Revue des sciences de l'éducation

Le calcul tel qu'il est « reçu » par l'enfant

Félix Bémelmans

Volume 3, Number 2, Spring 1977

URI: https://id.erudit.org/iderudit/900042ar
DOI: https://doi.org/10.7202/900042ar

See table of contents

Publisher(s)

Revue des sciences de l'éducation

ISSN

0318-479X (print)
1705-0065 (digital)

Explore this journal

Cite this article

Bémelmans, F. (1977). Le calcul tel qu'il est « reçu » par l'enfant. *Revue des sciences de l'éducation*, *3*(2), 161–180. https://doi.org/10.7202/900042ar

Article abstract

Ce travail collectif est passé par les étapes suivantes : analyse de l'« équipement » mental de l'enfant qui apprend; analyse des stades de développement; analyse de classes de première année.

Inspirée de J. Piaget, la conception de base retenue, à savoir les stratégies hiérarchisées, se rapproche d'une étude récente sur l'évolution du nombre effectuée à l'Université de Pittsburgh.

L'enfant utilise le dénombrement : c'est une signification qu'il connaît avant la structure cardinale. Il part de l'action (manipulation), puis intériorise (symbolisation) et, enfin, pense réellement (abstraction).

Les étapes de l'apprentissage ont été établies à partir des réactions d'élèves exprimées au cours d'examens psycho-pédagogiques.

Le calcul tel qu'il est "reçu" par l'enfant

F. Bémelmans *

RÉSUMÉ

Ce travail collectif est passé par les étapes suivantes : analyse de l'« équipement » mental de l'enfant qui apprend ; analyse des stades de développement ; analyse de classes de première année.

Inspirée de J. Piaget, la conception de base retenue, à savoir les stratégies hiérarchisées, se rapproche d'une étude récente sur l'évolution du nombre effectuée à l'Université de Pittsburgh.

L'enfant utilise le dénombrement : c'est une signification qu'il connaît avant la structure cardinale. Il part de l'action (manipulation), puis intériorise (symbolisation) et, enfin, pense réellement (abstraction).

Les étapes de l'apprentissage ont été établies à partir des réactions d'élèves exprimées au cours d'examens psycho-pédagogiques.

1. INTRODUCTION

Ce travail, — effectué dans le cadre de la Commission du Primaire de la F.C.P.L., — a suivi plusieurs étapes.

1. Analyse de l'enfant qui apprend, et de son équipement mental et instrumental à chacun des moments de son évolution.

2. Analyse des stades de développement par lesquels passent nécessairement TOUS les enfants, non pas en « sautant » de stade en stade, mais selon un développement continu, parcouru à des rythmes différents pour chaque enfant.

* Bemelmans, F. : professeur invité, Université Laval.

3. Analyse de classes de première année, qui ne se sont pas révélées homogènes, loin de là. Dans une classe, — quelle qu'elle soit, — on retrouve des élèves répartis à tous les niveaux, depuis la simple opération d'analogie (tout juste capable d'identifier « le même que »), la collection figurale, la collection vérifiée par correspondance terme à terme, ou par régulation, la classification et l'inclusion.

4. Si on se réfère à une étude récente de l'évolution du nombre, [1] qui met en évidence les stratégies hiérarchisées, on s'aperçoit que notre conception inspirée de J. Piaget correspond, en gros, aux conclusions expérimentales de l'équipe de Pittsburgh.

« Le concept de nombre naturel est une propriété commune à tous les ensembles, depuis la correspondance terme à terme jusqu'à la notion de chacun des ensembles. Les comportements spécifiques permettent ainsi une définition opérationnelle de la notion de nombre ; ces comportements sont hiérarchisés, chacun constitue un pré-requis pour le suivant. »

Unités 1 et 2 — Comptage un par un jusqu'à 5 puis jusqu'à 10.

Unités 3 et 4 — Nombres jusqu'à 5 puis 10. Simple comparaison d'ensembles.

Unités 5 et 6 — Comparaison d'ensembles par un processus plus complexe consistant à comparer l'ordre de sériation avec la position ordinale des ensembles.

Unités 7 et 8 — Addition et soustraction, qui supposent un processus de partition et de commutativité.

« La question importante, dans la maîtrise du curriculum, est, non pas comment l'objectif est enseigné, mais de savoir s'il est appris par l'enfant. »

De brefs tests pour chaque objectif permettent au professeur de contrôler, à tout moment, son enseignement.

2. L'INTELLIGENCE DE L'ENFANT QUI APPREND, ET SON ÉVOLUTION

J. Piaget considère « la collection figurale en tant qu'ébauche de la synthèse entre la compréhension et l'extension ». (Genèse des structures logiques élémentaires).

« De tels faits vérifient donc rétrospectivement l'hypothèse selon laquelle les collections figurales constituent bien des formes élémentaires de classification. »

L'enfant « reçoit » la notion de nombre avec ses instruments perceptifs, sans possibilité de coordonner et de raisonner. La figure constitue *sa* notion à ce moment de la classification, *sa* « cardinalité » du nombre au moins pour les nombres supérieurs à 5 ou 6, qu'il peut grouper en plusieurs figures juxtaposées.

Tous les élèves d'une classe quelconque ne sont pas au MÊME NIVEAU. Il n'y a pas de classes homogènes.

	Stade du syncrétisme		Stade opératoire
	4 ans	5-6 ans	7-8 ans
Quantité (plasticine)	Non-conservation de la quantité. Une seule variable est perçue. « Il y en a plus » parce que c'est plus long. Considère l'espace occupé.	Pseudo-conservation de la quantité ? Les deux variables sont perçues, mais elles sont *juxtaposées* : « C'est plus long » (longueur) ; « C'est plus petit » (hauteur). Correspondance optique entre deux formes.	Conservation de la qualité. Deux variables *coordonnées*. Coordination longueur et hauteur : « C'est plus long mais/et plus petit. » Compensation entre l'allongement et l'amincissement.
Structures	Collection figurale (en carré, en arc, etc.).	Collection non figurale pour les ensembles simples, mais la collection figurale persiste pour les ensembles plus complexes.	Classe d'objets : en *compréhension* (carrés, par ex.) ; en *extension* (tous, quelques-uns...).
FORMATION CLASSES	Estimation perceptive. Constitue une figure B analogue à la figure A.	Estimation perceptive (visuelle) de la « numérosité » des *deux* collections. Notion sériale du nombre. Correspondance terme à terme. Réalise des configurations spatiales vérifiées par dénombrement.	Classe opératoire. Coordonne compréhension et extension. Coordonne sériation et cardination.

% de solutions opératoires et figurales à des collections à deux critères.

	4 ans	5 ans	6 ans	7 ans	8 ans
Solutions figurales	20%	19%	36%	0%	0%
Solutions opératoires	10%	19%	25%	45%	68%

En se basant *provisoirement* sur la structuration figurale du nombre et la commutativité de ses sous-structures constituantes, l'enfant ne fait que poursuivre son évolution vers l'âge opératoire et la notion du nombre.

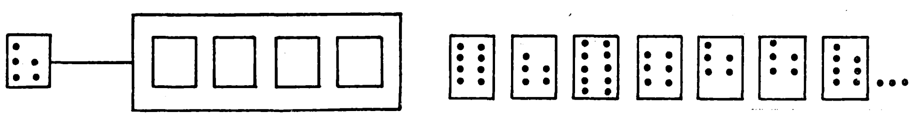
On constate que si l'enfant n'utilise que l'aspect sérial par le comptage, celui-ci se renforce et se maintient au détriment de la cardinalité, entraînant des troubles d'apprentissage par la suite.

Le signe 5 a une double signification : *ordinale 5* = le cinquième dans la série, et *cardinale 5* = cinq éléments. Ce n'est que lorsque l'ordinal et le cardinal seront coordonnés (vers 7/8 ans) que la notion du nombre sera acquise. Cette évolution s'effectue selon un cheminement et à des moments différents chez chaque enfant, ce qui implique une individualisation de l'apprentissage.

Sans considérer la méthode d'enseigner, on a analysé comment les enfants « reçoivent » la notion avec leur équipement mental. On a tenté de partir de leur niveau, pour cheminer avec chacun vers la notion du nombre. On a recherché, pour utiliser la terminologie américaine, [2] les stratégies et leur hiérarchie qui conduisent à la notion du nombre.

On est parti d'une structure figurale. Après plusieurs essais portant sur des ensembles d'objets, de points, non structurés, puis sur des structures en lignes, puis des cartes à jouer, on s'est arrêté à des structures de points placés sur deux lignes.

1ère étape	*Identifier les collections figurales structurées d'abord avec objets manipulés (marrons, etc.).*



Consigne

Placer les jetons de plus en plus vite, c'est-à-dire, passer, du temps nécessaire au comptage, à un temps très court impliquant l'identification par la structure. Choisir 4 jetons parmi 15.

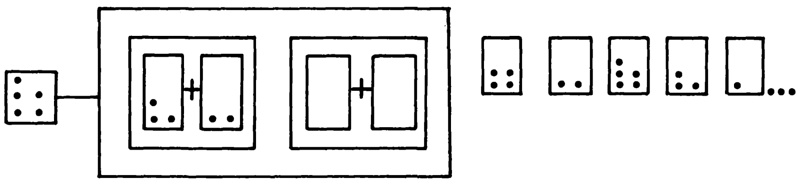
- Cheminement — Les quantités 4-5-6, puis 5-6-7, puis 6-7-8, puis 7-8-9, ... etc.
- Critère — Ne passer à la seconde fiche que lorsque le temps de choix est très court, c'est-à-dire lorsque l'identification se fait par la figure.
- Résultats — Les temps de choix passent de 297″ à 98″ pour chaque item de 4 jetons.

2e étape	*La commutativité des ensembles.*

La commutativité pré-opératoire consiste à réunir des parties disjointes. Elle est d'abord figurale, puis opératoire.

Stade du syncrétisme *Stade opératoire*

4 ans	5-6 ans	7-8 ans
Pseudo-commutativité. Il s'agit d'un niveau primitif lié aux activités, aux manipulations, au figural.	Coordination *régulatrice.* L'enfant cherche à ajouter des sous-ensembles numériques, au lieu de réunir des objets en un tout. L'enfant ajoute des « morceaux successifs ».	Commutativité opératoire. Opération : ajouter ou soustraire, en se basant sur la structure du nombre. Opération de coordination, de partition, de classification et d'inclusion.

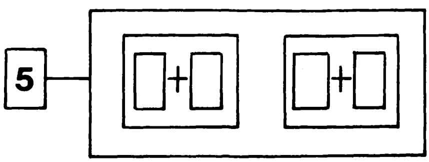


Consigne

Choisir 2 jetons qui font 5 ensembles.

C'est aussi le temps de réalisation qui sert de critère.

- Cheminement — Les quantités 4-5-6, puis 5-6-7, puis 6-7-8, ... etc.
- Résultats — Le temps de choix passe de 190″ à 80″ par item.

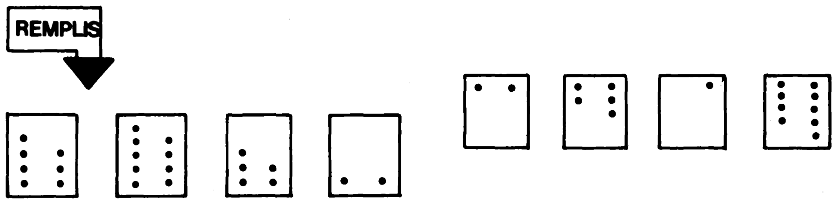


3e étape *La classe 10 ou dizaine.*

Stade du syncrétisme *Stade opératoire*

3-4 ans	4-5 ans	5-6 ans	7-8 ans
Analogie (le même que).	Collection figurale. L'enfant donne une *forme* à son groupement.	Objet collectif. L'enfant constitue une classe d'objets identiques. Pour des quantités complexes, il maintient la forme du groupement.	Classification appartenance, non-appartenance, inclusion dans la classe.

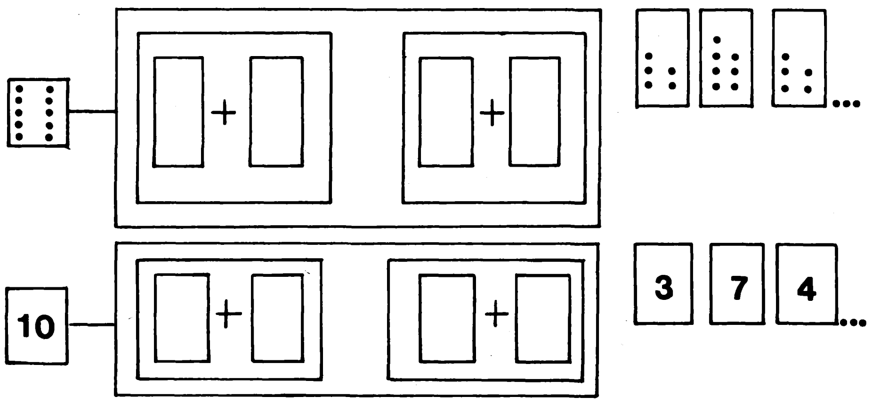
A. *La collection 10 ou dizaine.* Après manipulation, boîte à remplir de 10 cubes.



Consigne

Remplir chaque boîte de 10.

B. *La commutativité de la dizaine.*



- Résultats de A et B — Temps moyen pour chaque item de 4 choix = 109″ et 88″ contre 190″ et 170″. La série C, au départ, était faite par comptage.

4e étape	*La partition et l'équivalence.* [3, 4]

L'équivalence

Stade du syncrétisme *Stade opératoire*

3-4 ans	5 ans	6 ans	7-8 ans
Simple analogie figurale. Comparaison visuelle. Estimation perceptive.	Correspondance intuitive sans conservation. Régulation : ajouter ou enlever. Appel à la sériation, comptage.	Correspondance terme à terme. Configuration spatiale : vérifie d'un regard alternatif ou d'un pointage avec l'index.	Dénombrement préalable pour vérifier l'équivalence, mais coordination entre ce dénombrement et la quantité qui se conserve.

La partition

Drapeau à partager, barres ou ciseaux.

4 ans	5 ans	6 ans	6-7 ans	8 ans
Le tout n'est pas perçu comme un ensemble à diviser.	Le TOUT est perçu comme objet d'une partition, mais reste encore unique. La barre de séparation ou de coupure acquiert une existence propre.	La figure complète est considérée comme composée de barres et de parties.	La barre devient un objet de partition.	Participation accomplie.

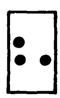
Les opérations

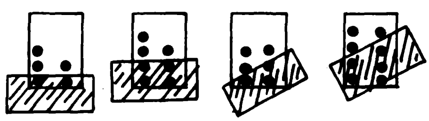
A. *Manipulation.* Coupe et regroupe.

Coupe 2

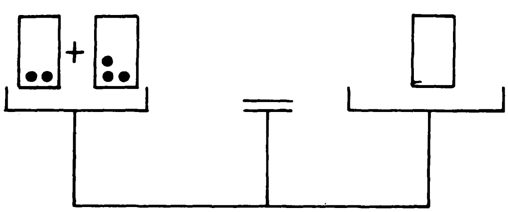
Regroupe

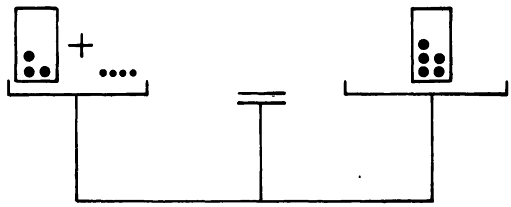
Cache pour avoir

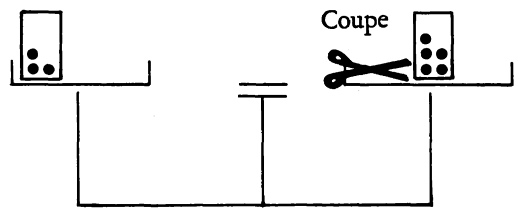




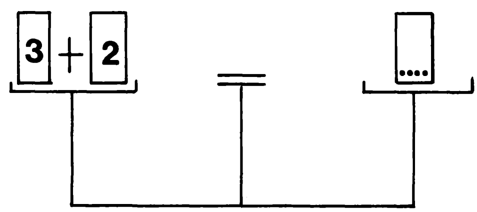
B. *Symbolisation*







C. *Signes*



5e étape

L'inclusion

« L'inclusion est de nature opératoire, elle constitue la condition nécessaire de toute classification hiérarchique. » [5]

C'est un ensemble hiérarchisé (animaux, oiseaux, canards) avec inclusion (Tous les canards sont des oiseaux) et opérations inverses (Tous les canards sont des oiseaux, mais tous les oiseaux ne sont pas de canards), et soustraction (Les pinsons ne sont pas des canards, mais ce sont des oiseaux).

C'est aussi le problème du tableau de numération, dizaines, unités et du calcul en base 10.

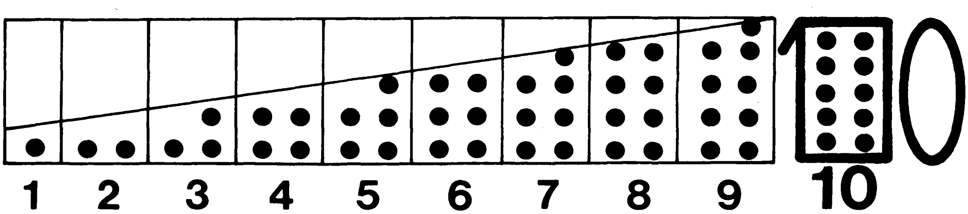
Évolution de l'inclusion

4 ans	5-6 ans	7-8 ans
Simple objet unique avec présentation figurale. La propriété « oiseaux » s'applique à TOUS les objets de la collection : « Tous des oiseaux ».	Ensemble d'objets ayant tous la même propriété même si elle s'applique à une ou deux classes : « Tous sont des oiseaux » (les canards et les pinsons).	Inclusion qui suppose l'usage aisé des quantifications (Tous, quelques-uns, un). Relation de ressemblance et de différence avec leur hiérarchie. Les animaux) canards. Les oiseaux) canards. Les animaux) oiseaux. Il s'agit de classes coordonnées qui ne seront opératoires qu'à 9-10 ans.

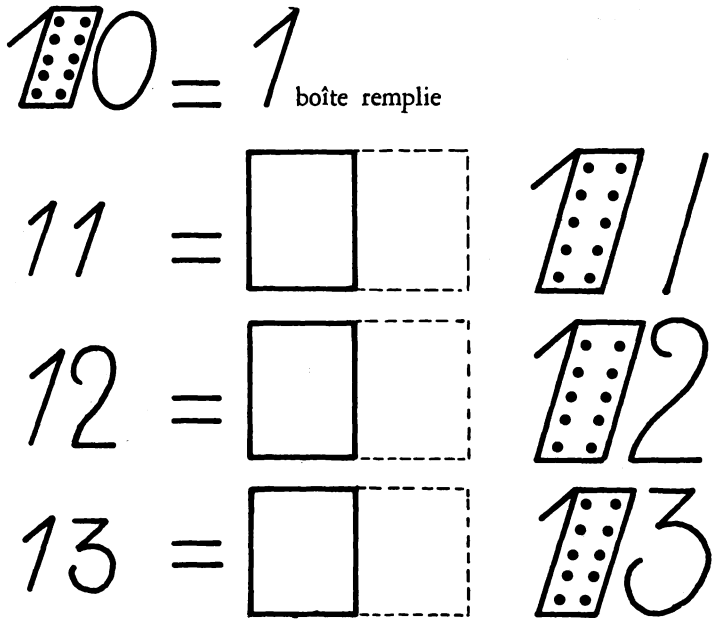
Le passage à la dizaine, dans une opération simple, nécessite une opération de raisonnement, qui comporte une classification (unités, dizaines) et une hiérarchie d'inclusion. Elle est d'abord réalisée sur le plan figural et perceptif, qui se développe progressivement en opérations d'inclusion des classes. C'est le tableau de numération (M.C.D.U.) puis des décimales qui constitue des applications du calcul en base 10 (mathématique moderne).

La dizaine

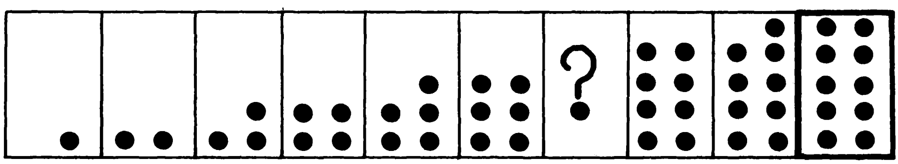
A. *REMPLIS* →



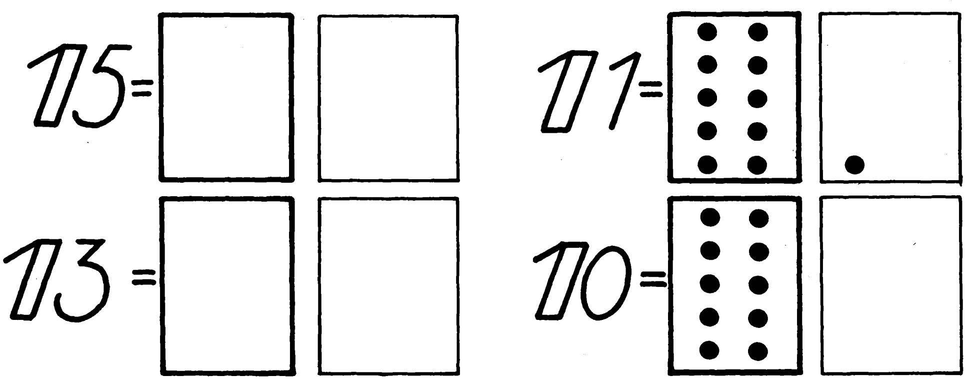
B.



C. *Sériation*



D. *Base 10*

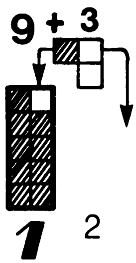


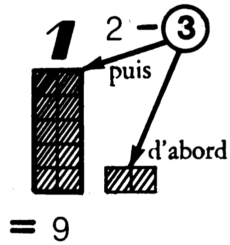
Passage à la dizaine

A. *Manipulations concrètes.* En partant de la dizaine (boîte de 10 cubes)

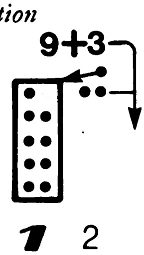
Addition — Remplis la boîte.
Ce qui déborde ?

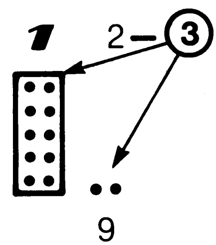
Soustraction — D'abord les unités.
Puis rechercher le reste
dans la boîte.





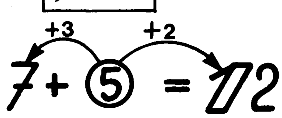
B. *Symbolisation*

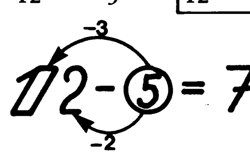




C. *Signes*

$$9 + 3 = \boxed{\begin{matrix}10\\ 9 + 1\end{matrix}} + 2 = 12 \qquad 12 - 3 = \boxed{\begin{matrix}10\\ 12 - 2\end{matrix}} - 1 = 9$$





6e étape	*La multiplication et la division*

Logiquement plus complexe que l'addition, la multiplication est d'abord figurative avant d'être opératoire.

« Il est évident que la table à double entrée ou matrice, constitue une disposition figurale qui est caractérisée par une certaine configuration perceptive à base de symétries. » [6]

« Il y a une filiation des structures opératoires à partir des structures figurales initiales, il y a néanmoins discontinuité relative entre deux sortes de solutions à résultats également corrects, les unes fondées sur les simples symétries perceptives et les autres, sur la compréhension proprement dite des correspondances. » [7]

Évolution. Classer les blocs logiques

Stade du syncrétisme *Stade opératoire*

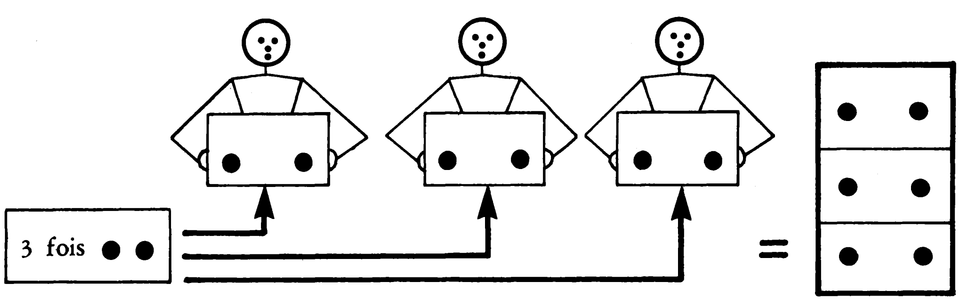
3 ans	4 ans	5 ans	6 ans	7-8 ans
Classe en deux collections. rouges jaunes	Classe en 4 collections dans relations simultanées entre elles. rouges triangles / jaunes ronds	Constitue 2 collections dont une est subdivisée en sous-collections. rouges: carrés, ronds bleus / jaunes	Constitue 2 fois 2 collections, sans qu'interviennent toutes les relations entre elles. rouges: ronds, carrés bleus: triangles, carrés	Intersections correctes, comprises entre toutes les collections. carrés / ronds rouge: carrés r., ronds r. bleu: carrés b., ronds b. Structure multiplicative.

La disposition figurale ne constitue donc pas une solution définitive, mais un stade intermédiaire entre le comptage et les correspondances logiques.

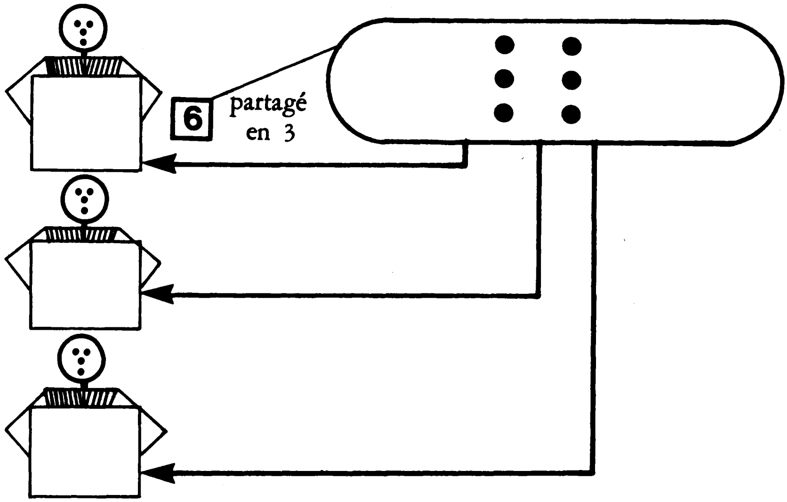
La multiplication et la division

A. *Manipulation* : avec des boîtes appartenant à 3 élèves et des jetons ou billes.

B. *Symbolisation* *MULTIPLICATION*



DIVISION



3. CONCLUSIONS

Le calcul mental constitue une application méthodique des opérations de calcul en base 10, avec la transformation et l'inclusion hiérarchique des unités en dizaines, centaines, etc.

Le dénombrement comme la régulation [8] constitue des processus qui peuvent faciliter le calcul à un moment donné, mais centre l'élève sur une voie qui ne conduit pas à l'inclusion indispensable à la compréhension du calcul en base 10.

« Le détour du dénombrement économise l'inférence logique, il est donc improbable qu'il y conduise, il est improbable, a fortiori, que, fournissant la réponse dans le cas présent, il suggère une solution déductive universelle. S'il y a ici quelque effet de renforcement, c'est le procédé lui-même qui est renforcé et nullement la structure d'inclusion qu'il n'a pas à utiliser. » [9]

Avant de maîtriser la notion du nombre, l'élève passe par toute une succession de stades de développement qui sont d'abord figuraux pour les cinq premiers nombres et continuent d'être figuraux au stade suivant pour les chiffres plus élevés.

L'enfant utilise le dénombrement, c'est une signification qu'il connaît avant la structure cardinale. Pour éviter que le point de départ soit exclusivement ordinal, on est parti de la notion figurale que l'enfant comprend. Cela peut donc constituer une base provisoire sûre pour accéder au développement de sa capacité logique. On suit ce développement plutôt que de choisir une solution de facilité.

Une autre dimension du problème est le mode d'élaboration de la pensée, qui part toujours de l'action (manipulation) pour ensuite être intériorisée (symbolisation), et enfin être pensée (abstraction). Les structures et schémas utilisés ont été construits au départ des réactions d'élèves exprimées au cours d'examens psycho-pédagogiques.

Pour chaque étape, un certain nombre de fiches de travail ont été établies. Chaque fiche comporte une feuille d'exercices et une enveloppe contenant des jetons figuraux destinés aux réponses.

1ère opération — Le professeur effectue avec l'élève des manipulations sur du matériel concret : cubes, jetons, boîte.

2ème opération — Symbolisation sur fiches que l'enfant réalise seul, dont la correction s'effectue d'un simple coup d'œil. [10]

3ème opération — Contrôle de l'acquisition de la notion par un diagnostic des processus de l'enfant.
— Évaluation au cahier d'avancement, dans lequel la succession des diverses étapes permet de *SITUER* chaque élève sur la ligne de progression de la matière. D'où la possibilité permanente d'établir des groupes de niveau.

Les dix élèves qui ont été spécialement suivis, ont un niveau mental moyen, voire même situé dans la moyenne inférieure (percentiles aux Matrices de Raven).

30e p.	40 - 50 - 60	70 et +
4	4	2

Le premier contrôle a porté sur le temps nécessaire à l'enfant pour fournir sa réponse. Un temps très court permet de conclure à l'identification par la structure et non par le comptage.

	Temps nécessaire au départ	Temps nécessaire après rattrapage
1ère étape	290″	98″
2ème étape	170″	80″
3ème étape	190″	109″

Les étapes de l'apprentissage

I Collections figurales. Identifier des ensembles.

II Commutativité des ensembles.

III L'ensemble 10 — ou dizaine.

IV Participation — Les opérations.

V Équivalence — Les opérations.

VI Sériation.

VII Inclusion. Dizaine et passage à la dizaine (Niveau figural).

VIII Multiplication et division — Niveau figural.

Le diagnostic en 1ère année	Avant et après le rattrapage en classe d'adaptation.

La technique du diagnostic consiste à placer l'enfant devant un problème et à observer attentivement son comportement (Yeux, mains, lèvres, paroles, gestes, graphismes, etc) pour en déduire le processus de pensée.

Processus défectueux avant le rattrapage	*Processus observé après le rattrapage*
Stade 1	
Comptage sans respecter l'intervalle (l'ordinal du nombre n'est pas acquis). 5 + 4 = 5 6 7 8 = 8 7 − 4 = 7 6 5 4 = 4	Comptage terme à terme, ascendant ou descendant. 5 + 4 = 6 7 8 9 = 9 7 − 4 = 6 5 4 = 3
Stade 2	
Comptages successifs sur chaque ensemble Correspondance terme à terme (« 1 2 3 4 ; 1 2 3 4, c'est le même. »)	Comparaison d'ensembles, identifier l'ensemble par la figure ou sous-ensembles. Le temps d'identification se limite à quelques secondes (inférieur au temps nécessaire pour compter). Le mouvement des yeux se limite à 2 ou 3 « va et vient ».
Stade 3	
Comptages successifs : 1) premier ensemble, 2) 2e ensemble, 3) les deux réunis. (« 3 + 4 = 1 2 3 et 1 2 3 4, ça fait 1 2 3 4 5 6 7. »)	Égalité et commutativité. L'enfant égalise deux sous-ensembles par leurs structures ou leurs sous-structures.

Stade 4

Mécanisme de soustraction non compris («8 — 5 = 8. Ben oui, — 5, je supprime le 5 et il reste le 8.»)
Comptage ascendant : remonte de 5 jusqu'à 8 (addition déguisée).
Comptage inversé 8 — 5 = 7 6 5 = 3
Comptage inversé avec erreur sur l'ordinal du nombre : 8 — 5 = 8 7 6 = 6.

Opérations : addition et soustraction. Regroupe les structures en un seul ensemble ou « coupe » une structure en deux sous-structures.

Stade 5

Opérations de dédoublement
8 — 5 = 10 — 5 = 5 (Ça je sais»)
puis 5 — 2 = 3.

Notion de dizaine purement figurale.
Dizaine : boîte pleine. Il ne s'agit pas encore de la notion de classe 10.

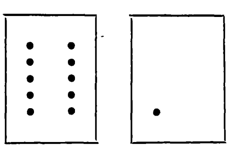
Stade 6

13 — 7 : 10 doigts, enferme 7 !
(« Je n'ai pas 13 doigts. »)
Dans 11, le 1 et le 1 sont équivalents à 2.

Notion figurale du passage à la dizaine.
La *boîte* déborde ou on retire de la *boîte.*
dizaine dizaine
Manipulation et symbolisation sans opération d'inclusion.

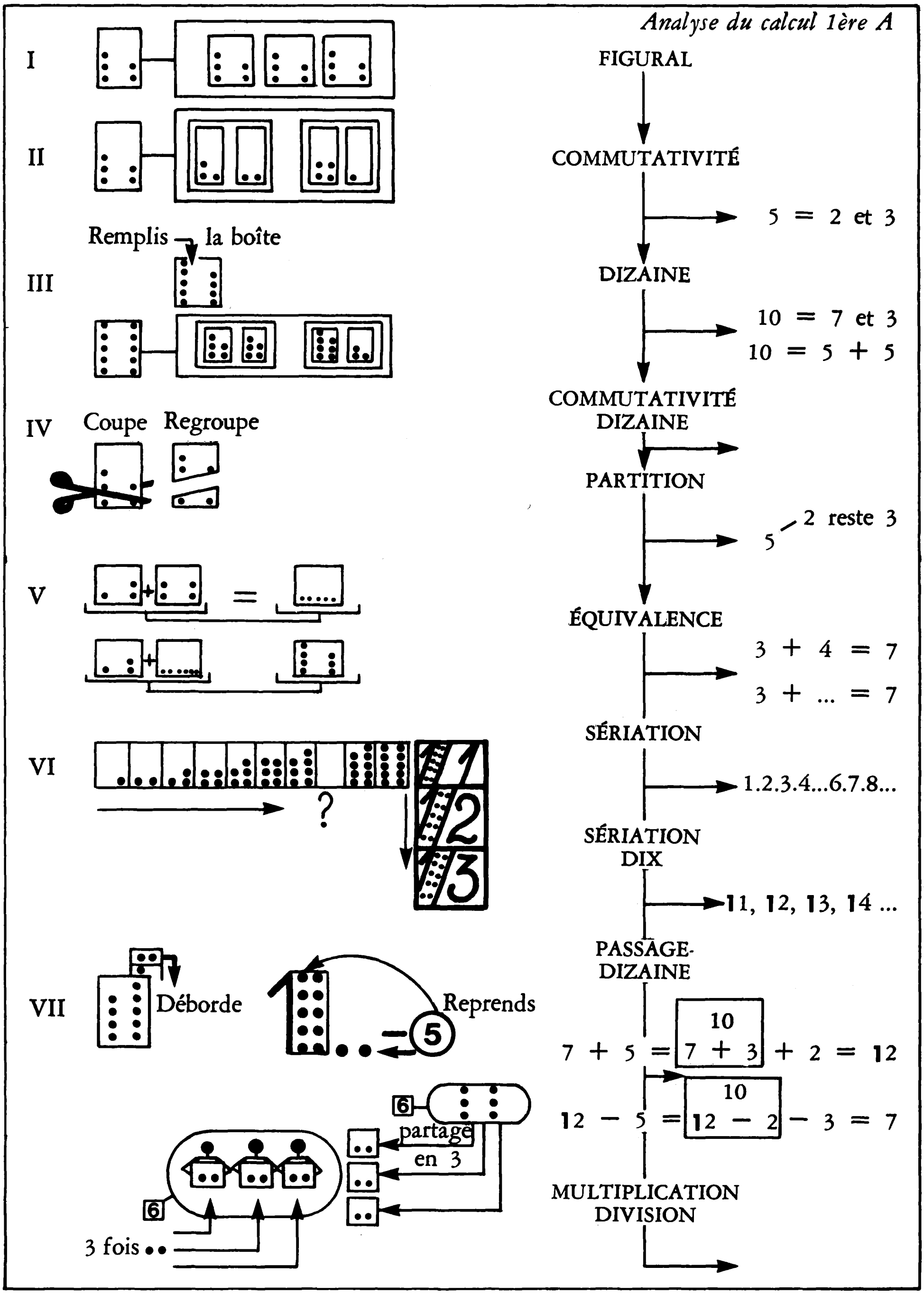
Stade 7

Fais 11 avec les jetons.



— « Écris 11 ! Le 1 et le 1 c'est quoi ?
— « Le 1 et le 1 c'est le même. »
— « Ça fait combien cela 11 ? »
— « C'est deux. »
— « Refais 11. »
— « Le 1 c'est une boîte. »
« Ah, oui c'est une dizaine et le 1 c'est une petite boule. »

La notion opératoire de la dizaine et du passage à la dizaine, n'a pas été atteinte après 2 mois, ce qui n'est nullement étonnant. La progression a porté sur une notion pré-opératoire du nombre, des classifications et des inclusions. Ce n'est qu'un peu plus tard que les relations et coordinations figurales vont intervenir et que l'enfant pourra exécuter ces mêmes opérations figurales *en pensée.* Toutes les étapes seront reprises avec des signes (chiffre) avec la possibilité permanente de retour au figural et même au concret.


Analyse du calcul 1ère A
I
II
Remplis la boîte
III
IV Coupe Regroupe
V
VI
?
1
2
3
VII
Déborde
Reprends
5
6
partage en 3
6
3 fois
FIGURAL
COMMUTATIVITÉ
5 = 2 et 3
DIZAINE
10 = 7 et 3
10 = 5 + 5
COMMUTATIVITÉ DIZAINE
PARTITION
5 2 reste 3
ÉQUIVALENCE
3 + 4 = 7
3 + ... = 7
SÉRIATION
1.2.3.4...6.7.8...
SÉRIATION DIX
11, 12, 13, 14 ...
PASSAGE-DIZAINE
10
7 + 5 = 7 + 3 + 2 = 12
10
12 − 5 = 12 − 2 − 3 = 7
MULTIPLICATION DIVISION

C'est là, peut-être, que se situe une étape importante de l'apprentissage. On se figure volontiers que si l'enfant « sait faire » l'opération, il a compris, et c'est là ce qu'on appelle une « quasi notion », c'est-à-dire le point de départ d'un échec.

Une telle notion est lente à acquérir certes car il s'agit d'une *croissance*, c'est-à-dire d'une assimilation suivie chaque fois d'une accommodation. Cette progression de l'action manipulatoire à la pensée consciente passe par une symbolisation figurale. C'est donc à un stade intermédiaire que sont parvenus nos sujets en moins de deux mois. C'est ce stade qui va leur permettre de maîtriser la notion logique du nombre.

BIBLIOGRAPHIE

J. Piaget et B. Inhelder, *La genèse des structures logiques élémentaires*, Paris et Neuchâtel, Delachaux, 1967.

J. Piaget, Morf, Smedslund, Vinh Bang et Wohlwill, *Apprentissage des structures logiques, Étude d'épistémologie génétique*, Paris, P.U.F., 1959.

P. Greco et A. Morf, *Structures numériques élémentaires*, Paris, P.U.F., 1962.

J. Piaget, *La genèse du nombre chez l'enfant*, Paris, P.U.F., 1941.

J. Piaget, Greco, Grise et Papert, *Problèmes de la construction du nombre*, Paris, P.U.F., 1941.

J. Piaget, Beth, Dieudonné, Lichnerowicz, Choquet et Cattegno, *L'enseignement des mathématiques*, Paris et Neuchâtel, Delachaux, 1960.

F. Bémelmans, *Les troubles de l'apprentissage scolaire*, in *Bulletin de psychologie scolaire et d'orientation*, 1971, n° 4, pp. 165-186.

J. Jaspar, *Un test de calcul mental à l'école primaire, Étude psychométrique et génétique,* in *Bulletin de psychologie scolaire et d'orientation*, 1970, n° 4, pp. 180-194.

L.B. Resnick, *Hierarchies in Childrens Learning*, University of Pittsburgh, Learning Research and Development Center, 1971.

L.B. Resnick, Wang et Kaplan, *Task Analysis in Curriculum Design : a Hierarchically Sequenced Introductory Mathematics Curriculum*, in *J. of Applied Behaviour Analysis*, University of Pittsburgh et Columbia University, 1973.

RÉFÉRENCES

1. Il s'agit d'une étude récente, qui nous est parvenue il y a quelque temps : L.B. Resnick, Wang et Kaplan, *Task Analysis in Curriculum Design : a Hierarchically Sequenced Introductary Mathematics Curriculum,* University Pittsburgh et Columbia University, 1973,

2. Resnick, Wang et Kaplan, *op. cit.*

3. P. Greco et A. Morf, *Structures numériques élémentaires*, Paris, P.U.F., 1962.

4. J. Piaget et B. Inhelder, *La genèse des structures logiques élémentaires,* Paris, Paris et Neuchâtel, Delachaux, 1967.

5. J. Piaget et B. Inhelder, *op. cit.,* p. 121.

6. J. Piaget et B. Inhelder, *op. cit.,* p. 155.

7. *Ibid.,* p. 168.

8. J. Piaget appelle « régulation » une addition ou une soustraction par unités ou « petits morceaux » successifs.

9. J. Piaget, Morf, Smedslund, Vinh Kang et Wohlwill, *Apprentissage des structures logiques, Études d'épistémologie génétique,* Paris, P.U.F. 1959, p. 82.

10. Il est très possible de rendre ces fiches auto-correctives par l'utilisation du procédé des images à reconstituer au verso de la fiche-réponse. Les jetons choisis doivent former un dessin déterminé.