de variables binaires fournit une méthode à la fois simple et naturelle de faire une telle preuve, tout à fait similaire à celle utilisée pour le premier test de Chow.<sup>1</sup>

Nous présentons la preuve et l'interprétation nouvelles du test prédictif de Chow dans la section 2. L'utilisation de variables binaires, afin d'effectuer des tests prédictifs sur des observations individuelles, est discutée dans la section 3. Enfin, dans la section 4, nous présentons les résultats d'une application de cette méthode à une version récente de l'équation de St. Louis.

## 2. PREUVE

Soit  $\underline{y} = (\underline{y}'_1, \underline{y}'_2)'$ ,  $\underline{u} = (\underline{u}'_1, \underline{u}'_2)'$ ,  $X = [X'_1, X'_2]'$  et

$$X^* = \begin{bmatrix} X_1 & 0 \\ X_2 & I_{T_2} \end{bmatrix} \quad [3]$$

où  $I_{T_2}$  est la matrice identité d'ordre  $T_2$ . Nous supposons que  $\text{rang}(X_1) = k < T_1$  et  $\text{rang}(X_2) = \min\{k, T_2\}$ . Puisque  $\text{rang}(X_1) = k$  et  $\text{rang}(I_{T_2}) = T_2$ , il s'ensuit que la matrice  $X$ , qui est de dimension  $T \times (k + T_2)$ , a pour rang  $k + T_2$ . Considérons maintenant la régression :

$$\underline{y} = X^* \begin{bmatrix} \underline{\beta} \\ \underline{\gamma} \end{bmatrix} + \underline{u}, \quad [4]$$

où  $\underline{\beta}$  et  $\underline{\gamma}$  sont des vecteurs de coefficients de dimensions  $k \times 1$  et  $T_2 \times 1$  respectivement. L'hypothèse nulle  $H_0: \underline{\beta}_1 = \underline{\beta}_2 \equiv \underline{\beta}$  est équivalente à l'hypothèse  $\underline{\gamma} = 0$ , et on peut donc tester  $H_0$  en testant  $\underline{\gamma} = 0$  dans le modèle [ 4 ]. En d'autres termes, on ajoute une variable binaire pour chaque observation dans la seconde régression ( qui comprend  $T_2$  observations ) et on teste si les coefficients affectant ces variables sont nuls. Le test  $F$  standard de l'hypothèse  $\underline{\gamma} = 0$  est basé sur la statistique :

$$F = \frac{(SS_0 - SS'_1) / T_2}{SS'_1 / (T - T_2 - k)} \quad [5]$$

1. Les manuels d'économétrie typiquement n'étudient l'inférence que pour les modèles de rang complet : voir, par exemple, Johnston ( 1972, Ch. 5 ), Maddala ( 1977, Ch. 8 ) ou Theil ( 1971, Ch. 3 ). Par conséquent, la preuve obtenue ici peut être fort utile à des fins pédagogiques.

où

$$SS_0 = \min_{\underline{\beta}} \|\underline{y} - X\underline{\beta}\|^2, \tag{6}$$

$$SS'_1 = \min_{\underline{\beta}, \underline{\gamma}} [ \|\underline{y}_1 - X_1\underline{\beta}\|^2 + \|\underline{y}_2 - X_2\underline{\beta} - \underline{\gamma}\|^2 ] \tag{7}$$

et  $\|\underline{x}\|^2$  désigne la somme des carrés des composantes du vecteur  $\underline{x}$ . Sous l'hypothèse nulle,  $F'$  suit une distribution  $F$  avec  $(T_2, T - T_2 - k)$  degrés de liberté. Maintenant, comme on peut toujours définir  $\hat{\underline{\gamma}} = \underline{y}_2 - X_2\hat{\underline{\beta}}_1$ , où  $\hat{\underline{\beta}}_1$  est la valeur de  $\underline{\beta}$  obtenue en déterminant  $SS'_1$ , nous devons avoir :

$$SS'_1 = \min_{\underline{\beta}} \|\underline{y}_1 - X_1\underline{\beta}\|^2 = SS_1;$$

et, comme  $T - T_2 - k = T_1 - k$ , il s'ensuit que  $F_1 = F'$ , où  $F_1$  est défini en [ 2 ], et donc  $F_1$  suit une distribution  $F$  avec  $(T_2, T_1 - k)$  degrés de liberté.

Notons enfin que cette dérivation de la distribution de  $F_1$  est valable sans considération du fait que  $T_2 \leq k$  ou  $T_2 > k$ ; d'autre part, on pourrait utiliser, au lieu de  $I_{T_2}$  dans la définition de  $X^*$ , une matrice  $T_2 \times T_2$  non singulière quelconque  $Z$ ; dans ce dernier cas, il suffit de définir  $\hat{\underline{\gamma}} = Z^{-1} (\underline{y}_2 - X_2\hat{\underline{\beta}}_1)$  pour obtenir le résultat désiré.

### 3. TESTS PRÉDICTIFS SUR DES OBSERVATIONS INDIVIDUELLES

Nous allons maintenant examiner de plus près ce que le vecteur  $\underline{\gamma}$  représente. Si on réécrit l'équation [ 4 ] sous la forme :

$$y_t = \underline{x}'_t \underline{\beta} + \sum_{s=T_1+1}^T \gamma_s D_{ts} + u_t, \quad t = 1, \dots, T, \tag{8}$$

où  $\underline{x}'_t = (x_{t1}, \dots, x_{tk})$  est la  $t$ -ième ligne de la matrice  $X$ ,  $\underline{\gamma} = (\gamma_{T_1+1}, \dots, \gamma_T)'$  et

$$D_{ts} = \begin{cases} 1, & t=s \\ 0, & t \neq s \end{cases},$$

on peut voir aisément que

$$\gamma_s = E(y_s) - \underline{x}'_s \underline{\beta}, \quad s = T_1+1, \dots, T; \tag{9}$$

i.e.  $\gamma_s$  est la différence entre la moyenne vraie de  $y_s$  et la moyenne prédite par le « vecteur de paramètres commun  $\underline{\beta}$  ». On peut estimer ces déviations, alors qu'on cherche à effectuer le test prédictif de

Chow, en estimant l'équation [ 8 ] au lieu de l'équation habituelle  $y = X\beta + u$  ( sur la première sous-période ). À partir de la preuve de la section 2, on peut voir que

$$\hat{\gamma} = y_2 - X_2 \hat{\beta}_1, \text{ où } \hat{\beta}_1 = (X_1' X_1)^{-1} X_1' y_1,$$

et donc la matrice de covariance de  $\hat{\gamma}$  est  $\sigma^2 V$ , où

$$V = I_{T_2} + X_2 (X_1' X_1)^{-1} X_2'. \quad [ 10 ]$$

Si on estime l'équation [ 8 ] à l'aide d'un logiciel de régression standard, l'estimateur de  $\sigma^2 V$  produit sera de la forme  $s_1^2 V_1$ , où  $s_1^2 = SS_1 / (T_1 - k)$  et  $V_1$  est une matrice de dimension  $T_2 \times T_2$ . Puisque  $s_1^2$  est un estimateur sans biais de  $\sigma^2$ , il est nécessaire que  $V_1 = V$ . De plus, les écarts-types et les statistiques  $t$  pour chacun des coefficients  $\gamma_s$  sont habituellement calculés de façon automatique ; à partir de l'équation [ 10 ], on peut voir que l'écart-type estimé de  $\hat{\gamma}_s$  est  $s_1 d_s$ , où

$$d_s = [ 1 + x_s' (X_1' X_1)^{-1} x_s ]^{1/2},$$

tandis que la statistique  $t$  qui lui est associée est :

$$t_s = (y_s - x_s' \hat{\beta}_1) / s_1 d_s, \quad s = T_1 + 1, \dots, T; \quad [ 11 ]$$

sous l'hypothèse nulle  $\gamma_s = 0$ ,  $t_s$  suit une loi  $t$  de Student avec  $T_1 - k$  degrés de liberté. Ces nombres sont les statistiques des tests prédictifs pour chaque observation  $s = T_1 + 1, \dots, T$ , où les prédictions sont faites en utilisant l'estimateur de  $\hat{\beta}$  basé sur les  $T_1$  premières observations. Leur intérêt comme « statistiques diagnostic » réside dans le fait qu'elles indiquent quelles observations du second échantillon dévient le plus fortement du modèle estimé simplement sur la base du premier échantillon.

#### 4. APPLICATION

Nous avons appliqué la technique décrite plus haut à l'équation de St. Louis en taux de changement suggérée par Carlson ( 1978 ) :

$$\dot{Y}_t = \alpha + \sum_{i=0}^4 m_i \dot{M}_{t-i} + \sum_{i=0}^4 e_i \dot{E}_{t-i} + u_t,$$

où  $\dot{Y}_t$ ,  $\dot{M}_t$  et  $\dot{E}_t$  sont respectivement les taux de changements ( composés à un rythme annuel ) du produit national brut, du stock de monnaie (  $M_1$  ) et des dépenses gouvernementales au plein emploi, aux États-Unis, tandis que  $u_t$  est une perturbation aléatoire. La période considérée est 1953/I-1976/IV ( données trimestrielles ). Originellement, cette équation a été estimée en utilisant des polynômes d'Almon sur

$m_i$  et  $e_i$  [ polynômes de degré quatre contraints de passer par zéro aux extrémités ; voir Carlson ( 1978, tableau 4 ) ]. Cependant, après avoir réestimé cette équation sans aucune restriction ( voir tableau 1 ), nous avons constaté que la statistique  $F$ , servant à tester les contraintes imposées par les polynômes d'Almon, était remarquablement élevée [  $F_{4,85} = 2,608 > F_{0,05} ( 4,85 )$  ]. Par conséquent, nous avons rejeté ces contraintes et nous allons concentrer notre analyse sur le modèle non contraint ( bien que les résultats de l'analyse de stabilité sur la spécification contrainte seront aussi rapportés ) ; de toute manière, à partir du tableau 1, nous pouvons observer que les valeurs de  $\Sigma m_i$  et  $\Sigma e_i$  sont très semblables à celles obtenues par Carlson et ont les mêmes implications concernant la politique économique.

TABLEAU 1

ÉQUATION DE ST. LOUIS NON CONTRAINTE \*

$$\dot{Y}_t = \alpha + \sum_{i=0}^4 m_i \dot{M}_{t-i} + \sum_{i=0}^4 e_i \dot{E}_{t-i}$$

Échantillon : 1953/I-1976/IV

$m_0$	0,607	( 3,277 )	$e_0$	0,0550	( 1,329 )
$m_1$	0,238	( 1,031 )	$e_1$	0,104	( 2,511 )
$m_2$	0,022	( 0,093 )	$e_2$	-0,0225	( -0,557 )
$m_3$	0,631	( 2,536 )	$e_3$	-0,0276	( -0,688 )
$m_4$	-0,440	( -2,260 )	$e_4$	-0,0947	( -2,418 )
$\Sigma m_i$	1,059	( 2,315 )	$\Sigma e_i$	0,0141	( 0,211 )
$\alpha$	2,829	( 3,507 )			

$SS = 1116,54$ ,  $R^2 = 0,465$ ,  $S.E. = 3,624$ ,  $D.W. = 1,745$ ,  $D.F. = 85$

Afin de tester pour la présence de changement structurel, nous avons divisé l'échantillon en deux sous-périodes : 1953/I-1969/IV et 1970/I-1976/IV. La statistique du test d'analyse de covariance est alors  $F_{11,74} = 2,559$  tandis que la statistique du test prédictif est  $F_{28,74} = 1,692$  ; ces nombres sont significatifs à des niveaux aussi bas que 0,0084 et 0,047 respectivement.<sup>2</sup> Suivant l'approche décrite précédemment, le

\* Les statistiques  $t$  se trouvent entre parenthèses ;  $SS$  est la somme des carrés des résidus,  $R^2$  est le coefficient de détermination multiple ( non corrigé ),  $S.E.$  est l'écart-type de la régression,  $D.W.$  est la statistique de Durbin-Watson et  $D.F.$  le nombre de degrés de liberté.

2. Pour la version contrainte du modèle, les statistiques correspondantes sont encore plus fortement significatives ( voir tableau 3 ). Ces résultats contrastent, bien entendu, avec ceux de Carlson ( 1978, p. 17 ) lequel, après avoir appliqué les techniques de Brown, Durbin et Evans ( 1975 ), rapporte ne pas avoir détecté d'instabilité ( bien que les détails de cette analyse ne soient pas fournis par Carlson ). En outre, on peut noter ici que Seaks et Allen ( 1980, p. 820 ) ont rapporté un test d'analyse de covariance significatif pour l'équation contrainte ; toutefois, ces auteurs ont considéré une période échantillonnale différente ( 1953/I-1977/IV ) et n'ont pas analysé la stabilité de l'équation non contrainte ; de plus, ils n'ont pas effectué les tests prédictifs.

résultat de l'estimation de la même équation sur la période 1953/I-1976/IV avec une variable binaire pour chaque observation de la période 1970/I-1976/IV est rapporté au tableau 2. À partir de celui-ci, on peut voir que deux des erreurs de prédiction [ 1973/IV et 1975/III ] sont sensiblement plus grandes que les autres et significatives à des niveaux très inférieurs au conventionnel 5% ; par ailleurs, on peut associer à 1970/IV, 1971/I et 1971/III des niveaux marginaux de signification très près de 0,05, tandis que les 23 autres erreurs de

TABLEAU 2

ÉQUATION DE ST. LOUIS NON CONTRAINTE AVEC VARIABLES BINAIRES

$$\dot{Y}_t = \alpha + \sum_{i=0}^4 m_i \dot{M}_{t-i} + \sum_{i=0}^4 e_i E_{t-i} + \sum_{s=1970/I}^{1976/IV} \gamma_s D_{ts}$$

Échantillon : 1953/I-1976/IV

$m_0$	0,527	( 2,355 )	$e_0$	0,0540	( 1,044 )
$m_1$	0,202	( 0,687 )	$e_1$	0,107	( 2,008 )
$m_2$	0,301	( 1,010 )	$e_2$	0,0285	( 0,571 )
$m_3$	0,490	( 1,661 )	$e_3$	-0,0889	( -1,831 )
$m_4$	-0,441	( -1,962 )	$e_4$	-0,166	( -3,630 )
$\Sigma m_i$	1,079	( 4,900 )	$\Sigma e_i$	-0,0556	( -0,097 )
$\alpha$	3,262	( 4,052 )			
$\gamma_s$			$\gamma_s$		
1970/I	-1,312	( -0,383 )	1973/III	0,621	( 0,153 )
1970/II	-2,077	( -0,580 )	1973/IV	9,447	( 2,443 )**
1970/III	-3,058	( -0,831 )	1974/I	- 6,419	( -1,861 )
1970/IV	-7,297	( -2,002 )*	1974/II	- 1,814	( -0,528 )
1971/I	7,394	( 2,027 )*	1974/III	- 1,459	( -0,428 )
1971/II	-0,623	( -0,165 )	1974/IV	- 2,359	( -0,697 )
1971/III	-7,238	( -1,990 )*	1975/I	- 4,416	( -1,257 )
1971/IV	-2,073	( -0,581 )	1975/II	5,222	( 1,391 )
1972/I	2,671	( 0,702 )	1975/III	10,952	( 2,934 )**
1972/II	1,782	( 0,467 )	1975/IV	4,339	( 1,141 )
1972/III	-1,830	( -0,478 )	1976/I	5,970	( 1,611 )
1972/IV	-0,294	( -0,071 )	1976/II	4,332	( 1,147 )
1973/I	3,512	( 0,850 )	1976/III	4,630	( 1,184 )
1973/II	-3,928	( -0,951 )	1976/IV	- 3,407	( -0,902 )

SS = 609,805,  $R^2 = 0,555$ , S.E. = 3,271, D.W. = 1,867, D.F. = 57

\* Niveaux de signification marginaux pour 1970/IV, 1971/I et 1971/III : 0,050, 0,047 et 0,051.

\*\* Niveaux de signification marginaux pour 1973/IV et 1975/III : 0,018 et 0,0048.



prédiction paraissent relativement petites.<sup>3</sup> Donc, il semble que l'instabilité détectée par les deux tests de Chow devrait être reliée à des événements qui ont particulièrement affecté l'économie américaine

TABLEAU 3

ÉQUATION DE ST. LOUIS CONTRAINTE AVEC VARIABLES BINAIRES

$$\dot{Y}_t = \alpha + \sum_{i=0}^4 m_i \dot{M}_{t-i} + \sum_{i=0}^4 e_i \dot{E}_{t-i} + \sum_{s=1970/I}^{1976/IV} \gamma_s D_{ts}$$

Polynômes d'Almon de degré 4 sur  $m_i$  et  $e_i$ , passant par zéro aux extrémités

Échantillon : 1953/I-1976/IV

$m_0$	0,303	( 2,057 )	$e_0$	0,0726	( 1,767 )
$m_1$	0,468	( 5,897 )	$e_1$	0,0919	( 3,682 )
$m_2$	0,380	( 3,013 )	$e_2$	0,0254	( 0,752 )
$m_3$	0,0940	( 1,194 )	$e_3$	-0,0914	( -3,677 )
$m_4$	-0,164	( -1,100 )	$e_4$	-0,157	( -4,067 )
$\Sigma m_i$	1,080	( 4,948 )	$\Sigma e_i$	-0,0591	( -0,884 )
$\alpha$	3,216	( 4,036 )			
$\gamma_s$			$\gamma_s$		
1970/I	-1,389	( -0,410 )	1973/III	1,095	( 0,310 )
1970/II	-2,853	( -0,832 )	1973/IV	8,599	( 2,306 )**
1970/III	-2,698	( -0,809 )	1974/I	- 6,459	( -1,888 )
1970/IV	-7,168	( -2,146 )*	1974/II	- 2,316	( -0,681 )
1971/I	8,198	( 2,462 )*	1974/III	- 1,856	( -0,551 )
1971/II	-0,310	( -0,086 )	1974/IV	- 1,838	( -0,549 )
1971/III	-7,983	( -2,305 )*	1975/I	- 5,532	( -1,634 )
1971/IV	-2,932	( -0,846 )	1975/II	6,370	( 1,848 )
1972/I	5,076	( 1,474 )	1975/III	11,301	( 3,271 )**
1972/II	1,248	( 0,340 )	1975/IV	1,457	( 0,430 )
1972/III	-3,078	( -0,859 )	1976/I	8,041	( 2,316 )**
1972/IV	0,266	( 0,074 )	1976/II	6,264	( 1,756 )
1973/I	3,777	( 1,086 )	1976/III	1,769	( 0,523 )
1973/II	-4,114	( -1,159 )	1976/IV	- 3,300	( -0,975 )

$SS = 643,815$ ,  $R^2 = 0,530$ ,  $S.E. = 3,249$ ,  $D.W. = 1,866$ ,  $D.F. = 61$

Test d'analyse de covariance :  $F_{7,82} = 3,878$  ( valeur  $p = 0,00108$  )

Test prédictif de Chow :  $F_{28,61} = 2,063$  ( valeur  $p = 0,00939$  )

\* Niveaux de signification marginaux ( valeurs  $p$  ) pour 1970/IV, 1971/I et 1971/III : 0,036, 0,017 et 0,025.

\*\* Niveaux de signification marginaux pour 1973/IV, 1975/III et 1976/I : 0,025, 0,0018 et 0,024.

3. On peut faire des observations très similaires lorsqu'on examine par la même méthode la version contrainte du modèle, bien que l'instabilité dans ce cas paraisse plus forte ( voir tableau 3 ).

en 1973/IV et en 1975/III. Et, de fait, si on exclut ces deux observations de l'échantillon, les statistiques du test d'analyse de covariance et du test prédictif deviennent respectivement 1,724 et 1,242 ; aucune de celles-ci n'est significative au niveau de 0,05 ( les niveaux marginaux de signification sont respectivement 0,085 et 0,244 ). Nous avons donc identifié deux observations dont le comportement est suffisamment exceptionnel pour faire rejeter l'hypothèse de stabilité.

En outre, à ce stade, il est intéressant d'observer que 1973/IV est le trimestre durant lequel l'embargo arabe sur le pétrole de même que les hausses de prix de l'OPEP ont débuté, deux perturbations à la fois importantes et exceptionnelles ; de plus, ce trimestre coïncide avec la fin d'une phase d'expansion ininterrompue du PNB réel aux États-Unis ( 1971/I-1973/IV ) et le commencement de la « Grande Récession » de 1974/I-1975/I. De façon assez semblable, 1975/III coïncide plus ou moins avec la reprise qui a suivi la même récession ; de plus, on peut noter qu'une coupure de taxe importante ( bien que temporaire ) et un crédit d'investissement aux entreprises ont été mis en vigueur durant 1975/II [ voir Blinder ( 1979, pp. 150-152 ) ], ce qui peut expliquer, au moins en partie, le phénomène de sous-prédiction dans ce cas. Finalement, on peut observer que 1970/IV est le dernier trimestre de la récession de 1970. Donc, l'équation de St. Louis, dans la spécification considérée ci-dessus, montre des signes d'instabilité, bien que celle-ci paraisse de nature plutôt temporaire ; en particulier, il apparaît que celui-ci a la performance la moins satisfaisante près des points tournants du cycle économique et, notamment, lorsqu'il s'agit de tenir compte d'importants chocs au niveau de l'offre.

## 5. CONCLUSION

La régression [ 8 ] fournit une méthode très commode du point de vue numérique afin d'obtenir des indications directes concernant l'une des conséquences principales de l'instabilité structurelle ( des erreurs de prédiction importantes ) ainsi que tout un ensemble de tests prédictifs. Sans l'utilisation des variables binaires suggérées, il faudrait, pour obtenir la même information, soit effectuer  $T_2$  régressions supplémentaires, soit calculer les statistiques  $t$ , de façon explicite, ce qui peut être assez dispendieux. De plus, lorsque  $T_2 > k$ , les variables binaires considérées plus haut ne deviennent pas identiques à celles considérées par Gujarati ( 1970,a,b ) et fournissent une information différente, se rapportant à la chronologie des changements structurels plutôt qu'à l'identité des coefficients instables. Par suite, le test d'analyse de covariance et le test prédictif fournissent des renseignements complémentaires et il peut être très utile d'effectuer les deux tests ( avec variables binaires ) chaque fois que cela est possible. Finalement,

ment, on peut noter que l'interprétation paramétrique à la fois simple et naturelle donnée ici au test prédictif de Chow (comme un test sur le vecteur de paramètre  $\underline{\gamma}$ ) montre clairement de quelle façon ce test vise un ensemble d'hypothèses alternatives beaucoup plus large que le test d'analyse de covariance (car  $\underline{\beta}_1 \neq \underline{\beta}_2$  est un cas spécial de  $\underline{\gamma} \neq \underline{0}$ , tandis que l'inverse n'est pas vrai); de plus, cette interprétation rend tout à fait directe la construction de quotients de probabilités a posteriori (au sens Bayésien) pour le cas où  $T_2 \leq k$ , car il suffit pour ce faire d'imputer une distribution a priori au vecteur  $\underline{\gamma}$ .<sup>4</sup>

Jean-Marie DUFOUR,  
*Université de Montréal.*

---

4. Pour le cas où  $\text{rang}(X_i) = k < T_i$ ,  $i=1, 2$ , de telles probabilités a posteriori ont été obtenues par Zellner et Siow (1979).

## RÉFÉRENCES

- BLINDER, A.S., 1979, *Economic Policy and the Great Stagflation* ( Academic Press, New York ).
- BROWN, R.L., DURBIN, J. and EVANS, J.M., 1975, « Techniques for Testing the Constancy of Regression Relationships Over Time », *Journal of the Royal Statistical Society, Séries B*, 37, pp. 149-192.
- CARLSON, K.M., 1978, « Does the St. Louis Equation Now Believe in Fiscal Policy ? », *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, 60, n° 2, pp. 13-19.
- CHOW, G.C., 1960, « Tests of Equality Between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions », *Econometrica*, 28, pp. 591-603.
- DUFOUR, J.-M., 1980, « Dummy Variables and Predictive Tests for Structural Change », *Economics Letters*, 6, pp. 241-247.
- FISHER, F.M., 1970, « Tests of Equality Between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions : an Expository Note », *Econometrica*, 38, pp. 361-366.
- GUJARATI, D., 1970a, « Use of Dummy Variables in Testing for Equality Between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions : a Note », *The American Statistician*, 24, n° 1, pp. 50-52.
- GUJARATI, D., 1970b, « Use of Dummy Variables for Equality Between Sets of Coefficients in Linear Regressions : a Generalization », *The American Statistician*, 24, n° 5, pp. 18-22.
- HARVEY, A., 1976, « An Alternative Proof and Generalization of a Test for Structural Change », *The American Statistician*, 30, pp. 122-123.
- JOHNSTON, J., 1972, *Econometric Methods*, 2nd Edition ( McGraw-Hill, New York ).
- LUCAS, R.E. Jr., 1976, « Econometric Policy Evaluation : a Critique », in : K. Brunner and A.H. Meltzer, eds. *The Phillips Curve and Labor Markets*, Carnegie-Rochester Conferences on Public Policy I ( North-Holland, Amsterdam ).
- MADDALA, G.S., 1977, *Econometrics* ( McGraw-Hill, New York ).
- SEAKS, T.G. and ALLEN, S.D., 1980, « The St. Louis Equation : a Decade Later », *Southern Economic Journal*, 47, pp. 817-829.
- THEIL, H., 1971, *Principles of Econometrics* ( John Wiley and Sons, New York ).
- WILSON, A.L., 1978, « When Is the Chow Test UMP ? », *The American Statistician*, 32, pp. 66-68.
- ZELLNER, A. and SIOW, A., 1979, « Bayesian Posterior Odds Ratios for Several Frequently Encountered Hypothesis in Regression Analysis », Discussion Paper, Graduate School of Business, University of Chicago.