Revue des sciences de l'éducation

Les comportements mathématiques des jeunes enfants en tant que produits d’un système de traitement de l’information et reflets de méthodes d’apprentissage

Gisèle Lemoyne

Volume 9, Number 1, 1983

URI: https://id.erudit.org/iderudit/900400ar
DOI: https://doi.org/10.7202/900400ar

See table of contents

Publisher(s)

Revue des sciences de l'éducation

ISSN

0318-479X (print)
1705-0065 (digital)

Explore this journal

Cite this article

Lemoyne, G. (1983). Les comportements mathématiques des jeunes enfants en tant que produits d’un système de traitement de l’information et reflets de méthodes d’apprentissage. *Revue des sciences de l'éducation*, *9*(1), 85–105. https://doi.org/10.7202/900400ar

Article abstract

An information processing analysis of first grade children's behavior in some elementary arithmetic tasks is conducted in order to specify the characteristics of their strategies. Following this study, the author presents and discusses several approaches aimed at helping children elaborate more efficient strategies. These strategies result from more powerful short term memory processes and from a better integration of arithmetic knowledges in long term memory.

Revue des sciences de l'éducation, vol. IX, no 1, 1983

Les comportements mathématiques des jeunes enfants en tant que produits d'un système de traitement de l'information et reflets de méthodes d'apprentissage

Gisèle Lemoyne*

Résumé — L'étude présente analyse, en termes de traitement de l'information, certains comportements d'élèves de première année face à des tâches simples d'addition et de soustraction, ainsi qu'à des exercices de complétion de suites numériques. Elle montre aussi comment ces comportements peuvent être améliorés à la suite d'interventions sur les processus de mémoire à court terme et sur l'intégration des connaissances en mémoire à long terme.

Abstract — An information processing analysis of first grade children's behavior in some elementary arithmetic tasks is conducted in order to specify the characteristics of their strategies. Following this study, the author presents and discusses several approaches aimed at helping children elaborate more efficient strategies. These strategies result from more powerful short term memory processes and from a better integration of arithmetic knowledges in long term memory.

Resumen — El presente estudio analiza, en términos de procesamiento de la información, ciertos comportamientos de los alumnos de primer año frente a las tareas simples de adición y sustracción, asi como frente a ejercicios de completación de series numéricas. El estudio muestra también, como esos comportamientos pueden mejorarse después de intervenir en los procesos de memoria a corto plazo y en la integración de los conocimientos en la memoria a largo plazo.

Zusammenfassung — Die vorliegende Studie untersucht — und zwar in der Sicht der Datenverarbeitung — gewisse Verhaltensweisen von Erstklässlern gegenüber einfachen Rechenaufgaben. Sie zeigt auch, wie dieses Verhalten durch das Eingreifen in den kurzfristigen Merkprozess und in die Aneignung der Kenntnisse auf lange Sicht verbessert werden kann.

Dans son article « Cognitive Psychology and Mathematical Thinking », Greer (1981) examine les théories actuelles sur le système de traitement d'information et certaines recherches sur les processus de résolution de problèmes, dans le but d'identifier les aspects de la psychologie cognitive qui semblent pertinents à la compréhension des processus de la pensée mathématique. Il conclut à la nécessité d'effectuer des recherches se situant à la frontière des études appliquées à l'éducation et des études purement psychologiques. L'étude présente résulte de cette préoccupation; elle analyse, en termes de traitement d'information, les comportements mathématiques de jeunes élèves et montre comment ces comportements reflètent les méthodes d'apprentissage.

* Lemoyne, Gisèle: professeur, Université de Montréal

La plupart des études qui ont permis de dégager certaines caractéristiques du fonctionnement du système humain de traitement d'information ont été orientées vers l'analyse des processus de retrait, d'organisation, de traitement et de rétention d'information, nécessaires à l'exécution de tâches simples, dites de laboratoire (McKeachie, 1980; Greer, 1981). Analyser, de cette façon, les conduites mathématiques d'élèves en situation d'apprentissage, n'apparaît pas, pour le moment, réaliste. En vue d'une meilleure compréhension de ces conduites, il semble toutefois pertinent de les examiner, en tenant compte des connaissances actuelles sur la structure et le fonctionnement de la mémoire. Cet examen doit cependant être appliqué à des comportements non seulement spécifiques, mais décrits de façon précise, le respect de ces conditions assurant une validité minimale aux résultats de l'examen.

Lemoyne, Favreau et Vincent (Lemoyne & Favreau, 1981; Lemoyne & Vincent, 1982) analysent les stratégies numériques des élèves ayant complété avec succès une première année scolaire. Des exercices d'addition, de soustraction et de complétion de suites numériques leurs sont présentés; la méthode d'analyse de protocole, définie par Newell & Simon (1972), est ensuite appliquée aux comportements de ces élèves, afin de préciser les stratégies utilisées. L'examen des stratégies précise les différences et les similitudes entre les stratégies des élèves de ce niveau scolaire. Deux de ces observations sont particulièrement importantes. Dans les exercices d'addition et de soustraction de nombres inférieurs à 10, bien que plusieurs élèves soient en mesure d'effectuer des déplacements dans la suite des nombres pour trouver une somme ou une différence, très peu ne commettent pas d'erreur et très peu n'ont pas recours à un compteur externe des positions (Lemoyne & Favreau, 1981). Dans les exercices de complétion de suites numériques, la majorité des élèves ont recours à une stratégie particulière et inadéquate de composition de nombre pour trouver le premier élément d'une suite, lorsque le premier terme connu est un nombre comportant les chiffres 0, 1 ou 9, à la position des unités (Lemoyne & Vincent, 1982). Les hypothèses formulées pour expliquer ces comportements sont liées aux habiletés de traitement d'information.

L'étude actuelle se situe dans le prolongement de ces recherches sur les stratégies numériques des jeunes élèves. Deux objectifs principaux sont poursuivis: 1) expliquer les stratégies numériques décrites précédemment, en tenant compte de la structure et du fonctionnement de la mémoire à court terme, ainsi que de l'organisation des informations en mémoire à long terme; 2) explorer et analyser certaines interventions visant à modifier ces stratégies.

Analyse et modélisation des comportements

Les exercices arithmétiques sont présentés à chacun des enfants; les comportements sont enregistrés sur ruban magnétoscopique et transcrits *in extenso* sur papier, constituant ainsi les protocoles soumis à l'analyse. Les stratégies identifiées au moment de l'analyse sont ensuite validées; différentes épreuves complémentaires sont élaborées à cette fin. Il n'apparaît pas nécessaire de décrire davantage la démarche d'analyse des stratégies puisqu'elle est identique à celle qui est présentée dans les études de Lemoyne, Favreau et Vincent. Cette étape complétée, certaines interventions sont planifiées et expérimentées dans le but de modifier, de construire ou de généraliser certaines stratégies. Ces interventions seront décrites ultérieurement.

Différents formalismes ont été utilisés pour analyser et expliquer les comportements intellectuels. Le choix du formalisme ne peut être dissocié des buts poursuivis dans une recherche. Dans l'étude actuelle, le formalisme des systèmes de production (Simon, 1978) est retenu parce qu'il permet de préciser les actions effectuées et leurs conditions d'évocation et d'application, puis de rendre compte de l'apprentissage acquis. La nécessité de spécifier les conditions d'évocation et d'application des actions utilisées est sûrement la contrainte la plus importante dans la démarche d'analyse. Les conditions d'évocation et d'application des actions doivent non seulement représenter les connaissances emmagasinées en mémoire à long terme (M.L.T.) et utilisées dans l'interprétation de la tâche, mais aussi s'appuyer sur une conception juste des limites du fonctionnement de la mémoire à court terme (S.T.M.). L'apprentissage se traduit par une transformation du système de production, soit par l'insertion d'une nouvelle production, soit par le retrait ou par la modification de certaines conditions ou actions d'une production, soit par la création d'une production englobant d'autres productions et se substituant à elles.

Structure et fonctionnement de la mémoire: incidences sur l'évolution de certaines stratégies simples d'addition et de soustraction

Dans une étude antérieure sur les stratégies d'addition et de soustraction des enfants de première année, Lemoyne et Favreau (1981) ont montré qu'une des stratégies utilisées pour trouver un des termes de l'opération consiste en un déplacement d'un certain nombre de positions dans la suite des entiers naturels (a, b et c: les différents termes; $a + b = c$, ou $a - b = c$: les différentes opérations; a ou b ou c est à déterminer: les nombres varient entre 1 et 9).

Les productions suivantes définissent les stratégies de base pour l'identification du terme c:

1. Conditions: – opération: +
   – $a > b$
   – c à identifier

   Actions: – partir de a
   – avancer de b positions dans N
   – le nombre associé à la dernière position sera « c »

2. Conditions: – opération: –
– c à identifier

Actions: – partir de a
– reculer de b positions dans N
– le nombre associé à la dernière position sera «c»

Dans cette recherche, il a semblé important de préciser davantage les conditions et les actions de ces stratégies. Le nombre des positions, la valeur des différents termes et le mode de déplacement dans la suite des nombres ont été des aspects examinés et liés aux limites et au fonctionnement de la mémoire à court terme. Cet examen a été suivi d'une étape d'intervention visant à modifier les conditions d'application des actions.

Stratégies simples d'addition et de soustraction: analyse des conditions d'évocation, des actions effectuées et des processus de mémoire

Selon la méthode utilisée dans l'étude initiale, 15 enfants de première année accomplissent les différentes tâches d'addition et de soustraction, et leurs comportements sont analysés. Parmi les enfants interrogés, 4 utilisent les stratégies décrites précédemment, dans plus du tiers des 18 situations. L'expérimentation se poursuit avec ces enfants. D'autres tâches d'addition leur sont présentées; dans ces tâches, le terme b varie entre 1 et 15 et le terme le plus grand ne dépasse pas 50 (exemples: 43 + 7 = ______; 25 + 10 = ______; 48 – 6 = ______; 50 – 9 = ______). De plus, seulement deux types de problème sont donnés, soit a + b = ______ et a – b = ______.

L'analyse des comportements nous permet de constater que 3 des 4 enfants n'utilisent ces stratégies que dans les tâches où le plus grand terme ne dépasse pas 20. L'autre enfant peut les appliquer dans les problèmes où le terme le plus grand ne dépasse pas 50. De plus, l'analyse permet d'identifier une autre limite d'application de ces stratégies, à savoir celle du nombre des déplacements à effectuer (terme b). Deux des enfants appliquent sans erreur ces stratégies uniquement lorsque le terme b ne dépasse pas 5 dans l'addition, et 4 dans la soustraction; un autre enfant ne produit pas d'erreur lorsque le terme b n'est pas supérieur à 7 pour l'addition, et à 4 pour la soustraction. Un dernier enfant ne commet pas d'erreur, lorsque le terme b n'est pas plus grand que 10 dans l'addition ou la soustraction. Comment expliquer ces différences?

Dans la poursuite de l'analyse, nous retenons les deux enfants présentant les différences les plus marquées. Diverses tâches leur sont proposées:

1. rappel des tables d'addition dont la somme ou la différence ne dépasse pas 10 (exemple: 5 – 3 = ______; 6 + 2 = ______); dans cet examen, les réponses immédiates sont retenues comme indicatives d'un enregistrement de ces faits;

2. recherche des nombres a et b qui, par l'addition ou la soustraction, donnent un autre nombre c ($2 \leq c \leq 10$);

3. comparaison de nombres (exemple: 4 et 8; 3 et 7);

4. déplacement de b positions en partant de différents nombres inférieurs à 50; les déplacements se font dans les deux directions (exemple: pars de 50 et recule de 4 positions).

Tous les comportements à ces épreuves sont enregistrés et analysés. L'analyse permet de préciser les différences entre les deux enfants, de mieux définir les stratégies et de montrer comment la structure et le fonctionnement de la mémoire à court terme affectent les comportements.

Analyse et interprétation des comportements

1. comportement le moins évolué

L'enfant A qui applique une stratégie de déplacement de b positions pour trouver le terme c des additions et des soustractions, uniquement lorsque le terme b ne dépasse pas 5 à l'addition et 4 à la soustraction, ne peut pas rappeler immédiatement certaines sommes (exemple: 4 + 5 = ______; 6 + 9 = ______; 3 + 7 = ______); il peut indiquer seulement quelques nombres liés à des sommes et à des différences particulières. De plus, dans la comparaison des nombres, il n'utilise que des relations du type «un peu plus grand», «plus petit que», bien que l'expérimentateur suggère d'autres modes de comparaison (exemple: 5 est 3 de plus que 2; la différence entre 4 et 8 est 4). Enfin, dans la dernière tâche de déplacement dans la suite numérique, cet enfant ne peut donner une performance adéquate que lorsque le nombre des déplacements est inférieur à 6; dans ces situations, certains comportements de ce type sont observés: pour avancer de 5 positions, à partir de 14, l'enfant, en comptant à haute voix, dit: «14, 15, 16, 17, 18, 4, 5, 6. Non, je commence: 14, 15, 16, 17, 18, 15, 16, 17, 18, 4, 19; c'est 19». La démarche de l'enfant A dans les situations de déplacement est beaucoup plus lente que celle de l'enfant B.

Les théories sur les limites et le fonctionnement de la mémoire permettent d'expliquer, du moins partiellement, les comportements de cet enfant. Selon Simon (1978) et Anderson (1976), les informations traitées ou engendrées, par l'application de processus, sont conservées dans une mémoire à court terme qui a une capacité d'enregistrement limitée à quelques éléments. De plus, les capacités d'attention et la quantité d'informations retenues en mémoire par une stratégie de répétition sont limitées; après un court laps de temps, les informations sont perdues. Pour expliquer cette perte, Chase (1978) parle de diminution de la vigilance entraînant une «inactivation» des réseaux d'information.

Ces connaissances sur les limites et le fonctionnement de la mémoire à court terme permettent d'interpréter quelques comportements observés chez l'enfant A.[1] Celui-ci, pour avancer de 5 positions dans la suite des nombres naturels, doit activer, en mémoire à long terme, deux réseaux d'informations constitués par les successeurs des nombres a et 0 (exemple : 4 + 5 : (5, 6, 7, 8, 9), (1, 2, 3, 4, 5)). Les informations ainsi retirées de la mémoire à long terme sont conservées en mémoire à court terme. Puisque l'enfant semble rappeler consécutivement les éléments de chaque réseau, il doit maintenir en état d'activation les deux réseaux. Il semble éprouver des difficultés à maintenir cette activation au-delà du retrait de 5 éléments de chacun des réseaux. Lorsqu'un des réseaux activés est constitué par les prédécesseurs du terme « a », l'activation ne peut être maintenue au-delà de 4 éléments puisque, comme on l'a indiqué précédemment, les stratégies utilisées par cet enfant sont appliquées sans erreur lorsque le terme b ne dépasse pas 4 dans la soustraction. Les quantités d'information retenues se comparent à celles qui sont observées dans de multiples études sur la mémoire à court terme.

Les limites d'enregistrement des informations en mémoire à court terme n'expliquent pas complètement la démarche de rappel observée chez cet enfant. Pour comprendre cette démarche, il convient d'examiner quelques aspects des processus de retrait des informations en mémoire à long terme. La mémoire à long terme conserve diverses connaissances : faits, concepts, procédures,... Le mode d'organisation de ces connaissances est reconnu comme étant hiérarchique ; les structures de listes, les réseaux sémantiques, les systèmes de production constituent diverses formes d'organisation hiérarchique (Anderson, 1976 ; Kintsch, 1977 ; Collins et Quilliam, 1972). Les réseaux en mémoire peuvent être ou non dans un état d'activation. Les processus ne peuvent avoir accès qu'à l'information activée ; dans ce cas, l'activation se répand d'un nœud à l'autre à travers le réseau et la vitesse de propagation est fonction de la force des liens unissant les nœuds. Ainsi, plus un lien est fréquemment activé, plus il est fort et plus le temps de retrait devient court. Le temps de retrait est, de plus, inversement proportionnel à la force des liens compétitifs.

Les hésitations et les erreurs de l'enfant, lorsqu'il se déplace de 5 positions dans la suite des nombres naturels, à partir de 14, peuvent être interprétées à la lumière des connaissances précédentes sur les processus de rappel. Il semble d'une part que les liens entre les successeurs du nombre 14 soient moins forts que ceux qui sont observés entre les premiers nombres naturels ; le réseau constitué par les successeurs du nombre 14 est par conséquent plus vite inactivé que l'autre.

On observe, de plus, un phénomène d'interférence associative : le comptage des positions déplacées interfère avec le retrait des successeurs de 14. Puisque la suite des premiers nombres est plus souvent rappelée, elle devient plus facilement activée que la suite des nombres supérieurs à 14. Ce phénomène d'interférence associative explique aussi la lenteur relative de la démarche de rappel.

2. comportement le plus évolué

Les comportements de l'enfant B aux épreuves complémentaires nous permettent de mieux comprendre pourquoi cet enfant peut appliquer ces stratégies d'addition et de soustraction lorsque le terme b ne dépasse pas 10. Cet enfant rappelle très facilement les sommes et les différences inférieures à 10 et sait trouver rapidement plusieurs nombres qui composent une somme ou une différence. De plus, ses comparaisons de nombres sont précises, utilisant et précisant les différences. Enfin, la démarche de déplacement de b positions dans la suite numérique utilise les connaissances précédentes sur les nombres ; par exemple, dans la situation où il doit reculer de 9 positions à partir de 35, l'enfant procède en trois séquences de trois éléments à la fois, soit 34, 33, 32, puis, 31, 30, 29, puis 28, 27, 26. Lorsqu'il est supérieur à 3, le nombre de positions est considéré comme une somme de termes et ces termes déterminent la longueur des séquences rappelées.

Invoquer une différence relative aux limites de la mémoire à court terme ne peut, comme on l'a vu au cours de cette analyse, expliquer les écarts observés entre les deux enfants. L'enfant B, soumis aux mêmes limites de traitement que l'enfant A, peut sans erreur effectuer des déplacements d'un grand nombre de positions sur la suite numérique parce qu'il élabore, à partir de ses connaissances des nombres, une stratégie de rappel efficace ; décomposant le terme b en différents termes, il peut limiter le nombre d'informations en mémoire à court terme et éviter des erreurs d'interférence associative. Dans le passage qui suit, nous verrons qu'il est possible d'aider un enfant à élaborer de telles stratégies.

Amélioration des stratégies simples d'addition et de soustraction : exploration d'une démarche d'apprentissage

Les stratégies d'addition des enfants dont nous venons d'étudier les comportements peuvent se définir ainsi :

Enfant A :

1. Conditions :
   - opération : +
   - $a > b$
   - $b \leq 5$
   - $a < 20$
   - c à identifier

   Actions :
   - retenir b
   - partir de a
   - avancer de b positions dans N
   - le nombre associé à la dernière position sera « c »
2. Conditions :
   - opération : –
   - $b \leq 4$
   - $a < 20$
   - c à identifier

Actions:
- retenir b
- partir de a
- reculer de b positions dans N
- le nombre associé à la dernière position sera «c»

Enfant B

3. Conditions:
- opération: +
- a > b
- b ≤ 10
- a < 50
- c à identifier

Actions:
- chercher des nombres associés à b par +
- retenir ces nombres n_1, ... n_k

1. - partir de a
- avancer de n_i positions
- si $n_i \neq n_k \rightarrow n_i = n_i + 1$; aller à 1
- le nombre associé à la dernière position sera «c»

4. Conditions:
- opération: −
- b ≤ 10
- a < 50
- c à identifier

Actions:
- chercher des nombres associés à b par +
- retenir ces nombres n_1, ... n_k

1. - partir de a
- reculer de n_i positions
- si $n_i \neq n_k \rightarrow n_i = n_i + 1$; aller à 1
- le nombre associé à la dernière position sera «c»

Dans une démarche d'apprentissage, nous explorons, avec l'enfant A, les étapes nécessaires et les conditions permettant d'améliorer les stratégies de cet enfant. L'étude est restreinte aux stratégies d'addition; la somme ne dépasse pas 20. Nous présentons succintement cette démarche.

Dans une première étape, nous présentons les tables d'addition et examinons, avec l'enfant, les sommes et les nombres liés aux sommes de la façon suivante: on place par ordre croissant les sommes et chacun des termes qui leur sont associés et on compare avec l'enfant ces nombres (par exemple, 6 + 2 = 8; 6 + 3 = 9). Dans une seconde étape, en partant des sommes connues de l'enfant, nous essayons avec lui de trouver d'autres sommes; par exemple, trouver 4 + 5, 3 + 4; 4 + 4 + 3, à partir de 4 + 4 = 8. À l'étape suivante, nous explorons la composition des nombres par l'addition, d'abord dans un contexte de rappel libre, puis dans un contexte de rappel lié à l'utilisation d'un déplacement dans la suite des nombres (exemple : trouver les nombres qui donnent 7 ; trouver les nombres qui permettent de se déplacer de 7 positions sur une droite).

Dans une seconde phase d'apprentissage, l'enfant doit partir d'un nombre et se déplacer de b positions, le plus rapidement possible (les deux directions sont demandées) ; le temps de réponse est noté et mis en relation avec le nombre de déplacements. Cet examen montre que l'enfant peut rappeler les nombres par séquences de 2 ou 3, lorsque la consigne lui demande de progresser rapidement. Utilisant cette information, nous demandons ensuite à l'enfant d'effectuer divers déplacements à partir de différents nombres, en effectuant d'abord, sans arrêt, un déplacement de 2 ou 3 ; par exemple, partir de 14 et avancer de 6 positions, en avançant d'abord de 3. Lorsque l'enfant éprouve de la difficulté à effectuer cette tâche, nous lui demandons d'abord de composer un nombre de diverses façons et de choisir celle qui lui permet de faire un premier déplacement de 2 ou 3 positions. Enfin, nous demandons à l'enfant d'additionner et de soustraire différents nombres en effectuant des déplacements selon le nombre requis de positions.

Les interventions précédentes permettent à l'enfant A de construire des stratégies similaires à celle de l'enfant B, la différence se situant au niveau d'une des conditions d'application des stratégies ($a < 40$ pour l'addition et $a < 30$ pour la soustraction). Comment sont effectuées ces transformations ? L'examen des productions 1 à 4 telles que décrites plus haut et l'analyse jointe de la démarche d'apprentissage fournissent quelques éléments de réponse.

La différence entre les productions 1 et 2 d'une part, et 3 et 4 d'autre part, réside à la fois dans les conditions d'évocation des actions et dans les actions elles-mêmes. Les conditions d'évocation des actions des productions 3 et 4 englobent les conditions des productions 1 et 2 : $b \leq 10$ par opposition à $b \leq 5$; $a < 50$ par opposition à $a < 20$. La création des productions 3 et 4 s'est faite premièrement par extension des conditions d'application de la stratégie de déplacement. Cette création s'est aussi faite par l'insertion de nouvelles actions, dont la plus importante est sans doute la recherche des nombres liés par l'addition au terme b. La démarche d'intervention a préparé ces modifications de la façon suivante : l'étape de composition des nombres a permis de constituer dans la mémoire à long terme divers réseaux de connaissances relatives aux nombres inférieurs à 10 ; par exemple, le nombre 9 a été associé à $6 + 3$, à $4 + 5$, à $2 + 7$. Les étapes suivantes ont permis que ces connaissances soient activées dans la stratégie d'addition et que soit insérée ainsi une action de retrait de ces connaissances dans les stratégies 3 et 4. Enfin, la démarche d'intervention a orienté la recherche des nombres liés à une somme, en respectant les limites de traitement de l'information par l'enfant.

Organisation des informations en mémoire: incidences sur l'évaluation des stratégies de complétion de suites numériques

Dans une étude antérieure, Lemoyne et Vincent (1982) présentent à des enfants, ayant complété avec succès une première année, divers exercices de complétion de suites numériques. L'analyse des comportements permet de construire le système de production de chacun des enfants. Ce système est par la suite validé par des épreuves complémentaires. Voici quelques-unes des productions utilisées par plusieurs enfants dans l'identification des termes absents des suites suivantes:

Suites:

1. ______, 60, 58, 56, 54, ______, 50, 48, ______.
2. ______, 39, 37, 35, ______, 31, 29, ______.
3. ______, 51, 49, 47, ______, 43, 41, ______.

Productions:

1. Conditions:
   - or: décroissante
   - int: 2
   - pos: a
   - sv_u: 0/1/9

   Actions:
   - additionner 2 à sv_d (d')
   - si sv_u: 0/1 → additionner
   - soustraire à 2 sv_u (u')
   - juxtaposer d'u'
   - le nombre ainsi composé sera «a»

2. Conditions:
   - or: décroissante
   - int: 2
   - pos: a
   - sv $<$ 40

   Actions:
   - chercher un nombre qui soit inférieur à sv
   - partir de ce nombre et avancer dans N jusqu'à sv
   - avancer de 2 positions dans N
   - le nombre associé à la dernière position sera «a»

3. Conditions:
   - or: décroissante
   - int: 2
   - pos: a
   - sv $<$ 40

   Actions:
   - chercher le successeur de sv (n)
   - chercher le successeur de n
   - le nombre trouvé sera «a»

4. Conditions : – or : décroissante
– int : 2
– pos : b/c

Actions : – lire les 3 nombres qui précèdent les termes à identifier (pr_3, pr_2, pr_1)
– chercher le précédesseur de pr_1 (n)
– chercher le prédécesseur de n
– le nombre trouvé sera « b » ou « c »

Dans chacune de ces productions, les informations suivantes sont précisées : l'orientation de la suite (or), l'intervalle entre les éléments (int), la position du terme manquant (pos), la valeur ou le chiffre des unités du premier nombre connu de la suite (sv). Les trois premières productions permettent de trouver le premier terme des suites (pos : a) ; la dernière production est appliquée dans la recherche des termes en position médiane ou en position finale (pos : b/c). La production 1 est utilisée lorsque dans le premier nombre connu de la suite apparaît, en position des unités, l'un des chiffres 0, 1 ou 9 (sv_u : 0/1/9). Les actions alors effectuées consistent à additionner 2 au chiffre des dizaines du nombre connu (additionner 2 à sv_d), à soustraire ensuite 2 au chiffre des unités de ce nombre (soustraire 2 à sv_u) et à juxtaposer enfin les chiffres des dizaines et des unités ainsi obtenus (juxtaposer d'u'). Lorsque le chiffre des unités du nombre connu est 1 ou 0, une addition de 10 à ce chiffre (si sv_u : 0/1 $\rightarrow$ additionner 10 à sv_u) est effectuée avant de procéder à la soustraction.

La production 2 est utilisée lorsque le premier terme connu est supérieur à 40. Les actions effectuées sont les suivantes : il y a d'abord recherche d'un nombre inférieur au terme connu (chercher un nombre qui soit inférieur à sv) puis rappel des successeurs de ce nombre (partir de n et avancer dans N jusqu'à sv). Ces actions permettent de situer le terme connu et de récupérer ainsi les successeurs de ce nombre (avancer de 2 positions dans N).

La production 3 est appliquée lorsque le premier terme connu est inférieur à 40. Les actions comportent deux activités de recherche : le successeur du terme connu est d'abord rappelé, puis le successeur de ce nombre est ensuite rappelé. Enfin, la dernière production est appliquée dans l'identification des autres termes absents ; elle permet de trouver ces termes de la façon suivante : les 3 nombres précédant le terme absent sont d'abord lus (lire pr_3, pr_2, pr_1) ; cette lecture permet l'entrée dans la liste ordonnée des nombres et la récupération des prédécesseurs du terme précédant le terme absent.

Dans la présente étude, nous interrogeons cinq enfants de première année et autant d'enfants ayant complété un premier trimestre de la seconde année, dans le but de retracer l'origine de ces règles et de créer des situations d'apprentissage permettant de les modifier.

Sur les enfants interrogés, quatre utilisent la première règle et trois, la seconde; tous utilisent aussi les productions 3 et 4. Aux enfants qui utilisent la première production, divers exercices sont proposés: a) trouver le successeur et le prédécesseur des nombres se terminant par 0, 1, 9 ; b) trouver le successeur et le prédécesseur des nombres se terminant par 8, 7, 2 et 3, puis des nombres les précédant; c) sur un tracé représentant une mesure du nombre de pas à parcourir, ordonner les nombres 100, 39, 60, 48, 29, 0, 50, 51, 47, 54, 41 ; d) comparer les nombres 60 et 88, 80 et 60, 60 et 62, 40 et 50, 41 et 51, 30 et 10 ; e) ajouter 1 et 2 aux nombres 60, 41, 59, 19, 18 et 20, soit en utilisant la technique, soit en comptant; f) compléter les suites précédemment analysées et corriger les réponses en utilisant les additions et le tracé où sont ordonnés les nombres.

Les comportements de ces enfants à ces exercices présentent les caractéristiques suivantes. Tous les enfants savent comparer les nombres; deux d'entre eux sont capables d'estimer les différences entre les nombres en utilisant la valeur des positions. Pour comparer 60 et 88, ils s'occupent du chiffre des dizaines d'abord: 2 dizaines de plus dans 88 ; puis, ils comparent les chiffres des unités : 8 unités de plus, en tout, 28. Tous les enfants peuvent ordonner correctement les nombres sur le tracé, tout en respectant l'intervalle entre les nombres. Ces enfants additionnent sans erreur 2 aux nombres se terminant par 0, 1 ou 9 lorsqu'ils utilisent la technique. Lorsqu'ils essaient de compter, ils trouvent, par exemple, 80 pour 60 + 2, 49 pour 59 − 1. Ces réponses sont identiques à celles qui sont avancées lorsqu'ils recherchent le successeur ou le prédécesseur de ces nombres. Toutefois, on n'observe aucune erreur ni d'addition, ni de recherche du successeur des nombres inférieurs à 40 et ne se terminant pas par 0, 1 ou 9. Ces enfants éprouvent certaines difficultés à rappeler les successeurs des nombres supérieurs à 40 ; pour certains, ce rappel est possible, si un nombre plus petit que celui-ci leur est donné en même temps. Enfin, ces enfants sont capables de corriger leurs suites lorsqu'il leur est demandé d'utiliser les additions effectuées et le tracé où sont ordonnés les nombres. Comment expliquer ces comportements?

Intégration en mémoire des connaissances sur les suites numériques

Les comportements précédents traduisent une organisation particulière des informations sur les suites. En nous appuyant aussi sur les conclusions de l'étude effectuée précédemment par Lemoyne et Vincent (1982) et sur les recherches actuelles sur la mémoire, en particulier celles d'Anderson (1976), nous allons, du moins partiellement, essayer de dégager certaines caractéristiques de l'organisation des connaissances sur les suites.

Tout d'abord, il semble que la suite des nombres entre 0 et 100 soit enregistrée selon un ordre croissant. L'enregistrement selon un ordre décroissant est partiellement effectué pour les nombres inférieurs à 40. De plus, les liens entre les nombres et leurs voisins immédiats seraient plus forts pour les nombres inférieurs à 10, ce qui expliquerait le rappel immédiat des successeurs ou des prédécesseurs de ces nombres. La difficulté de rappel ou la démarche indirecte assurant le rappel des successeurs des nombres supérieurs à 40 semblerait indiquer qu'à partir de 40, les liens entre chacun des nombres et ses voisins ne sont pas d'égale intensité. Ainsi, il serait possible de rappeler directement le successeur de 48, par exemple, mais pas celui de 54. Enfin, il semble qu'aux nombres supérieurs à 30 et se terminant par 0 (40, 50,...) soit associée une liste de nombres se succédant par un intervalle de 10 (40, 50, 60,...). Cette association serait plus facilement activée que celle qui lie ces nombres à leurs voisins immédiats, d'où le retrait spontané de 70, comme successeur de 60. Les stratégies liées aux activités sur les suites numériques sembleraient enfin se limiter à des actions de composition des nombres et de recherche des voisins. Ces stratégies tiendraient compte de l'orientation de la suite et de l'intervalle enre les éléments. La stratégie de composition impliquerait une addition ou une soustraction particulière : en ajoutant 2 à 60, le chiffre des dizaines est modifié, ce qui équivaut à ajouter 20 à 60.

Modification des connaissances sur les suites numériques

Dans le but d'examiner les possibilités de modifier les connaissances sur les suites numériques, nous avons, au cours d'interventions de type « clinique », guidé les enfants interrogés précédemment dans leur démarche d'intégration de certaines connaissances liées aux nombres. Le protocole qui suit rapporte quelques extraits du comportement d'un de ces enfants ; ces extraits montrent les types d'exercices proposés et les réactions de l'enfant. Il convient de souligner que la même démarche a été utilisée auprès des autres. Nous analyserons ce protocole et rapporterons par la suite les résultats obtenus auprès des autres enfants.

PROTOCOLE

ÉPISODE I

E : Peux-tu composer une suite de nombres, commençant par 40 et présentant une différence de 2 entre les nombres ?
S : 40 – 60 – 80 – 100, je ne sais plus ensuite.
E : Peux-tu composer une suite commençant par 40 et présentant une différence de 10 entre les nombres ?
S : 40 – 50 – 60 – 70 – 80 – 90.
E : Maintenant, ajoute 2 à 40, puis à ce que tu obtiens.
S : Je calcule ?
E : Oui.

S: 40 + 2 = 42.
42 + 2 = 44.
E: Si tu continues à ajouter 2, peux-tu me dire quelle est la suite que tu obtiendrais, la première ou la deuxième?
S: Pas une suite,
40 + 2 = 42.
42 + 4 = 44.
E: Si tu ne prends que les résultats?
S: OK: 40 – 42 – 44,
aucune de celles-là.
E: Peux-tu me dire quelles additions il faut faire pour obtenir ces suites?
S: 40 + 10 = 50.
50 + 10 = 60.
E: C'est bien!
Maintenant, peux-tu ajouter, sans calculer, 2 à 40, puis à ce que tu obtiens, et me dire quelle suite tu obtiens?
S: 40 – 50 – 60;
60 – 70 – 80;
80 – 90 – 100;
60 – 80 – 100, la suite.
E: Peux-tu faire la même chose en calculant?
S: 40 + 2 = 42.
42 + 2 = 44.
44 + 2 = 46.
42 – 44 – 46, la suite.
E: Peux-tu maintenant trouver le nombre qui vient juste après le nombre qui suit 40?
S: 40 – 50 – 60: 60.
E: Jusqu'à présent, tu as ajouté 2 à 40, puis à ce que tu obtiens, sans calculer, puis en calculant.
Tu as aussi trouvé le nombre qui vient juste après le nombre qui suit 40.
Dis-moi: quand as-tu fait les mêmes suites?
S: Ici et ici.
E: Oui, qu'as-tu fait pour les faire?
S: Ici ajouter 2 dans ma tête à 40.
Ici trouver les chiffres après 40.
E: Dis-moi, est-ce que dans les deux façons de faire, j'ajoute 2 à 40?
S: Oui, 40 – 50 – 60;
Après 40 – 50;
Après 60;
2.

E: Dis-moi, pourquoi, lorsque tu calcules 40 + 2, tu n'obtiens pas 60 comme ici et ici?
S: C'est pas pareil.
E: Est-ce que faire 40 + 2, c'est ajouter 2?
S: Oui, en calculant c'est pas pareil.

ÉPISODE 2

Même démarche que précédemment, avec 20 comme départ. Ensuite, on procède à la confrontation des résultats.
E: En ajoutant 2 à 20, en calculant ou en comptant ou en cherchant le nombre qui vient après le nombre qui suit 20, on obtient la même suite:
– 20 – 22 – 24 – 26.
– dis-moi, sais-tu pourquoi avec 20 on a la même chose des trois façons et pas avec 40?
S: 40, c'est plus grand.
E: Veux-tu me montrer avec ces petits blocs et ces barres combien tu prendrais pour faire 20 et ensuite 40?
S: 20: 2 barres.
40: 4 barres.
E: Peux-tu ajouter 2 à ces objets?
S: 2 barres et 2 petits blocs: 22
4 barres et 2 petits blocs: 42
E: OK. Continue à ajouter 2 et dis-moi quelles suites tu peux faire?
S: ...
suite: 20 – 22 – 24 – 26 – 28.
suite: 40 – 42 – 44 – 46 – 48.
E: OK. Veux-tu me montrer encore une fois, avec les blocs, le nombre qui vient après 20?
S: 2 barres, 1 petit bloc: 21.
E: Peux-tu faire la même chose avec 21?
S: 2 barres, 2 petits blocs: 22.
E: Fais les mêmes choses avec 40.
S: 4 barres, 1 petit bloc: 41.
4 barres, 2 petits blocs: 42.
E: Peux-tu trouver le nombre qui vient juste après celui qui vient après 40?
S: 42, en regardant les blocs.
E: Peux-tu ajouter 2 à 40, sans compter?
S: 42.
E: Peux-tu faire 40 + 2?
S: 42, c'est ça!

ÉPISODE 3

E: Peux-tu faire une suite en commençant par 40 et avec une différence de 2? Tu peux faire ce que tu veux pour trouver.
S: 40 – 42 – 44 – 46: regarde les blocs.
E: Fais une suite avec une différence de 10.
S: 40 – 50 – 60 – 70 – 80: regarde les blocs.
E: Peux-tu me dire si les actions donnent le même résultat?
– ajouter 2 à 40.
– 40 + 2
– trouver le nombre qui vient juste après le nombre qui suit 40.
S: Je peux regarder sur le tableau?
E: Oui.
S: C'est pareil.
E: Penses-tu que c'est pareil pour 59?
– 59 + 2.
– 59, ajouter 2.
– 59, le nombre qui vient après celui qui suit 59.
S: 69 – 79: 79.
E: Peux-tu trouver un nombre plus petit que 59?
S: 55.
E: Quel nombre vient après 59, juste après?
S: 60.
E: Maintenant, peux-tu trouver 59 + 2, sans calculer?
S: 60 – 61, en regardant la suite écrite.
E: Maintenant, fais 59 + 2 = ?.
S: 61, comme avant.
E: Penses-tu que c'est pareil,
– 59 + 2 ...
– trouver le nombre qui vient après celui qui vient après 59,
– ajouter 2 à 59, sans calculer?
S: Oui, 61.
E: Fais une suite en commençant par 59, avec une différence de 2.
S: 59 – 61 – 71, non.
59 – 60 – 61 – 62 – 63 – 64 – 65, en regardant la suite écrite.
59 – 61 – 63 – 65.
E: Peux-tu trouver une autre façon de trouver le reste de la suite?
S: On calcule 65 + 2 = 67, 67 + 2 = 69, 69 + 2 = 71.

ÉPISODE 4

E: Avec le même départ (60), fais une suite avec des différences de 10.
S: 60 – 70 – 80 – 90.

E: Dis-moi combien il faut ajouter à 40 pour avoir 2 à la place du 0.
S: 42, 2.
E: Pour avoir 6 à la place de 4.
S: 60, regarde la suite 40 – 50 – 60, 20.
E: Peux-tu trouver ce qu'il faut enlever à 50 pour que le 5 devienne 4?
S: 1 dizaine, 10.
E: Si j'enlève 1 à 48, quel est le chiffre qui change?
S: Le 8, 7: 47.
E: Si j'enlève 10?
S: Le 4, 3: 38.
E: Enlève 1 à 50.
S: 40 non, 40 – 41 – 42 – 43 ... 49 – 50: 49.
E: Peux-tu trouver autrement?
S: 50 − 1 = 49.
E: Quels sont les chiffres qui ont changé?
S: Les 2.
E: À quel moment les 2 chiffres changent quand j'enlève 1?
Pour quels nombres? Tu peux utiliser les petits blocs ou calculer.
S: 20 – 30 – 40 – ...

ÉPISODE 5

E: Peux-tu trouver les nombres qui vont dans ces suites?
1. ... – 60 – 62 – 64 – 66 – ...
2. ... – 39 – 37 – 35 – 33 – ...
3. ... – 41 – 43 – 45 – 47 – ...
4. ... – 82 – 84 – 86 – ...

S: 1. 5, 60 – 2: 58, le premier, puis 68.
2. 37 – 38 – 39 – 40 – 41 le premier, puis 31.
3. 31 non c'est 10, 39 le premier, 49 l'autre.
4. 80 – 82 – 84 – 86 – 88: 80 et 88.

E: Complète ces suites:
1. ... – 38 – 40 – 42 – ...
2. ... – 45 – 55 – 65 – ...
3. ... – 45 – 57 – 69 – ...

S: 1. 36 – 44.
2. 35 – 75.
3. C'est plus que 10
45 – 55: 10 – 57 – 12
c'est 12
45 – 12: 33, le premier
69 + 12: 79, 81 l'autre.

L'entrevue est séparée en épisodes; ceux-ci sont définis par les activités effectuées. Au premier épisode, l'enfant est invité à créer des suites à partir d'un nombre se terminant par 0, de trois façons différentes, et à confronter les suites produites. Comme on le voit, cet enfant n'admet pas que l'addition 40 + 2, la recherche du successeur de 40 et l'ajout de 2 à 40 doivent nécessairement produire le même résultat. À l'épisode 2, cette nécessité est admise pour 20, et, après représentation des nombres 20 et 40, l'enfant conçoit que le même nombre puisse résulter d'opérations en apparence différentes. Au troisième épisode, en utilisant les représentations de 40, 40 + 2, etc., l'enfant peut, sans erreur, produire la suite 40, 42, 44; toutefois, il n'a pas encore appliqué à la recherche du successeur de 59 les actions effectuées précédemment. Il peut retrouver le successeur de 59, lorsque 55 permet l'entrée dans la suite ordonnée des nombres. Au quatrième épisode, l'enfant est amené à observer comment les chiffres d'un nombre sont modifiés par l'addition et la soustraction. Enfin, au dernier épisode, l'enfant peut compléter différentes suites en appliquant diverses stratégies.

La même démarche a produit des résultats comparables chez les autres enfants interrogés. Les interventions de l'expérimentateur n'ont pas été directement axées vers l'enregistrement en mémoire des prédécesseurs et des successeurs de certains nombres, mais elles ont plutôt été orientées vers la construction de liens entre certaines connaissances. Les exercices de mémorisation par répétition des successeurs et des prédécesseurs des nombres ont été éliminés pour les raisons suivantes: d'une part, les études sur la mémoire montrent que, si l'information apprise n'est pas insérée de façon structurée en mémoire, elle devient difficile à rappeler, à moins que plusieurs occasions d'apprentissage contribuent à la création de liens forts; d'autre part, les recherches sur la rétention d'informations de ce type montrent qu'après quelques minutes, près de la moitié de l'information est perdue (Anderson, 1980). Il est alors apparu essentiel de trouver des situations d'apprentissage qui permettent de construire des réseaux d'information plus riches et des stratégies plus diversifiées. Ces élaborations ont alors été faites en aidant l'enfant à créer des relations entre diverses connaissances qui lui étaient déjà accessibles.

À partir des informations recueillies par l'analyse du protocole de l'enfant, il est impossible de construire, d'une façon précise, le réseau des connaissances associées. Il semble cependant probable que les informations suivantes aient été mises en relation: prédécesseur d'un nombre (ou successeur), nombre qui est 1 de moins qu'un autre (ou 1 de plus); nombre qui a 1 unité de moins qu'un autre (ou 1 unité de plus). Ces informations semblent aussi avoir été liées à des procédures pour trouver le prédécesseur (ou le successeur) d'un nombre (n); pour enlever 1 à n; pour calculer n – 1; pour enlever 1 unité au chiffre des unités de n, si ce chiffre est différent de 0; pour enlever 1 au chiffre des dizaines de n et pour remplacer le chiffre des unités de n par 9, si ce chiffre est 0; pour chercher un nombre plus petit que le nombre donné et pour parcourir la liste des successeurs du nombre rappelé. Ces relations semblent enfin avoir été généralisées afin de permettre la recherche d'un nombre qui n'est pas le prédécesseur (ou le successeur) immédiat d'un nombre donné.

Organisation des informations et apprentissage

Les stratégies des enfants de première année, dans les exercices d'addition, de soustraction et de complétion des suites numériques, reflètent à la fois le fonctionnement des enfants de cet âge et les apprentissages effectués selon des méthodes établissant des séquences dans les connaissances. Qu'ils soient ou non d'un niveau opératoire concret, les enfants de 7 ans présentent des caractéristiques de fonctionnement spécifiques. Les opérations ou les notions qu'ils construisent originent d'abord des actions effectuées dans des situations particulières; de plus, ils ne peuvent spontanément utiliser des connaissances élaborées dans d'autres situations afin de limiter la quantité des informations en mémoire à court terme, au moment de l'application d'une stratégie spécifique. Il n'est pas étonnant que ces enfants ne puissent admettre, et ceci seulement pour certains nombres familiers, la similarité des opérations suivantes: ajouter 1 à n; trouver le successeur de n; calculer $n + 1$. Il n'est pas étonnant, non plus, que ces enfants n'utilisent pas certains faits additifs connus pour composer les déplacements à effectuer dans la suite des nombres naturels et pour ainsi diminuer la quantité d'information en mémoire à court terme.

Les stratégies des enfants de première année reflètent aussi les méthodes d'apprentissage. Bien qu'elles visent l'intégration des connaissances et la construction d'une pensée mobile et réversible, les méthodes actuelles ne semblent pas avoir créé encore les conditions permettant d'atteindre ces objectifs. Les comportements analysés dans cette recherche, et dans les études antérieures, renvoient à une mémoire à long terme chargée d'informations et de stratégies spécifiques. Il ne semble pas exister, chez les enfants, une conception unifiée des nombres et des opérations.

Les informations et les stratégies se sont développées dans des contextes particuliers et ont ainsi été associées à des consignes et à des buts spécifiques. Ainsi, la majorité des enfants, lorsqu'ils étudient le système de numération, apprennent à évaluer la différence entre deux nombres en comparant les chiffres des unités et des dizaines. Ils apprennent aussi à opérer sur les unités et les dizaines. Ils n'utilisent toutefois par ces habiletés et ces connaissances pour trouver le successeur d'un nombre dans une suite à compléter; les consignes utilisées pour introduire ces exercices étant différentes de celles qui sont associées aux exercices sur les valeurs des positions, le retrait de ces informations devient impossible. Les méthodes actuelles d'apprentissage semblent faire abstraction de cette difficulté qu'éprouvent les élèves à reconnaître comme analogues diverses activités et diverses stratégies. Bien que dans les textes décrivant les objectifs de plusieurs méthodes apparaissent un souci de contrôler la généralisation et le transfert des apprentissages, peu d'activités sont suggérées à cette fin. Les exercices sont présentés séquentiellement mais ne sont que rarement analysés et comparés ; les consignes liées à ces exercices ne sont pas non plus discutées. Dans l'étude présente, plusieurs des enfants interrogés ont manifesté leur étonnement de voir que certaines stratégies, habituellement appliquées à des exercices sur les valeurs de positions, pouvaient être utilisées dans la complétion de suites numériques.

Les méthodes actuelles d'apprentissage semblent aussi oublier trop souvent les difficultés de traitement d'information que manifestent les enfants; très peu d'activités sont présentées dans le but d'aider les élèves à élaborer des stratégies efficaces. De nombreux élèves commettent des erreurs de calcul similaires à celles de l'enfant A, parce qu'ils ne possèdent pas de stratégies leur permettant de libérer leur mémoire à court terme. Les interventions effectuées auprès de l'enfant A, dans cette étude, montrent comment l'utilisation des connaissances sur les faits additifs peut aider l'enfant à transformer une stratégie de calcul peu efficace et augmenter ses capacités de traitement d'information.

Les résultats des interventions effectuées dans cette étude montrent qu'il est possible de guider les jeunes enfants dans l'intégration de leurs connaissances, à la condition, toutefois, que ces connaissances soient mises à jour, et qu'une attention particulière soit accordée aux réponses diverses de l'enfant, qu'elles soient justes ou erronées. Les réponses de l'enfant traduisent sa conception des notions, conception qu'il faut accepter, si une modification des informations en mémoire est attendue. Refuser de tenir compte de ces réponses permettrait que chevauchent en mémoire des procédures inadéquates et adéquates et qu'entre elles se créent des interférences, au moment du rappel.

NOTE

1. L'auteure remercie monsieur Gaulin de l'Université Laval pour ses remarques concernant l'interprétation de ce type d'erreur; elles ont permis de revoir cette interprétation.

RÉFÉRENCES

Anderson, J.R., *Language, Memory and Thought*. Hillsdale, N.J.: Erlbaum, 1976.

Anderson, J.R., *Cognitive Psychology and its Implications*. San Francisco: Freeman, 1980.

Chase, W.G., Elementary Information Processes, dans W.K. Estes (Ed.) *Handbook of Learning and Cognitive Processes*, 5, Hillsdale, N.J.: Erlbaum, 1978.

Collins, A.M., Quilliam, M.R., How to make a language user, dans E. Tulving and W. Donaldson (Eds), *Organization of Memory*, New York: Academic Press, 1972.

Greer, B., Cognitive Psychology and Mathematical Thinking, *For the Learning of Mathematics*, 1, n° 3, 1981, 19-27.

Kintsch, W.M., *Memory and Cognition*, New York: Wiley, 1977.

Lemoyne, G., Favreau, M., Piaget's Concept of Number: its Relevance to Mathematic Learning, *Journal for Research in Mathematics Education*, 12, nº 3, 1981, 179-196.

Lemoyne, G., Vincent, S., Intégration en mémoire de la suite des nombres naturels chez les enfants de première année. *Cahiers de psychologie cognitive*, 2, nº 3, 1982, 227-257.

McKeachie, W.J., Improving Lectures by Understanding Students' Information Processing, *New Directions for Teaching and Learning*, nº 2, 1980, 25-35.

Newell, A., Simon, H.A., *Human Problem Solving*, Prentice-Hall, 1972.

Simon, H.A. Information-Processing Theory of Human Problem Solving, dans W.K. Estes (Ed.) *Handbook of Learning and Cognitive Processes*, 5, Hillsdale, N.J.: Erlbaum, 1978.