

## Modèles morphodynamiques de segmentation spatiale

Jean Petitot

Volume 42, Number 117, 1998

URI: <https://id.erudit.org/iderudit/022761ar>

DOI: <https://doi.org/10.7202/022761ar>

[See table of contents](#)

### Publisher(s)

Département de géographie de l'Université Laval

### ISSN

0007-9766 (print)

1708-8968 (digital)

[Explore this journal](#)

### Cite this article

Petitot, J. (1998). Modèles morphodynamiques de segmentation spatiale. *Cahiers de géographie du Québec*, 42(117), 335–347.  
<https://doi.org/10.7202/022761ar>

### Article abstract

The paper sketches some leading ideas in phenomenology of perception and structural geography in the sense of Gilles Ritchot and Gaëtan Desmarais. Considering the key approach of discontinuities in the theory of urban form, it next scrutinizes the basic problem of the segmentation and the emergence of qualitative discontinuities in substrata spaces. Moreover, it points out the way in which the morphological processing of images makes understandable the mechanisms individuating localized spatial domains. Those mechanisms can be adequately modeled with the help of morphodynamical formalisms, especially variational models of spatial segmentation (Mumford and Shah, 1989) as well as multi-scale models driven by non linear anisotropic diffusion equations (Malik and Perona, Morel). Some examples of geographic images are analyzed.

---

# Modèles morphodynamiques de segmentation spatiale

**Jean Petitot**

École des Hautes Études en Sciences Sociales  
Paris

## Résumé

Partant de la phénoménologie de la perception et de la conception structurale-dynamique des discontinuités géographiques dans les travaux de Gilles Ritchot et de Gaëtan Desmarais sur la forme urbaine, l'article aborde le problème fondamental de la segmentation spatiale et de l'émergence des discontinuités qualitatives dans des espaces substrats. Il montre comment le traitement morphologique des images permet de comprendre les mécanismes d'individuation de domaines spatiaux localisés. Ces mécanismes peuvent être adéquatement modélisés à l'aide de formalismes de type morphodynamique, en particulier les modèles variationnels de segmentation spatiale (Mumford et Shah, 1989) et les modèles multi-échelles régis par des équations de diffusion non-linéaires anisotropes (Malik et Perona, Morel). Des exemples en imagerie géographique sont utilisés.

**Mots-clés :** modèles dynamiques, segmentation, discontinuité, forme urbaine, morphologie.

## Abstract

### Morphodynamic Models of Spatial Segmentation

The paper sketches some leading ideas in phenomenology of perception and structural geography in the sense of Gilles Ritchot and Gaëtan Desmarais. Considering the key approach of discontinuities in the theory of urban form, it next scrutinizes the basic problem of the segmentation and the emergence of qualitative discontinuities in substrata spaces. Moreover, it points out the way in which the morphological processing of images makes understandable the mechanisms individuating localized spatial domains. Those mechanisms can be adequately modeled with the help of morphodynamical formalisms, especially variational models of spatial segmentation (Mumford and Shah, 1989) as well as multi-scale models driven by non linear anisotropic diffusion equations (Malik and Perona, Morel). Some examples of geographic images are analyzed.

**Key Words :** dynamic models, segmentation, discontinuity, urban form, morphology

---

adresse postale : École des Hautes Études en Sciences Sociales,  
54 boul. Raspail, 75006 Paris, France  
courriel (e-mail) : petitot@poly.polytechnique.fr  
page web : [http://www.polytechnique.fr/laboratoires/crea/  
JeanPetitot/home.html](http://www.polytechnique.fr/laboratoires/crea/JeanPetitot/home.html)

---

---

## INTRODUCTION<sup>1</sup>

Je remercie le CÉLAT et son directeur, le professeur Laurier Turgeon, pour leur aimable invitation. Je remercie également beaucoup le professeur Gilles Ritchot de son amicale présentation. Je suis heureux de pouvoir le saluer ici, car il connaît toute l'admiration que j'éprouve pour son œuvre, sans conteste l'une des toutes premières de la géographie théorique de ce siècle.

Je sais que les modèles de morphogenèse, de formation de discontinuités qualitatives par brisure de symétrie (c'est-à-dire par brisure d'homogénéité des substrats) intéressent un certain nombre d'entre vous, en particulier dans le cadre du séminaire *Dynamique du Sens et Cognition Spatiale* organisé par Gaëtan Desmarais et Andrew Quinn. Il s'agit d'un problème fondamental, qui va de la physique jusqu'à des domaines aussi différents que ceux de la perception visuelle et de la géographie. Un processus de base lui est sous-jacent, celui de la *segmentation* d'espaces. C'est de ce problème général concernant la perception visuelle et la cognition spatiale que j'aimerais vous entretenir. Je commencerai par évoquer deux exemples.

## PHÉNOMÉNOLOGIE DE LA FUSION ET DE LA SEGMENTATION

Le premier est celui de la *phénoménologie de la perception*. On trouve déjà chez Husserl une conception étonnamment claire du problème dans le premier chapitre de la troisième Recherche logique. Elle met en jeu deux concepts gestaltistes fondamentaux qui ont une portée très générale, celui de *Verschmelzung*, de fusion, de «*merging*», et celui de *Sonderung*, de séparation, de segmentation. En général toute structuration méréologique d'un tout en parties se fait par segmentation en regroupant et fusionnant certains moments et en en séparant d'autres. Cette analyse husserlienne est à l'origine de toute la méréologie et de tout le structuralisme.

Dans les §§ 8 et 9 de la troisième *Recherche Logique*, Husserl explique qu'on ne peut *appréhender* des moments intuitifs qualitatifs et spatio-temporels que si les contenus concrets globaux dont ils sont les moments composent une unité globale qui «*doit se détacher en tant que phénomène*» [*phänomenal Abhebung*], ce que Thom appelle la *saillance*. Comment se constitue la saillance? Husserl introduit, à la suite de Stumpf,

la différence entre les contenus «*séparés*» *intuitivement*, «*se détachant*» ou «*se scindant*» de contenus connexes, et les contenus *fusionnés* avec ces derniers, fondus en eux, sans qu'il y ait entre les uns et les autres de délimitation (1900, p. 26).

Le fusionnement de contenus voisins produit un effet de totalisation par *diffusion* des qualités, un passage du local au global. En revanche, la séparation, la segmentation, parce qu'elle fait obstruction au fusionnement, permet de limiter des parties. Elle repose sur le concept de discontinuité qualitative. Bref, il ne peut y avoir détachement — «*mise en relief*» — des objets, «*que si une discontinuité a été créée au moyen des moments qui la recouvrent*».

---

En fait, cette dialectique fusion/segmentation est cognitivement universelle. Elle est à l'origine des phénomènes de catégorisation. *Verschmelzung* et *Sonderung* sont des processus de traitement de l'information (ce que Husserl appelait des synthèses noétiques), des interprétations du signal.

## LA THÉORIE DE LA FORME URBAINE

Le deuxième exemple est celui de la théorie de la forme urbaine (TFU). Prenons les passionnantes réflexions de Gilles Ritchot, Guy Mercier et Sophie Mascolo sur « L'étalement urbain comme phénomène géographique » (1994). Les auteurs critiquent la conception de l'étalement urbain comme simple diffusion de l'urbain sur un substrat rural indifférencié à partir de foyers de diffusions. Ils critiquent l'image d'un mouvement centro-périphérique de type tache d'huile qui aurait pour cause la croissance démographique et le développement des classes moyennes.

Pour ce que Gilles Ritchot appelle un réductionnisme fonctionnaliste, l'espace géographique est amorphe et la structure morphologique de l'occupation du territoire est subordonnée à la fonction. L'alternative est de penser l'opposition urbain/rural — c'est-à-dire l'hétérogénéité de l'espace habité — comme un *a priori* de segmentation. Il n'y a pas seulement diffusion mais aussi formation dynamique de frontières. Même du point de vue du matérialisme physicaliste le plus radical, il faut, en plus des mécanismes de diffusion, introduire des mécanismes de segmentation. Ceux-ci sont tout aussi physiques et matériels que ceux-là.

Le problème fondamental est donc celui de comprendre la formation de *fronts*, de *bords*, de *discontinuités qualitatives*. Pour les modèles bien connus de la théorie des catastrophes, ce sont les instabilités des dynamiques sous-jacentes qui engendrent les discontinuités qualitatives à travers des bifurcations d'attracteurs. Mais il existe beaucoup d'autres types de modèles morphogénétiques. En physique, il y a par exemple les « *free boundary problems* » entre deux phases. Ils semblent être assez appropriés à la TFU où il s'agit de formations de fronts entre une phase urbaine endorégulée et une phase rurale exorégulée.

Dans les beaux travaux de Gaëtan Desmarais sur la morphogenèse de Paris, ainsi que dans d'autres travaux issus de la TFU, il y a non seulement une théorie de la formation et de la stabilisation des fronts, mais également de leur *évolution*. Celle-ci repose sur le contrôle de la mobilité et donc des flux. Une telle conception *structurale et dynamique* de la discontinuité géographique entre l'urbain et le rural conduit en particulier au fameux modèle du *col*, celui d'un seuil entre deux gradients investis par des polarités opposées +/-, ce qui réfute le modèle radio-concentrique classique et montre que, comme les organismes, les villes se développent sur la base de gradients morphogénétiques.

Je pense qu'on peut formuler ces modèles en disant que des segmentations initiales créent des représentations conduisant elles-mêmes à des investissements de valeurs, des focalisations et des flux. Ces flux produisent des effets de restructuration et de recatégorisation. D'où de nouvelles segmentations, de nouvelles représentations, etc. Ces boucles systémiques sont sous la dépendance de ce que la TFU appelle le contrôle de la mobilité.

---

Le réductionnisme dénoncé par Gilles Ritchot en matière de géographie est l'analogie de l'ancien réductionnisme sensoriel en théorie de la perception. Il s'agit là d'un vieux problème scientifique, philosophique et méthodologique. S'il n'existait que l'analyse du signal réel, il n'y aurait pas d'*objets* perçus. Pour qu'il y ait des objets, il faut des opérations cognitives (conceptuelles et inférentielles) de haut niveau. Mais cela présuppose un pré-traitement *morphologique* de bas niveau qui segmente le signal. Ce n'est que sur la base de la segmentation qu'il peut y avoir constitution et reconnaissance d'objets. C'est de cela que j'aimerais parler maintenant de façon un peu technique.

Ce problème rejoint, je pense, certaines préoccupations géographiques comme celles de la construction de domaines spatiaux individués et de mécanismes de formation d'identités localisées à partir de mécanismes sous-jacents distribués, collectifs, coopératifs et compétitifs. Ces mécanismes sont beaucoup plus profonds qu'on ne le croit en général. Ils ne sont pas fondamentalement humains et sociaux, mais organisationnels et systémiques.

En fait, c'est une *méréo-topologie générale* qu'il s'agit de constituer de façon à modéliser et expliquer la formation de bords dans les réalités spatiales et temporelles en général. Il existe des descriptions de cette méréo-topologie. Celle-ci comprend différents niveaux d'articulation et en particulier de nombreuses articulations virtuelles. Elle manifeste une tendance fondamentale à imposer des unités et des segmentations. Elle est essentielle pour comprendre les capacités *descriptives* du langage et les liens de la description avec la perception. Il existe des bords virtuels qui sont *constitutifs* du lien perception-langage.

Les articulations font partie des conditions de vérité des jugements. Il existe en effet un lien essentiel entre la *vérité* des jugements et le *remplissement intuitif* morphologiquement structuré, entre les bords (réels ou virtuels) structurant une scène perceptive et la structure syntaxique des énoncés qui la décrivent. Barry Smith (1998) a insisté sur l'importance qu'il y a à développer, en particulier pour la géographie, une théorie générale de la segmentation d'entités spatialement étendues au moyen de bords et de frontières soit réelles, soit virtuelles.

## MODÈLES VARIATIONNELS DE SEGMENTATION SPATIALE

Je vous propose maintenant de considérer de façon plus technique le problème de la segmentation spatiale dans les théories contemporaines de la perception visuelle et du traitement d'images.

### TRANSFORMER LE SIGNAL EN OBSERVABLE GÉOMÉTRIQUE

L'un des problèmes théoriques centraux de la vision de bas niveau est le suivant : comment un traitement du signal peut-il être en même temps une analyse géométrique et morphologique? Ce problème occupe une place de plus en plus importante dans les théories de vision naturelle et de vision computationnelle. Pourquoi? Parce que, dès les bas niveaux de traitement (ascendants et *data driven*), le système visuel impose un *format géométrique* au signal. Ce format géométrique est nécessaire pour le traitement ultérieur par des routines de plus haut niveau :

---

cognitives, symboliques, inférentielles, descendantes. Il y a une « *syntaxe géométrique* » des images qui s'établit très tôt, qui extrait, à partir des « mesures physiques » du signal, des invariants géométriques et qui les passe à des représentations de niveau supérieur.

La difficulté est évidemment que le signal *n'est pas* en tant que tel un objet géométrique. Il doit donc être transformé en un *observable géométrique*. Pour un signal, les opérations de différenciation (les opérateurs différentiels) ne sont pas des problèmes bien posés. On ne peut pas lui appliquer directement les algorithmes de géométrie différentielle. Il faut par conséquent rendre la géométrie différentielle opérationnelle, c'est-à-dire « physique ».

Il existe plus d'un millier d'algorithmes de segmentation qui fusionnent des données locales en régions homogènes séparées par des bords nets. Le problème principal est que les régions 2D et les bords 1D sont des entités géométriques de dimensions *différentes* en compétition. En fait, ces modèles minimisent essentiellement une « énergie » de segmentation qui permet de comparer les segmentations entre elles et d'évaluer la façon dont elles reproduisent par approximation le signal.

## LE MODÈLE DE MUMFORD ET SHAH

Le modèle de base est dû à l'éminent géomètre David Mumford (Médaille Fields 1974) qui, depuis quelques années, se consacre à la vision computationnelle et aux neurosciences. Dans un article de synthèse « Bayesian rationale for the variational formulation », Mumford (1994) explique que

one of the primary goals of low-level vision is to segment the domain  $W$  of an image  $I$  into the parts  $W_i$  on which distinct surface patches, belonging to distinct objects in the scene, are visible

et que l'approche mathématique de ce problème crucial de segmentation consiste à utiliser les différentes sources d'information de bas niveau

for *splitting* and *merging* different parts of the domain  $W$

de façon optimale.

Une segmentation  $(u, K)$  d'un signal  $I(x, y)$  défini sur une fenêtre spatiale  $W$  consiste en la donnée :

- (i) d'un système d'interfaces  $K$  dans  $W$  décomposant  $W$  en régions  $W_i$  (les composantes connexes de  $W-K$ );
- (ii) d'une approximation de  $I$  par une fonction  $u$  « régulière » (différentiable) sur  $C = (W-K)$  mais pouvant présenter des discontinuités le long de  $K$ .

Mumford propose une approche *variationnelle* qui consiste à minimiser une fonctionnelle « énergie »  $E(u, K)$ . Son modèle peut être interprété comme un modèle probabiliste (bayésien) à partir de l'équivalence  $E(u, K) = -\text{Log}(p(u, K))$ ,  $p$  étant une probabilité définie sur l'espace fonctionnel des segmentations  $(u, K)$  possibles.

Il comprend, comme tout modèle bayésien, une partie *a priori* (le *prior model*) et une partie concernant les données (le *data model*).

Le *prior model* consiste à prendre comme *a priori* l'opposition fusion / segmentation. On approxime  $I$  par une fonction  $u$  différentiable sur  $C = (W-K)$  en imposant *a priori* que  $u$  varie le moins possible dans les zones homogènes  $W_i$  et que le bord  $K$  ne soit pas trop compliqué et irrégulier.

On obtient ainsi le modèle dit de Mumford et Shah (1989).

$$E(u, K) = \int_{W-K} |\nabla u|^2 dx + \int_W (u-I)^2 dx + \int_K d\sigma$$

On peut le rendre multi-échelle en pondérant les termes. La minimisation de  $E$  est un compromis entre trois contraintes antagonistes :

- (i) l'homogénéité des composantes connexes de  $W-K$  : si  $u = \text{constante}$  sur les  $W_i$ , alors le gradient  $\nabla u = 0$  et  $\int_{W-K} |\nabla u|^2 dx = 0$ ;
- (ii) l'approximation de  $I$  par  $u$  : si  $u = I$  alors  $\int_W (u-I)^2 dx = 0$ ;
- (iii) la parcimonie et la régularité des bords : elles sont mesurées par la longueur globale  $L$  de  $K$ ,  $L = \int_K ds$ .

Ce modèle variationnel qui ramène la segmentation à un « *free boundary problem* » pose énormément de problèmes techniques : correspond-il à un problème bien posé avec de « bonnes » solutions? Comment le modifier pour que les jonctions de bords en des points triples, au lieu d'être à  $120^\circ$  (ce qu'impose le modèle), soient des jonctions en T comme il en va habituellement dans les images? Comment tenir compte du fait que les zones homogènes  $W_i$  ne sont pas en général homogènes pour les valeurs de  $I$  mais pour des *textures* (or dans une texture les valeurs de  $I$  varient très fortement localement). Pour ce dernier problème, on pourra par exemple introduire une analyse de Fourier locale et multi-échelle (de type analyse en ondelettes)  $W(I)$ , caractériser les textures par leur signature spectrale  $P(I) = |W(I)|^2$  et adapter le modèle en segmentant  $P(I)$ .

## LE LIEN AVEC LES ÉQUATIONS DE DIFFUSION

Il existe un lien fondamental entre de tels modèles variationnels et des équations de diffusion. Cela est dû au fait que l'équation de la chaleur est la descente de gradient associée à l'énergie :

$$E(u) = \frac{1}{2} \int_W |\nabla u|^2 dx$$

c'est-à-dire le premier terme du modèle de Mumford. Esquissons la démonstration de ce résultat élémentaire classique.

Calculons la dérivée fonctionnelle  $\nabla E = \frac{\delta E}{\delta u}$  définie par :

$$E(u + g) = E(u) + \int_W \frac{\delta E}{\delta u}(u) g(x) dx$$

Pour une fonction test  $\varphi$  (c'est-à-dire une fonction différentiable dont le support est un compact strictement inclus dans  $W$ ), on obtient :

$$\frac{E(u + t\varphi) - E(u)}{t} = \frac{1}{2} \int_W \frac{|\nabla(u + t\varphi)|^2 - |\nabla u|^2}{t} dx$$

Mais à l'approximation du premier ordre, on a :

$$|\nabla(u + t\varphi)|^2 - |\nabla u|^2 \approx 2t \nabla u \nabla \varphi$$

Par conséquent

$$\frac{E(u + t\varphi) - E(u)}{t} \approx \int_W \nabla u \nabla \varphi dx$$

Considérons alors le champ de vecteurs  $\varphi \nabla u$ . En appliquant le théorème de Stokes, on obtient :

$$\int_{\partial W} \varphi \nabla u = \int_W \operatorname{div}(\varphi \nabla u) dx$$

Mais

$$(i) \operatorname{div}(\varphi \nabla u) = \nabla \varphi \nabla u + \varphi \operatorname{div}(\nabla u) = \nabla u \nabla \varphi + \varphi \Delta u$$

$$(ii) \varphi \equiv 0 \text{ sur } \partial W \text{ (car le support de } \varphi \text{ est inclus strictement dans } W \text{)}.$$

Donc

$$0 = \int_W \nabla u \nabla \varphi dx + \int_W \varphi \Delta u dx$$

D'où

$$\frac{E(u + t\varphi) - E(u)}{t} = - \int_W \varphi \Delta u dx$$

$$E(u + t\varphi) = E(u) - \int_W \Delta u t \varphi dx$$

et

$$\nabla E = \frac{\delta E}{\delta u} = -\Delta u$$



---

Mais la descente de gradient associée à  $E$  est donnée par l'équation aux dérivées partielles :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\delta E}{\delta u}$$

c'est-à-dire par l'équation de la chaleur :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u$$

où  $t$  n'est pas un paramètre temporel, mais un paramètre *d'échelle*.

## ANALYSE MULTI-ÉCHELLE ET ÉQUATIONS DE DIFFUSION ANISOTROPES

Le modèle de Mumford et Shah est variationnel et global. On peut l'interpréter autrement et, en considérant la descente de gradient associée à la minimisation d'une fonctionnelle, lui substituer une explication en termes d'équations différentielles aux dérivées partielles (EDP).

On commence d'abord par interpréter la fusion comme un processus de régularisation, de lissage du signal considéré comme une fonction généralisée (une fonction  $L^2$  ou une distribution). La technique de base est celle, classique, du *filtrage* au sens de l'analyse du signal. Elle consiste à faire une convolution du signal par des gaussiennes. Les différentes largeurs des gaussiennes correspondent à des échelles différentes.

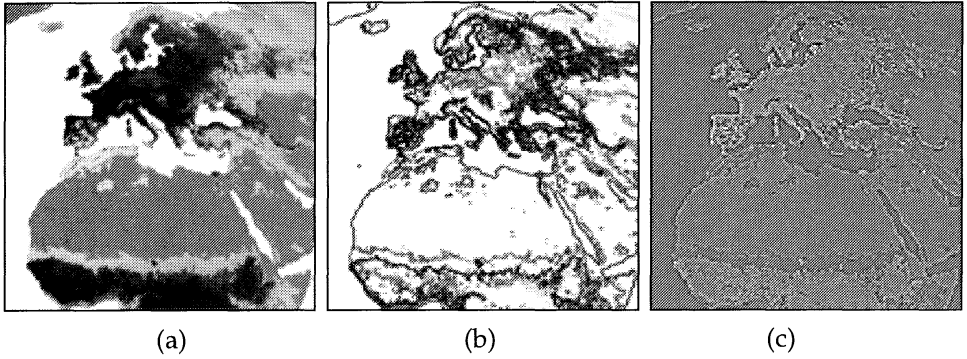
Un tel processus de traitement est plus plausible neurophysiologiquement car on peut l'implémenter dans des champs de cellules dont le profil récepteur est en forme de gaussienne.

Ainsi s'ouvre la vaste problématique de l'analyse *multi-échelle* des images dans un *espace-échelle*. Elle joue un rôle considérable dans la vision computationnelle actuelle. C'est grâce à elle que l'on peut comprendre comment un signal (qui est une information pas du tout géométrique) peut devenir une observable géométrique et donc acquérir un format géométrique.

La gaussienne étant le noyau de l'équation de la chaleur, on peut considérer que, comme processus de traitement, la fusion consiste à appliquer une équation de diffusion aux données sensorielles dans un espace-échelle.

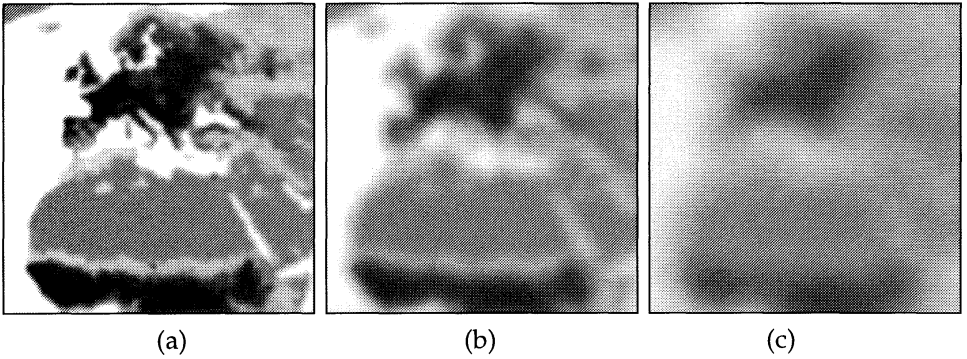
Considérons une image initiale (fig. 1a), ainsi que les bords que l'on peut en extraire (fig. 1b) et l'action sur elle d'un opérateur différentiel, par exemple, le Laplacien (fig. 1c).

**Figure 1** (a) Image initiale (input); (b) bords;  
(c) opérateur différentiel Laplacien



Nous montrons à la figure 2 comment elle se trouve simplifiée par lissage gaussien (*Gaussian blurring*). On voit qu'elle devient alors complètement déstructurée morphologiquement.

**Figure 2** Trois lissages gaussiens successifs de l'input



Cette déstructuration morphologique fait que l'analyse géométrique se dégrade irrémédiablement. La figure 3 le montre pour les bords, la figure 4 pour le Laplacien.

**Figure 3** Dégradation des bords par lissage gaussien

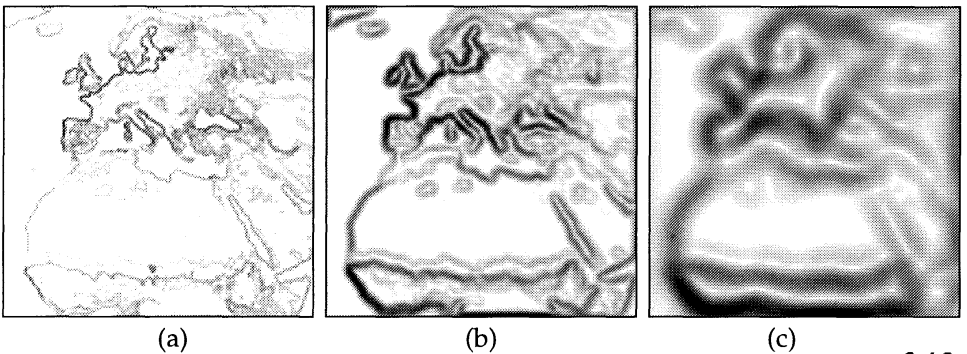
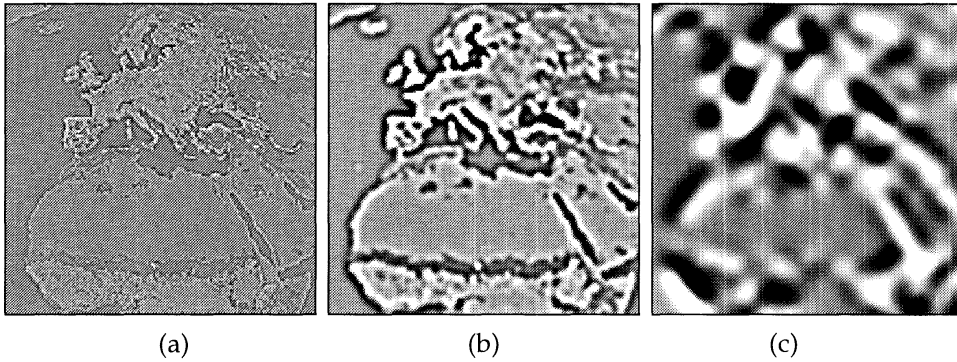


Figure 4 Dégradation du Laplacien par lissage gaussien



Le problème est donc clairement que l'équation de diffusion standard est *non morphologique*. Elle ne dit rien de la *segmentation*. Pour la rendre morphologique, il faut *inhiber* la diffusion le long des bords et même *renforcer* les bords. Cela est possible en faisant intervenir des *non-linéarités*.

Plusieurs solutions ont été envisagées (il s'agit d'un débat mathématique technique). La première idée, due à Malik et Perona (1990), a été de modifier les capacités de diffusion au voisinage des bords. Cela a conduit à des EDP du type :

$$\partial_s I_s = \operatorname{div} [g(|\nabla I_s|) \cdot \nabla I_s]$$

où  $g$  est une fonction  $>0$  décroissante t.q.  $g(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} 0$ . Lorsque la norme du gradient est faible (zones homogènes),  $g$  est proche de 1 et la diffusion est une diffusion gaussienne normale. En revanche, lorsque la norme du gradient devient grande (bords),  $g$  devient proche de 0 et la diffusion se trouve inhibée.

Mais la solution la plus radicale (analysée par Jean-Michel Morel et Pierre-Louis Lions, Médaille Fields 1994) est d'interdire la diffusion transversalement aux lignes de niveau de l'image  $I$ .

On obtient ainsi l'équation de diffusion :

$$\partial_s I_s = \partial_{\xi}^2 I_s$$

où  $\xi$  est une coordonnée tangentielle (c'est-à-dire normale au gradient et tangente à la ligne de niveau au point considéré). Cette équation s'écrit :

$$\partial_s I_s = |\nabla I_s| \operatorname{div} \left( \frac{\nabla I_s}{|\nabla I_s|} \right) = \Delta I_s - \frac{H(\nabla I_s, \nabla I_s)}{|\nabla I_s|^2}$$

où  $H$  est le Hessien de  $I_s$  (on notera que le premier terme de droite redonne l'équation de la chaleur). Elle est uniformément parabolique le long des courbes de niveau, mais totalement dégénérée dans la direction du gradient. Elle fait évoluer les lignes

de niveau — et donc en particulier les bords — comme des fronts avec une vitesse normale égale à leur courbure.

Jean-Michel Morel et ses collègues (Alvarez *et al.*, 1992) ont introduit un lissage gaussien supplémentaire dans ces EDP non linéaires de façon à contrôler la vitesse de diffusion en la couplant à la géométrie de l'image. L'équation de base devient alors :

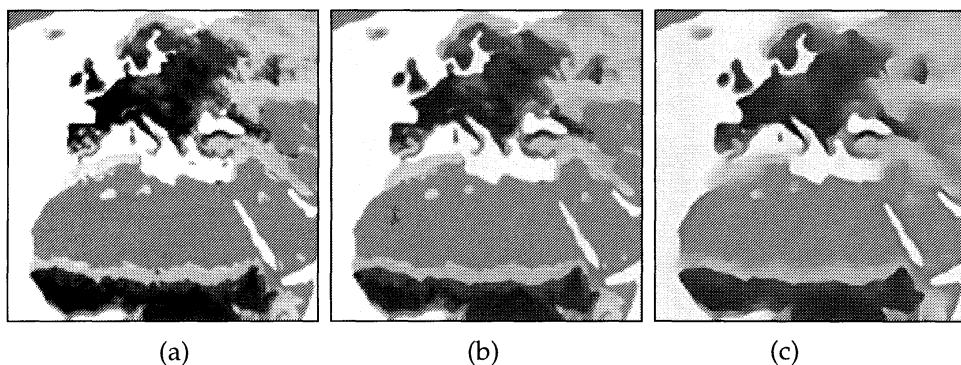
$$\partial_s I_s = g(|G * \nabla I_s|) |\nabla I_s| \operatorname{div} \left( \frac{\nabla I_s}{|\nabla I_s|} \right)$$

où  $G$  est un noyau gaussien et  $g(x)$  une fonction décroissante telle que  $g(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} 0$ . Ils ont également montré que si l'on impose une contrainte d'invariance affine (au lieu de l'invariance euclidienne), l'EDP type devient :

$$\partial_s I_s = |\nabla I_s| \operatorname{div} \left( \frac{\nabla I_s}{|\nabla I_s|} \right)^{1/3}$$

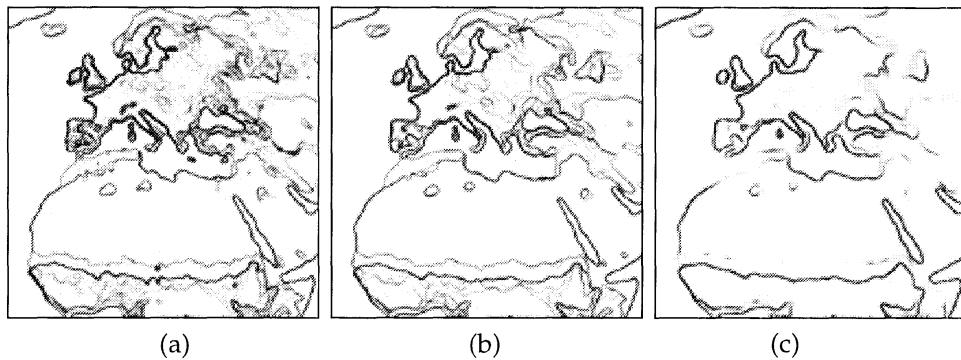
L'immense avantage de ces EDP anisotropes et non linéaires est de permettre *une simplification de l'image qui respecte sa géométrie*. La figure 5 montre l'EDP de Morel appliquée à l'image initiale de la figure 1. En comparant avec la figure 2, on voit à quel point la structuration morphologique se trouve préservée, bien que simplifiée. Les contrastes faibles sont lissés et diffusent, alors que les contrastes forts résistent à la diffusion tout en se simplifiant géométriquement.

**Figure 5** EDP non linéaire anisotrope appliquée à l'input de la figure 1



Quant à la figure 6 (à comparer à la figure 3), elle montre sur l'exemple des bords à quel point la segmentation (et donc la structuration morphologique) se trouve préservée (la dégradation des bords à certains endroits comme le détroit de Gibraltar est due à un biais : une image en couleurs ayant été transformée en niveaux de gris, certains contrastes ont été artificiellement et considérablement affaiblis).

Figure 6 Préservation des bords lors d'une diffusion non linéaire anisotrope



## CONCLUSION

Il est remarquable que des EDP réalisent des segmentations multi-échelles aussi efficaces. On peut montrer que des techniques de ce genre permettent de résoudre de nombreux problèmes, par exemple celui de la *constituance* (décomposition canonique d'un tout en parties) ou celui du *grouping* (regroupement d'unités distribuées en unités superordonnées). En fait, ce sont tous les problèmes classiques (et fondamentaux) de la Gestalt théorie et du structuralisme que l'on commence à pouvoir aborder de façon physico-mathématique dans le cadre morphodynamique.

## NOTE

- 1 NDLR : Ce texte a été initialement présenté lors d'une conférence tenue au CÉLAT (Centre d'études interdisciplinaires sur les lettres, les arts et les traditions) à l'Université Laval, le 25 octobre 1996. Nous n'avons pas modifié la forme de l'Introduction, rédigée pour la conférence.

## BIBLIOGRAPHIE

- ALVAREZ, L., LIONS, P.-L. et MOREL, J.-M. (1992) Image Selective Smoothing and Edge Detection by Non Linear Diffusion. *SIAM Journal of Numerical Analysis*, 29 : 845-866.
- DESMARAIS, G. (1995) *La morphogenèse de Paris*. Paris, L'Harmattan, Québec, CÉLAT.
- FLORACK, L. (1993) *The Syntactical Structure of Scalar Images*. Université d'Utrecht, thèse de doctorat.
- HAMY, H. (1997) *Méthodes géométriques multi-échelle en vision computationnelle*. Paris, École Polytechnique, thèse de doctorat.
- HUSSERL, E. (1900-1901) *Logische Untersuchungen*. Halle, Max Niemeyer, 1913; *Recherches Logiques*, Paris, Presses Universitaires de France, 1969-1974.
- (1954) *Erfahrung und Urteil, Untersuchungen zur Genealogie der Logik*. Hamburg, Claassen & Goverts.

- MALIK, J. et PERONA, P. (1990) Scale-Space and Edge Detection Using Anisotropic Diffusion. *IEEE Trans. PAMI*, 12(7) : 629-639.
- MOREL, J.-M. and SOLIMINI, S. (1995) *Variational Methods in Image Segmentation*. Berlin, Birkhäuser.
- MUMFORD, D. (1994) Bayesian Rationale for the Variational Formulation. *Geometry-Driven Diffusion in Computer Vision*, Dordrecht, Kluwer.
- MUMFORD, D. and SHAH, J. (1989) Optimal Approximations by Piecewise Smooth Functions and Associated Variational Problems. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, XLII : 4.
- PETITOT, J. (1990) Le Physique, le Morphologique, le Symbolique. Remarques sur la Vision. *Revue de Synthèse*, 1-2 : 139-183.
- (1992) *Physique du Sens*. Paris, Éditions du CNRS.
- (1994a) Phenomenology of Perception, Qualitative Physics and Sheaf Mereology. *Philosophy and the Cognitive Sciences*. Proceedings of the 16<sup>th</sup> International Wittgenstein Symposium (R. Casati, B. Smith et G. White, éds). Vienna, Verlag Hölder-Pichler-Tempsky, pp. 307-408.
- (1994b) La Sémiophysique : de la physique qualitative aux sciences cognitives. *Passion des Formes* (M. Porte, éd.). ENS Editions, Fontenay-St-Cloud, pp. 499-545.
- (1995) Morphodynamics and Attractor Syntax. Dynamical and Morphological Models for Constituency in Visual Perception and Cognitive Grammar. *Mind as Motion*, (T. van Gelder et R. Port. éds). Cambridge, MIT Press, pp. 227-281.
- PETITOT, J. and SMITH, B. (1996) Physics and the Phenomenal World. *Formal Ontology* (R. Poli et P. Simons, éds). *Nijhoff International Philosophy Series*, vol. 53. Dordrecht, Kluwer, pp. 233-253.
- PETITOT, J., VARELA, F. J., ROY, J.-M. et PACHOUD, B., éds (1998) *Naturalizing Phenomenology : Issues in Contemporary Phenomenology and Cognitive Science*. Stanford, Stanford University Press.
- RITCHOT, G., MERCIER, G. et MASCOLO, S. (1994) L'étalement urbain comme phénomène géographique. *Cahiers de Géographie du Québec*, 38 (105) : 261-283.
- SMITH, B. (1998) Truth and the Visual Field. *Naturalizing Phenomenology : Issues in Contemporary Phenomenology and Cognitive Science* (J. Petitot, F. J. Varela, J.-M. Roy et B. Pachoud, éds.), Stanford, Stanford University Press.
- THOM, R. (1980) *Modèles mathématiques de la Morphogenèse* (2<sup>e</sup> éd.). Paris, Christian Bourgois.