Revue des sciences de l'éducation

Résolution de problèmes arithmétiques par des enfants de huit ans

Valérie Baffrey-Dumont

Volume 22, Number 2, 1996

Les apprentissages mathématiques en situation

URI: https://id.erudit.org/iderudit/031883ar
DOI: https://doi.org/10.7202/031883ar

See table of contents

Publisher(s)

Revue des sciences de l'éducation

ISSN

0318-479X (print)
1705-0065 (digital)

Explore this journal

Cite this article

Baffrey-Dumont, V. (1996). Résolution de problèmes arithmétiques par des enfants de huit ans. *Revue des sciences de l'éducation*, *22*(2), 321–343. https://doi.org/10.7202/031883ar

Article abstract

This article provides some theoretical ideas on the elements of addition problems and on their semantic organization. Problem typologies described by Riley, Greeno, and Heller (1983) and Vergnaud (1983) were used to construct a tool for examining how a student deals with the semantic aspect of problems. Analysis of the results shows that these typologies are instruments which can be used to gather various problem statements, but not for reflecting the real behavior of the student in problem-solving tasks.

Revue des sciences de l'éducation, Vol. XXII, n° 2, 1996, p. 321 à 343

Résolution de problèmes arithmétiques par des enfants de huit ans

Valérie Baffrey-Dumont
Chercheuse
Université Catholique de Louvain

Résumé – Cet article fournit quelques réflexions théoriques sur les éléments constitutifs des problèmes additifs et sur leur organisation sémantique. Les typologies de problèmes de Riley, Greeno et Heller (1983) et de Vergnaud (1983) ont permis de construire un outil pour examiner comment l'élève traite la sémantique des problèmes. L'analyse des résultats montre que les typologies sont des outils intéressants pour constituer des énoncés variés, mais non pour refléter le fonctionnement réel de l'élève dans la résolution de problèmes.

Introduction

La résolution de problèmes arithmétiques est une des activités scolaires qui mettent notamment en jeu les nombres. Dans un souci d'enseignement-apprentissage, l'enseignant crée des situations problèmes qu'il soumet à ses élèves. Dans celles-ci, il choisit de disposer l'inconnue sur certaines dimensions de la situation et retient un opérateur spécifique pour résoudre le problème. La question qui se pose alors est de savoir si les élèves traiteront la situation problème proposée par l'enseignant comme celui-ci l'a conçue. Autrement dit, «le problème suggéré par l'enseignant pose-t-il à chaque élève la question telle que l'enseignant l'avait programmée?» (Jonnaert, 1994, p. 145).

C'est dans ce contexte que s'insère cette recherche. Elle s'intéresse en amont aux situations problèmes proposées à l'enfant, en les faisant varier. Pour cela, le chercheur recourt aux typologies de problèmes additifs de Riley *et al.* (1983) et de Vergnaud (1983). En aval, la recherche analyse la manière dont l'enfant traite la situation problème qui lui a été présentée. Le travail se concentre ensuite sur les écarts entre la situation proposée et la situation telle qu'elle a été traitée par l'enfant. La recherche s'attarde aux problèmes de type additif.

L'échantillon est constitué d'écoliers de troisième primaire, de l'âge de huit ans, d'une école primaire francophone de la région namuroise, en Belgique. À ce niveau d'enseignement, les enfants sont censés maîtriser les quatre opérations arithmétiques sur les cent premiers nombres (entiers naturels). Des entretiens ont été réalisés avec 24 de ces enfants, mais l'analyse décrite porte sur 13 d'entre eux.

L'article est structuré de la manière suivante. Dans un premier temps, les éléments constitutifs des problèmes additifs au sens large du terme sont analysés. L'organisation sémantique des problèmes fait l'objet d'une présentation particulière. Dans un second temps, la méthodologie est exposée. Enfin, les résultats sont présentés et discutés.

Les éléments constitutifs d'un problème additif

Le nombre

Le nombre est une composante essentielle des problèmes arithmétiques de type additif. Il est un préalable indispensable à la maîtrise des opérations et à la résolution des problèmes arithmétiques. La recherche décrite porte sur les opérations arithmétiques sur les entiers naturels. De manière générale, il est admis que le nombre est constitué à la fois d'une dimension ordinale et d'une dimension cardinale (Piaget et Szeminska, 1967). Ces deux caractéristiques du nombre s'articulent étroitement entre elles: chaque nombre est constitué «d'une série d'inclusions hiérarchiques» (Jonnaert, 1994, p. 273).

Dans les problèmes de type additif, le nombre caractérise autant les données connues que celles recherchées. Les propriétés du nombre (conservation, unitarisation, ordination, cardination) fournissent une série d'indicateurs sur le nombre recherché dans l'opération arithmétique.

Par ailleurs, le concept de «nombre de» mis en évidence par Baruk (1992) permet de qualifier les nombres utilisés dans les situations problèmes construites pour cette recherche. En effet, l'enfant travaille sur des problèmes qui ont un contenu empirique (par exemple, de la monnaie). Baruk définit les «nombres de» comme «les nombres suivis de ce qu'ils comptent, évaluent ou mesurent» (Baruk, 1992, p. 763).

Les opérations arithmétiques

Les nombres et leurs propriétés fournissent des indicateurs sur l'opération à effectuer et donnent un sens aux procédures que l'élève doit mettre en œuvre pour réaliser une opération arithmétique. Ainsi, dans une addition, la propriété ordinale donne une indication quant à l'écart entre le nombre recherché et un des termes de l'addition. De même, dans le cas d'une soustraction dans N[1], vérifier si le nombre recherché est inclus dans le premier terme de la soustraction fait référence aux dimensions cardinales de l'inclusion hiérarchique (Jonnaert, 1994). L'addition et la soustraction sont, l'une et l'autre, constitutives des problèmes additifs.

Les opérations arithmétiques et leurs propriétés constituent la seconde composante des problèmes de type additif. Ces dernières opèrent «une transformation ou des transformations sur un nombre (ou sur plusieurs nombres conjointement) au départ d'un opérateur (c'est l'opérateur qui indique à l'élève la transformation à effectuer sur le nombre concerné ou sur les nombres concernés par l'opération arithmétique)» (Jonnaert, 1994, p. 228). De même, pour Fuson (1991), c'est la coordination de la suite des nombres, du comptage et des significations cardinales des noms de nombres qui permettra aux enfants de résoudre des situations d'addition et de soustraction.

Mais, pour résoudre une opération arithmétique, l'élève ne doit pas seulement coordonner les propriétés du nombre, il doit également mettre en place des stratégies de résolution qui articulent ces propriétés du nombre à celles de l'opération arithmétique proprement dite (commutativité, associativité, etc.).

Parallèlement à cette articulation de propriétés, les difficultés de l'addition et de la soustraction doivent être prises en compte. Dans l'addition, le fait qu'il s'agit d'une opération unidirectionnelle ou non est un facteur important. Ceci signifie qu'une opération de type $2 + 4 = \dots$ est plus aisée à réaliser pour les enfants «parce qu'elle peut être lue en pensant unidirectionnellement d'une façon qui est naturelle à l'âge de six ou de sept ans» (Kamii, 1990, p. 124). En revanche, pour réaliser l'opération $2 + \dots = 6$, la pensée de l'enfant doit aller parallèlement dans deux directions opposées. Or, le jeune enfant peut penser aux parties et au tout successivement, mais pas parallèlement parce que sa pensée n'est pas encore réversible[2].

Dans le même ordre d'idées, Kamii (1990) met en évidence que la soustraction est, par rapport à l'addition, une construction plus difficile et non naturelle dans la mesure où les enfants ont tendance à penser positivement.

La représentation du problème

Outre ces deux dimensions (nombre et opérations arithmétiques), une troisième ne doit en aucun cas être oubliée. Il s'agit de la représentation que l'élève se construit de la situation problème.

C'est elle qui va permettre au sujet de donner du sens à la situation problème proposée et de sélectionner la stratégie de résolution qu'il va mettre en œuvre. Kamii (1990) affirme qu'«il ne peut y avoir de «structure du problème» pour un enfant avant qu'il n'ait construit cette structure dans sa tête» (p. 163). Pour aboutir à cette représentation, l'élève fait passer la situation problème à travers divers filtres. Au moyen de cette représentation, l'élève se crée un «modèle mental» de la situation problème.

Dans l'approche empirique, les représentations de la situation problème influencent la structure opératoire à laquelle le sujet recourt pour résoudre le problème. Ces représentations sont perçues par les justifications du choix de cette structure par les enfants ou encore par la signification qu'ils donnent à chacun des termes de cette structure.

La structure du problème construite par l'enfant correspond à l'image du schéma[3] activé pour interpréter la situation problème. À ce sujet, Escarabajal (1988) constate que le sujet, qui ne dispose pas du schéma approprié pour le problème concerné, peut activer un schéma actuellement disponible pour lui, mais qui ne convient pas pour traiter tel type de problème. Souvent, ce schéma appartient à une classe de problèmes plus élémentaires et que le sujet sait résoudre (*Idem*). Nous avons affaire à un «glissement de sens». Cette notion sera détaillée ci-après. Dans le même ordre d'idées, Jonnaert (1994) relève que «la représentation du problème présente des écarts plus ou moins importants par rapport à l'énoncé suggéré par l'enseignant» (p. 146).

Trois catégories d'éléments constitutifs des problèmes sont donc pris en considération: le nombre et ses propriétés (conservation, unitarisation, ordination, cardination); les opérations arithmétiques, leurs propriétés et leurs difficultés; la représentation que l'enfant se fait du problème.

Dans les situations problèmes proposées dans la partie empirique de la recherche, le nombre caractérise les données connues tout comme l'inconnue recherchée. Il s'agit de «nombres de» (Baruk, 1992).

En ce qui concerne les opérations arithmétiques, la recherche s'intéresse essentiellement à la structure de l'opération (proposée par l'enseignant et construite par l'enfant). Les propriétés du nombre et des opérations permettront à l'enfant de construire sa structure opératoire. Sur le plan de la difficulté des opérations arithmétiques, la complexité est plus grande quand la pensée de l'enfant doit aller dans des directions opposées (cas où l'inconnue, dans l'opération arithmétique, est sur l'état initial ou sur la transformation). De même, la soustraction est traitée moins naturellement par les élèves que l'addition.

L'organisation sémantique des problèmes

Dans une situation problème, des relations s'établissent entre les différents éléments[4] d'une opération arithmétique. Le résultat des relations que chacun (chercheur et sujet, enseignant et élève) établit (mais à des moments différents) donne une structure d'opération arithmétique. Deux types de structures peuvent être distinguées dans ce cadre: la structure proposée de l'opération, celle que le chercheur ou l'enseignant prépare pour l'élève et qui correspond aux typologies classiques, et la structure effective de l'opération, celle que l'élève utilise effectivement pour réaliser l'opération arithmétique. L'image d'un iceberg permet de mieux comprendre cette distinction.

La structure proposée

La structure proposée de l'énoncé constitue la structure de fond du problème, le volet non visible de l'opération. C'est en quelque sorte la partie masquée de l'iceberg. Elle est le résultat des «connaissances conceptuelles relatives aux accroissements, diminutions, combinaisons et comparaisons d'ensembles d'éléments» (Fayol, 1990, p. 150). Cette structure proposée est, par conséquent, la représentation des liens auxquels le chercheur ou l'enseignant pense lorsqu'il construit les énoncés arithmétiques. Il ne les explicite pas nécessairement car, bien souvent, pour lui, il s'agit d'une évidence.

La structure proposée est prise en considération dans la recherche par l'intermédiaire des catégories de problèmes mises en avant par Riley *et al.* (1983) et par Vergnaud (1983).

La structure proposée du problème est donc celle définie *a priori* par le chercheur ou par l'enseignant. Elle est relative à l'énoncé proposé.

La structure effective

La structure effective, quant à elle, peut être qualifiée de structure de surface. C'est la partie visible de l'iceberg, celle que le chercheur peut observer dans la démarche de l'élève.

La structure effective est le résultat des liens que l'élève établit entre les termes de l'opération arithmétique pour créer du sens et qu'il utilise effectivement dans sa résolution. Cette structure effective est fonction de la capacité de l'enfant à comprendre les transformations qui lui sont demandées dans l'opération qu'il doit traiter. Cette structure effective ne rend pas nécessairement compte de l'organisation sous-jacente du problème, à savoir celle de la structure proposée.

Ce concept de «structure effective» permet au chercheur de se situer sur le plan de ce que l'enfant fait. C'est la structure opératoire qu'il construit lui-même et non plus la structure opératoire définie par le chercheur ou l'enseignant. Dans la recherche décrite, le chercheur a particulièrement regardé les liens que l'élève établit lui-même entre chacun des éléments de l'énoncé. Dix-huit rapports sont définis. Le rapport sur lequel l'enfant se centre est perçu au travers de ce qu'il raconte. Ce type d'analyse ne fait pas l'objet de cet article[5].

Le liens entre les deux

Le sujet qui résout le problème ne différencie pas les deux niveaux évoqués dans la mesure où, pour lui, «tout se résume à interpréter l'énoncé dans un schéma calculable» (Conne, 1985, p. 277). De plus, les deux plans se fondent l'un dans l'autre.

En effet, les opérations numériques se substituent et prolongent les actions évoquées dans l'énoncé.

Le passage de la structure proposée à la structure effective peut entraîner des «glissements de sens» (Conne, 1988; Vergnaud, 1981). Ces «glissements de sens» qualifient «le type de réponse qui suggère que l'enfant substitue au problème posé un autre problème, plus élémentaire, qu'il sait résoudre» (Escarabajal, 1988, p. 15). Le problème des écarts entre la situation proposée à l'enfant et la représentation qu'il va se construire de celle-ci apparaît à nouveau ici.

Les deux niveaux, structure proposée et structure effective (tableau 1), permettent donc de caractériser l'organisation sémantique des problèmes.

Tableau 1

Comparaison entre la structure proposée et la structure effective

Structure proposée	Structure effective
= résultat des connaissances conceptuelles relatives aux accroissements, aux diminutions, aux combinaisons et aux comparaisons d'éléments (Fayol, 1990, p. 150).	= résultat des liens que l'élève établit entre les termes de l'opération arithmétique pour créer un sens et qu'il utilise effectivement dans sa résolution.
= structure du problème définie *a priori* par le chercheur	= structure opératoire reconstruite par l'enfant sur la base de l'énoncé proposé.
Niveau du chercheur, de l'enseignant.	Niveau de l'élève.
Typologies. Ex.: problème de type changement; état initial inconnu; transformation soustractive (problème n° 6 dans l'approche empirique); structure opératoire sous-jacente : $x - 35 = 14$	Structure opératoire construite par l'enfant. Ex.: Bertrand: «J'ai fait 5 + 4, cela fait 9; 30 + 10, cela fait 40; 40 + 9, cela fait 49.» => structure choisie par Bertrand: $35 + 14 = x$ «Elle achète une crème glacée à 35 F. Alors, cela veut dire qu'elle avait beaucoup d'argent. Elle en prend, puis il lui en reste; alors, combien lui en reste-il?»

Le passage d'un niveau à l'autre entraîne parfois des glissements de sens.

La typologie de problèmes additifs

L'analyse de la documentation présente plusieurs typologies de problèmes additifs. Deux d'entre elles ont déjà fait l'objet de travaux dans l'équipe de recherche de l'unité DIES (UCL)[6]. Il s'agit de celles de Riley *et al.* (1983) et Vergnaud (1983). Elles constituent la structure proposée des problèmes. Différents concepts définissent celles-ci: le déroulement temporel, la mesure et la relation statique (Vergnaud, 1982). Ces concepts correspondent à des catégories différentes de problèmes: changement, combinaison et comparaison[7]. À l'intérieur de ces catégories, l'énoncé est encore structuré par rapport à la nature des opérations en jeu et à la place de l'inconnue. Dès lors, ces typologies permettent de construire des énoncés variés. Le recours à ces typologies permet d'identifier le type de problème proposé à l'élève et d'analyser l'écart entre ce que l'enfant traite effectivement et ce qui est proposé dans l'énoncé.

L'annexe 1 présente un tableau comparatif de ces deux typologies. Les difficultés mises en évidence par les différentes catégories sont également mentionnées. Par exemple, dans les problèmes de type changement, la recherche de l'état final est plus facile (Vergnaud, 1983), «la déduction mentale coïncidant alors avec le déroulement chronologique de l'action» (Dessailly et Tourneur, 1984, p. 68). Il ne semble pas évident de pouvoir différencier clairement la recherche de la transformation ou de l'état final. Tous deux supposent la réversibilité de la pensée, car «les opérations mentales s'enchaînent dans un ordre inhabituel (à rebours) par rapport au déroulement traditionnel de l'action» (*Idem*). Chaque catégorie est illustrée par le problème utilisé dans la partie empirique.

Ces typologies «relèvent des situations de référence décrites dans les énoncés» (Fayol, 1991, p. 260).

La méthodologie

Les objectifs de recherche

Le dispositif expérimental vise à éprouver la question problème suivante. Que réalise effectivement un élève de huit ans (structure effective)? Dans un souci de concision, cet article se concentre sur deux objectifs majeurs par rapport aux autres objectifs de la recherche[8]. Un premier objectif est de mettre en évidence les structures opératoires (structures effectives) que les élèves de troisième primaire de l'échantillon ont construites sur la base d'un énoncé type (structure proposée). Le deuxième objectif est d'ouvrir le débat sur la validité des typologies de Riley *et al.* (1983) et de Vergnaud (1983).

Les hypothèses générales

1) Ce sont les liens entre les éléments que l'élève établit lui-même qui déterminent la structure effective de l'opération qu'il traite et ce, malgré la structure proposée sous-jacente au type de problèmes.

2) Sur la base du problème qu'on lui soumet (structure proposée), l'enfant reconstruit la structure proposée pour lui donner un sens dans le champ de ses connaissances et de ses structures familières.

3) Cette reconstruction d'une structure opératoire par l'élève (structure effective) risque d'entraîner un glissement catégoriel.

Ainsi, si l'enfant éprouve des difficultés pour résoudre un problème, il va avoir tendance à transformer ce problème de manière à l'assimiler à un moins difficile, plus familier pour lui. Mais, de ce fait, il va modifier la structure opératoire proposée du problème. C'est ce que Vergnaud (1983) et Conne (1988) appellent un «glissement de sens» auquel il a été fait allusion dans la partie théorique.

L'échantillon

L'échantillon final est constitué de 13 élèves de troisième primaire: sept filles et six garçons. Ces sujets ont tous environ huit ans. Le choix de ce public résulte, entre autres, de l'acquisition par les élèves, à ce moment de la scolarité, des mécanismes des additions et des soustractions. Par conséquent, il est possible de voir comment le sujet les traite effectivement. L'«aisance d'expression» dont les élèves disposent à ce niveau est aussi un facteur décisif de ce choix. Cette commodité est importante dans la mesure où le matériel recueilli est essentiellement verbal. Il est, par conséquent, intéressant que l'enfant soit capable d'expliquer ce qu'il fait, dans ses mots.

Les problèmes proposés

Les 14 problèmes utilisés sont détaillés à l'annexe 1 (dernière colonne). En parallèle, le lecteur y trouve les éléments des typologies de Riley *et al.* (1983) et de Vergnaud (1983) auxquels ils font référence.

La procédure pour chaque problème

Un problème est présenté à l'élève. Le chercheur lui suggère de le lire tout haut afin qu'il puisse l'intégrer à son rythme. Le chercheur demande ensuite à l'enfant de raconter à haute voix ce qu'il comprend dans le problème et tout ce qu'il fait dans sa tête pour arriver à la réponse.

Dans un souci de clarification de ce que l'enfant dit, d'autres questions sont ensuite posées pour bien percevoir ce qu'il a expliqué précédemment[9]. L'objectif de ceci est d'approfondir ce que l'élève dit. En effet, souvent, un résultat correct ne signifie pas toujours que l'élève a compris.

Dans la même optique, quand les réponses données par l'enfant ont été fluctuantes, une contre-argumentation[10] est avancée. Elle tient en une réponse contradictoire par rapport à celle que l'enfant a donnée précédemment. Le but de cette contre-argumentation est de cerner les réponses stables de l'enfant.

Cette démarche entreprise avec l'enfant est proche de la méthode clinique de Piaget[11]. Cette dernière consiste à mener un dialogue très souple avec l'enfant. L'intérêt porte sur la justification que le sujet donne de sa réponse.

Ce que le sujet raconte et les activités observables qu'il effectue en relation avec la tâche (pointage de certains termes sur le problème, mimiques d'hésitations, etc.) sont enregistrés au moyen d'une caméra vidéo.

L'analyse des données

Après transcription des entretiens, l'analyse se fait, tout d'abord, problème par problème grâce à une grille de codage. Un exemple de cette grille de codage est fourni à l'annexe 2.

Pour l'analyse proprement dite, trois paramètres retiennent l'attention du chercheur: le résultat, la structure effective que l'enfant a construite et les liens entre les éléments de l'opération arithmétique sur lesquels il s'est concentré. Par l'intermédiaire de ces trois paramètres, le chercheur découvre dans un premier temps comment l'enfant traite le problème auquel il est confronté (structure effective). Dans un second temps, il discerne les écarts plus ou moins grands par rapport à la structure proposée à l'élève. Ces trois paramètres sont explicités à l'annexe 3, dans les grilles de synthèse utilisées pour les problèmes de type changement et de type combinaison. Enfin, une synthèse des résultats et de l'analyse est réalisée problème par problème.

En guise de synthèse pour ce point, rappelons que les objectifs de cet article sont de mettre en évidence les structures opératoires effectives utilisées par les élèves et d'analyser la validité des typologies. L'échantillon final est de 13 sujets âgés de 8 ans, d'où le caractère exploratoire et qualitatif de cette recherche.

Un problème construit à partir des typologies est proposé à l'enfant. Sur la base de celui-ci, un entretien clinique est réalisé. L'analyse de cet entretien s'est concentrée sur trois choses: le résultat donné par l'enfant, la structure opératoire effective à laquelle il a recours et les liens entre les éléments de l'opération arithmétique sur lesquels il a centré sa réflexion.

Les résultats

Cet article se concentre sur les résultats obtenus pour les problèmes de type changement et de type combinaison, même si certains constats valent aussi pour les problèmes de type comparaison. Les structures effectives d'opérations, c'est-à-dire celles que l'élève utilise effectivement pour résoudre le problème qui lui est proposé sont examinées ici.

La diversité des structures

Le tableau présenté à l'annexe 4 reflète la diversité des structures auxquelles les sujets ont recours.

Ainsi, dans le problème n° 4, sept structures ont été choisies. Cette diversité peut également être trouvée chez un même sujet. Elle témoigne des différentes manières de reconstruire le problème qu'a l'enfant. Ainsi, Fabien choisit 60 + 7 = x et x - 60 = 7. Il n'a pas tenu compte, en construisant ces structures, que l'inconnue devait être comprise entre 7 et 60. Il a ensuite eu recours à une troisième structure 60 - 53 = x. Dans celle-ci, l'inconnue recherchée est modifiée.

Sept structures apparaissent également dans le problème n° 8 de type combinaison. Dans ce problème, certains sujets passent d'une structure incorrecte à une structure correcte. Une relecture d'un élément du problème dont ils n'avaient pas tenu compte préalablement peut être à l'origine de ce changement.

Il y a donc une diversité de structures, témoin de la manière différente qu'a chaque élève de reconstruire le problème.

Les structures effectives des problèmes auxquelles les sujets ont le plus recours

Il est bon de préciser qu'il s'agit ici de l'ensemble des structures auxquelles les sujets observés ont eu recours.

Comme l'illustre le tableau 5 (annexe 4), la structure n° 2[12] (revenant trois fois plus que la première) est choisie en priorité par les 13 sujets (36 fois[13]) pour traiter l'ensemble des huit problèmes de type changement et de type combinaison. Ce choix de a - b = ? paraît étonnant étant donné que, à cause des opérations mentales qu'elle nécessite (Kamii, 1990), la soustraction est une opération plus complexe que l'addition. L'explication de ce choix se trouve dans le type de structures proposées qui ont été transformées. Ainsi, pour aboutir à une structure où l'état final est inconnu, le sujet doit obligatoirement modifier celle-ci en une soustraction. En effet, l'addition ne permet pas d'arriver à un résultat correct.

La structure n° 1 de type a + b = ? (les sujets y ont recours 33 fois) suit de près la structure n° 2. Les structures effectives où l'état final comporte l'inconnue sont par conséquent privilégiées (voir tableau 5, annexe 4). L'interprétation des résultats peut être faite à la lumière de ce que dit Vergnaud (1983), à savoir que ces structures sont les plus faciles.

La structure n° 3 du type a + ? = b obtient un score élevé aussi (les sujets y ont recours 24 fois pour traiter l'ensemble des problèmes). Vergnaud (1983) mentionne que sa difficulté est intermédiaire entre l'état initial et l'état final.

À l'inverse, peu de sujets choisissent la structure opératoire du problème n° 6. Ce problème est le plus complexe dans la catégorie «changement» dans la mesure où l'inconnue est placée sur l'état initial et où il s'agit d'une transformation soustractive.

Au vu de tout ceci, nous pouvons formuler l'hypothèse que, quel que soit le problème, les enfants ont tendance à opter pour une structure opératoire effective qui leur est facilement accessible.

À part le cas du problème n° 2, les structures additives sont plus utilisées que les structures soustractives (66 structures additives pour les problèmes de type changement par rapport à 50 structures soustractives). Cette priorité des transformations additives par rapport aux transformations soustractives apparaît clairement dans le problème n° 2 où il est fait référence seulement cinq fois à la structure proposée du problème. Les sujets modifient cette structure en choisissant prioritairement (8 fois) 85 + x =100. La facilité de l'addition ressort de cet exemple. En effet, dans cette structure effective, le sujet doit déplacer l'inconnue et la glisser à un endroit intermédiaire plus complexe, selon Vergnaud (1983), que l'état final (où l'inconnue se trouvait dans la structure proposée).

La majorité des structures effectives privilégiées sont relatives à des problèmes plus faciles (Vergnaud, 1983), plus familiers pour les sujets, à savoir les structures où l'état final est inconnu et les structures additives.

Les problèmes traités sur base de la structure proposée

Les problèmes n° 1 et n° 7 sont traités sur la base de la structure opératoire proposée par l'auteur du problème. En effet, pour chacun de ces énoncés, l'ensemble des sujets s'est référé à cette structure proposée. Celle-ci comporte un état final inconnu, tout comme une transformation additive. C'est la structure la plus facile à traiter sur le plan de ces deux paramètres (place de l'inconnue et type de transformation).

Par ailleurs, les structures proposées des problèmes n° 8 et n° 3 sont choisies par une bonne majorité de sujets. Ces deux problèmes ont la même structure proposée: a + x = b. Néanmoins, celle-ci fait référence à des cadres interprétatifs différents, comme c'est le cas pour les problèmes n° 1 et n° 7, puisque ce sont deux types de problèmes distincts (problèmes de type changement et de type combinaison). Cette structure a + x = b est de difficulté intermédiaire quant à la place de l'inconnue et facile au point de vue du type de transformation.

Ainsi, les problèmes traités selon la structure proposée ont des structures faciles à résoudre.

Les glissements entre les problèmes

Il n'y a pas eu de glissements dans les problèmes n° 1 et n° 7. Ceci peut être dû à la facilité d'exécution, à la familiarité de ces structures proposées. En ce qui concerne les autres problèmes, beaucoup de glissements sont apparus mais, contrairement à ce qui était attendu, il s'agissait surtout de glissements à l'intérieur de la même catégorie. C'est en majorité sur les catégories 1 et 2, où l'état final est inconnu, que se concentrent ces glissements. Ceci peut de nouveau être expliqué par l'accès plus aisé pour l'enfant à ce type de structure.

Dans certains cas, pour les problèmes n^{os} 3, 6 et 8, il s'agit de glissements intercatégoriels. Ceci est mis en évidence par les indicateurs verbaux donnés par les enfants. Ainsi, dans le problème n° 6, la structure 35 + 14 = x utilisée serait associée au problème de combinaison n° 7. C'est une éventualité chez Damien qui avance en parlant de 14 et 35: «si on met ces deux-là ensemble...» et chez Henry: «il faut regrouper ces deux chiffres-là ensemble».

Toutefois, le faible nombre de glissements intercatégoriels ne reflète pas une primauté de ceux-ci par rapport à l'ensemble des glissements. En revanche, les glissements, au sein même de la catégorie à laquelle le problème proposé appartient, apparaissent de manière beaucoup plus fréquente. Ces glissements se fondent sur des structures effectives plus faciles à traiter. Dès lors, on peut supposer qu'une des fonctions de ces glissements est d'adapter l'énoncé, la structure proposée, à ce qui est connu pour le sujet. Un parallélisme est établi de ce fait avec ce qu'avançait Escarabajal (1988), à savoir que l'élève substitue un problème plus élémentaire qu'il sait résoudre.

Par conséquent, les glissements d'une structure proposée à une structure effective se font, en général, à l'intérieur d'une catégorie. Ils permettent au sujet d'adapter le problème à ses schémas antérieurs.

Les modifications des structures proposées en respectant les liens entre les éléments de l'opération arithmétique proposée

Il est intéressant de constater que des glissements peuvent s'opérer parce que le sujet respecte les liens existant entre les éléments de l'opération arithmétique de la structure proposée. Ainsi, d'une part, dans le problème n° 5, une modification se fait au niveau de la transformation, mais tout en tenant compte de la règle des signes. Sept fois, un recours est fait à la structure effective 86 - 30 = x. D'autre part, une modification de la place de l'inconnue est possible, par exemple un déplacement de cette dernière vers l'état final. Cela se produit dans le cas du problème n° 4 où une majorité de sujets (12) passe de la structure proposée 60 - x = 7 à la structure effective 60 - 7 = x.

Ceci est vrai aussi pour les problèmes du type «combinaison» où quelques sujets ont reconstruit d'autres structures effectives: 80 - 47 = x (3) et 80 - x = 47 (1). Ils ont respecté les liens entre les éléments de l'opération arithmétique; la preuve en est qu'on recherche toujours une des deux mesures.

C'est donc le respect des liens entre les éléments de la structure proposée qui permet au sujet de reconstruire des structures effectives permettant d'arriver à un résultat correct.

La non-prise en considération des liens entre les éléments de l'opération arithmétique

Néanmoins, cette prise en considération des liens entre les éléments n'est pas vérifiée dans tous les cas. Pour cette raison, les structures effectives auxquelles nous faisons allusion dans ce point conduisent à des résultats erronés. Dans le problème n° 3 où la structure proposée est 20 + x = 75, certains sujets optent pour 20 + 75 = x ou pour 75 + 20 = x. Dans les deux cas, ils ne tiennent pas compte du fait que 75 englobe 20 et x, qu'il constitue le total et qu'il faut choisir une structure en conséquence.

Cette non-compréhension des liens entre les éléments de l'opération de la structure proposée est retrouvée dans trois structures effectives du problème n° 6 construites sur le même schéma: 35 - 14 = x, 35 - x = 14 et 14 + x = 35. Ces trois structures aboutissent à une réponse incorrecte: 21. Dans les trois possibilités, l'inconnue est comprise entre 35 et 14. Or, dans la structure opératoire proposée du problème, elle est composée de 35 et 14.

Dès lors, si le sujet n'a pas compris les liens entre les éléments de l'opération arithmétique de la structure proposée, il ne pourra reconstruire une structure effective permettant d'arriver à un résultat correct.

La modification de structure va de pair avec une modification de ce que représentent les termes

Ceci est révélateur de la représentation du problème sous-jacente à la construction de la structure opératoire effective. Ainsi, dans le cas du problème n° 3 où Henry et Sophie ont recours à la structure 20 + 75 = x pour l'un et 75 + 20 = x pour l'autre. Pour eux, 75 est devenu ce que Sophie gagne à un concours, en l'occurrence la transformation et x ou 95 représente ce qu'elle a en tout.

Dans le problème n° 5, la structure 30 + x = 86 entraîne des modifications de ce que représentent les termes: 30 devient ce qu'il avait avant (or, c'est ce que l'on cherche et 30 est une donnée connue...) et 56 devient ce que sa Maman lui donne.

Enfin, dans le problème n° 6, Henry a mal saisi les liens entre les éléments de la structure proposée. Il a choisi la structure 35 - 14 = x. Néanmoins, afin qu'il y ait une certaine cohérence avec le problème, il va transformer la signification de chacune des données: 14 est le prix de la glace, 35, ce qu'elle avait avant et 21, ce qui lui reste d'argent.

Ces illustrations montrent combien la représentation du problème que l'élève s'est construite peut déterminer sa façon de traiter l'énoncé, sa manière de construire la structure opératoire effective.

La discussion

La vérification de l'analyse

Une première vérification de l'analyse est réalisée par la relecture et par la vérification à la fois des structures effectives mises en place par les enfants et des liens entre les éléments de l'opération arithmétique sur lesquels ils se sont concentrés dans cette structure effective. Les hésitations sont mises sur papier et discutées avec une tierce personne. Dans un deuxième temps, après l'analyse des 14 problèmes pour chacun des 13 sujets, le codage est refait oralement. L'objectif est de voir si, après un laps de temps, l'analyse réalisée est toujours valable. Un autre intérêt est de percevoir la cohérence existant entre les différents sujets par rapport à un problème précis.

En quelque sorte, une vérification notation-renotation et intranotateur est entreprise. Le but est de vérifier si les événements qui se produisent plusieurs fois sont codés de la même façon par le notateur.

Les limites de notre étude

Une des limites de cette étude peut être liée à la méthode d'entretien à laquelle le chercheur a recours. Fayol (1990) met en évidence les deux inconvénients liés à cette méthode. D'une part, seules les informations accédant à la conscience verbalisée sont prises en compte. D'autre part, des interférences avec la tâche principale et les commentaires peuvent être possibles.

Rappelons qu'il s'agit avant tout ici d'une recherche exploratoire. Pour aller au-delà de cette recherche, une validation des outils est nécessaire.

Que retenir?

Comme nous venons de le mentionner, ces observations sont faites dans le cadre d'une étude exploratoire et qualitative portant sur un petit nombre de sujets. Les conclusions sont donc spécifiques à cette étude et à l'échantillon.

Sur la base du problème qu'on lui soumet, l'enfant reconstruit la perception des liens entre les éléments de l'opération arithmétique de la structure proposée par l'intermédiaire d'une structure effective qui lui est accessible et familière.

L'enfant ne travaille pas de manière privilégiée sur la structure opératoire proposée, sous-jacente à l'énoncé du problème, mais bien sur celle qu'il a reconstruite (structure opératoire effective). La diversité des structures effectives pour l'ensemble des problèmes révèle également la manière différente qu'a chaque élève de reconstruire le problème.

Le sujet construit une ou plusieurs structures effectives sur la base d'un problème précis. Dans bien des cas, les liens qui existent entre les éléments de l'opération arithmétique de la structure proposée sont respectés pour les problèmes de type changement et combinaison par l'intermédiaire de la règle des signes ou encore par celle de la commutativité de l'addition. Et pourtant, le sujet a modifié soit la transformation ou l'opérateur (pour les problèmes de type combinaison), soit la place de l'inconnue. Dès lors, une mauvaise compréhension par l'élève de ces liens entre les éléments de l'opération arithmétique a pour conséquence la construction d'une structure effective qui ne respecte pas ces liens et conduit, de la sorte, à un résultat erroné. C'est le cas, entre autres, quand le sujet ne tient pas compte des indices qui lui sont donnés sur l'inconnue. Par exemple, il sait que celle-ci doit être comprise entre les deux données connues, mais il lui donne une valeur supérieure à la plus grande de ces données.

De temps à autre, l'enfant change la signification des données, l'énoncé du problème, afin de l'accorder avec la structure effective qu'il a perçue ou, tout simplement, parce que cet énoncé est trop complexe pour lui. Le sujet reconstruit les liens entre les éléments du problème afin que ceux-ci coïncident avec la structure effective qu'il a mise en évidence. Par conséquent, il adapte cet énoncé à ses structures familières.

Dans une étude ultérieure, il serait utile d'avoir un nombre plus important de sujets afin de voir si une généralisation des résultats s'avère possible. Envisager le comportement des sujets d'âges différents (plus jeunes et plus âgés que huit ans) devant les situations problèmes présentées dans cette recherche peut être une deuxième perspective. Le but de ceci est d'examiner la manière dont un problème arithmétique est traité par des enfants d'âges différents.

Conclusion et quelques implications pédagogiques

La résolution de problèmes

Pour résoudre correctement un problème, il n'est pas nécessaire que le sujet travaille sur la structure proposée construite par l'enseignant. Il suffit qu'il établisse correctement les liens existant entre les éléments de l'opération arithmétique énoncés dans le problème. Sa compréhension de ces liens entre les éléments reflète sa représentation du problème et plus précisément de la structure opératoire proposée. Dans un second temps, il lui faut construire une structure effective qui lui est familière, accessible et qui tienne compte de ces liens.

Les typologies

D'un point de vue didactique, les typologies comme celles de Riley *et al.* (1983) et de Vergnaud (1983) sont des outils adaptés à la construction d'énoncés variés. Mais, comme il ressort de cette étude, il faut être conscient que ces typologies ne reflètent pas le fonctionnement réel, effectif de l'élève pour résoudre tel problème. En effet, par l'intermédiaire de glissements à l'intérieur des catégories, celui-ci modifie la spécificité du problème qu'on lui propose. Il sort du carcan du problème (structure proposée) pour recréer la structure opératoire qui sera familière avec ses connaissances antérieures (structure effective).

Cette recherche, malgré son aspect exploratoire, permet de donner quelques pistes à la question que se pose Fayol (1991): «savoir si ces taxonomies ont une pertinence d'un point de vue psychologique, c'est-à-dire si elles sont en mesure de rendre compte des différences dans les comportements de résolution» (p. 160).

En guise de conclusion, retenons que, au départ d'une situation problème qui lui est proposée, le sujet en construit une autre. L'enfant reconstruit des structures effectives qui reflètent sa compréhension des liens entre les éléments d'un énoncé (structure proposée) et ce, quel que soit le type de problèmes.

Par conséquent, ces résultats, liés au traitement d'une structure proposée par l'enfant, vont dans le sens plus général de ceux qui avancent que le problème proposé à l'enfant est traité différemment par chaque sujet. Ce n'est donc pas nécessairement là où l'enseignant a placé le problème que l'élève le considérera.

NOTES

1. Pour rappel, N = {0,1,2,3,4,...}.
2. La réversibilité de la pensée fait référence au fait qu'une seule et même action peut se dérouler dans les deux sens au sein d'une totalité.
3. Par «schéma», Escarabajal (1988) entend «le moule dans lequel les données du problème vont être insérées» (p. 16).
4. Précisons avec Jonnaert (1994) le concept «élément». Il concerne «les termes de l'opération, mais aussi les signes autour desquels ils s'articulent» (Jonnaert, 1994, p. 326).
5. Pour plus de détails, se référer à Dumont (1994).
6. Dies, voir Jonnaert (1994), adaptation de la typologie de Riley.
7. Dans cet article, la catégorie «comparaison» n'est pas prise en considération étant donné que son analyse est quelque peu différente des deux types de problèmes précédents. En effet, ces problèmes ne sont pas définis par une structure opératoire sous-jacente. Ils sont caractérisés par l'écart entre les termes et la qualité de la différence.
8. Un autre objectif de cette recherche est de voir, dans la structure effective, quels sont les liens entre chacun des éléments de l'énoncé que le sujet privilégie. Pour rappel, le concept «élément» équivaut aux «termes de l'opération mais aussi aux signes autour desquels ils s'articulent» (Jonnaert, 1994).
9. Quelques exemples: «Quand tu dis ... (ex.: «acheter pour»), qu'est-ce que cela veut dire?» ou encore «pourquoi tu as fait une addition (un plus) ou une soustraction (un moins)?»
10. La contre-argumentation consiste dans le fait que l'expérimentateur, au cours de l'entretien qu'il a avec l'enfant, met en question les opérations ou les affirmations du sujet de manière à en évaluer la stabilité.
11. Voici les caractéristiques de cette méthode explicitée par Fayol (1990): «on interroge le sujet confronté à un problème de manière à induire chez lui des activités intellectuelles et à tenter de saisir, à travers ses réponses, la nature et l'organisation des processus cognitifs mis en œuvre» (p. 55). Dans cette recherche, il s'agit plus précisément de saisir la compréhension que le sujet a de la structure proposée du problème.
12. Les numéros de structures renvoient à la structure proposée sous-jacente au problème concerné. Par exemple, la structure n° 2 renvoie à la structure sous-jacente du problème n° 2 qui est du

type a - b = ? Pour percevoir les liens entre les n[os] des problèmes et les structures proposées sous-jacentes, se référer au tableau 2 de l'annexe 1.

13. Quand nous parlons du nombre de fois que l'ensemble des sujets a recours à une structure spécifique pour traiter l'ensemble des problèmes de type changement et de type combinaison, il est clair qu'un même sujet pour traiter un problème spécifique peut faire référence à plusieurs structures, mais qui ont le même schéma sous-jacent (par exemple, dans ce cas-ci, a - b = ?).

Abstract – This article provides some theoretical ideas on the elements of addition problems and on their semantic organization. Problem typologies described by Riley, Greeno, and Heller (1983) and Vergnaud (1983) were used to construct a tool for examining how a student deals with the semantic aspect of problems. Analysis of the results shows that these typologies are instruments which can be used to gather various problem statements, but not for reflecting the real behavior of the student in problem-solving tasks.

Resumen – Este artículo presenta algunas reflexiones teóricas sobre los elementos constitutivos de problemas de adición y sobre su organización semántica. Las tipologías de Riley, Greeno y Heller (1983) y de Vergnaud (1983) han permitido construir un instrumento para examinar cómo trata el alumno la semántica de los problemas. El análisis de resultados demuestra que las tipologías son herramientas interesantes para construir diferentes enunciados, pero no para reflejar el funcionamiento real del alumno en la solución de problemas.

Zusammenfassung – Im vorliegenden Artikel werden einige theoretische Überlegungen angestellt über die Bestandteile der Additionsaufgaben und über ihre semantische Gliederung. Mit Hilfe der Aufgabentypologien von Riley, Greeno und Heeler (1983) und von Vergnaud (1983) konnte eine Methode entwickelt werden zur Untersuchung der Art und Weise, wie der Schüler mit der Semantik der Aufgaben umgeht. Die Analyse der Ergebnisse zeigt, daß die Typologien zwar bei der Formulierung von verschiedenen Vorraussetzungen sehr nützlich sind, aber nicht dazu dienen, das tatsächliche Vorgehen des Schülers bei der Lösung von Aufgaben darzustellen.

Références

Baruk, S. (1992). *Dictionnaire des mathématiques élémentaires*. Paris: Seuil.

Conne, F. (1985). Calculs numériques et relationnels dans la résolution de problèmes arithmétiques. *Recherches en didactique des mathématiques, 5*(3), 269-332.

Conne, F. (1988). Comptage et écriture en ligne d'égalités numériques. *Recherches en didactique des mathématiques, 9*(1), 71-116.

Dessailly, P. et Tourneur, Y. (1984). *Enseignement modulaire des premières notions mathématiques*. Bruxelles: Ministère de l'Éducation nationale.

Dumont, V. (1994). *Analyse qualitative des structures opératoires et des rapports sémantiques intervenant dans la résolution de problèmes additifs chez des enfants de troisième primaire*. Mémoire de licence non publié. Louvain-la-Neuve: Faculté de psychologie et des sciences de l'éducation, Université Catholique de Louvain.

Escarabajal, M. C. (1988). Schémas d'interprétation et résolution de problèmes arithmétiques. *Revue française de pédagogie, 82*, 15-21.

Fayol, M. (1990). *L'enfant et le nombre*. Neuchâtel/Paris: Delachaux et Niestlé.

Fayol, M. (1991). Du nombre à son utilisation: la résolution de problèmes additifs. *In* J. Bideaud, Cl. Meljac et J. P. Fischer (dir.), *Les chemins du nombre* (p. 259-270). Lille: Presses universitaires de Lille.

Fuson, K. (1991). Relation entre comptage et cardinalité chez les enfants de 2 à 8 ans. *In* J. Bideaud, C. Meljac et J.-P. Fischer (dir.), *Les chemins du nombre* (p. 158-182). Lille: Presses universitaires de Lille.

Jonnaert, P. (1994). *L'enfant-géomètre – Une autre approche de la didactique des mathématiques à l'école fondamentale*. Bruxelles: Plantyn.

Kamii, C. (1990). *Les enfants réinventent l'arithmétique*. Berne: Peter Lang.

Piaget, J. et Szeminska, A. (1967). *La genèse du nombre chez l'enfant* (4e éd., 1re éd., 1941). Neuchâtel: Delachaux et Niestlé.

Riley, M. S., Greeno, J. G., et Heller, J. I. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. *In* H. P. Ginsburg (dir.), *The development of mathematical thinking* (p. 153-196). New York, NY: Academic Press.

Vergnaud, G. (1981). *L'enfant, la mathématique et la réalité* (1re éd.). Berne: Peter Lang.

Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. *In* T.-P. Carpenter, J.-M. Moser et T.-A. Romberg (dir.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (p. 39-59). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Vergnaud, G. (1983). *L'enfant, la mathématique et la réalité* (2e éd.). Berne: Peter Lang.

Vergnaud, G. (1985). Concepts et schèmes dans une théorie opératoire de la représentation. *Psychologie française, 30*(3/4), 245-252.

Annexe 1

Tableau 2

Comparaison des typologies de problèmes additifs et problèmes utilisés dans la partie empirique

Concepts	Catégories de problèmes additifs		Sous-catégories	Difficultés de l'opération	Types d'opérations	**Exemples** **=> problèmes utilisés dans la partie empirique**
définissent la structure opératoire proposée	Vergnaud (1982; 1983)	Riley *et al.* (1983) Problèmes de type...	Variation en fonction : de la place de l'inconnue et de la transformation + ou -			
Transformation «temporelle»: une transformation est appliquée à un état initial pour arriver à un état final	État (initial)- Transformation- État (final)	Changement	Chercher l'état final Transformation +	***Plus facile*** -> application d'une transformation directe ->cf. taux de réussite (Fayol, 1990, p. 151)	a + b = ?	1) Benjamin a déjà 50 F dans sa tirelire. Sa Maman lui donne 48 F. Combien a-t-il en tout?
			Chercher l'état final Transformation -		a - b = ?	2) Maman donne 100 F à la caissière pour payer ses courses. Elle doit 85 F pour ses achats. Combien la caissière devra-t-elle lui rendre?
			Chercher la transformation Transformation +	***Plus difficiles*** (4 suivants) -> nécessitent la réversibilité de la pensée	a + ? = c	3) Sophie a déjà 20 F. Elle gagne un concours. Elle a en tout 75 F. Combien a-t-elle gagné?
			Chercher la transformation Transformation -		a - ? = c	4) Julie a 60 F. Elle achète un pain et le paie. Maintenant, il lui reste 7 F. Combien coûtait le pain?
Transformation «temporelle»	État (initial)- Transformation- État (final)	Changement	Chercher l'état initial Transformation +	-> application d'une inversion de la transformation directe à l'état final	? + b = c	5) Nicolas a encore quelques francs dans sa tirelire. Maman lui donne 30 F pour les ajouter dans sa tirelire. Maintenant, il ouvre sa tirelire et il voit qu'il a 86 F. Combien d'argent avait-il au départ avant que sa Maman lui en donne?
			Chercher l'état initial «Transformation négative»		? - b = c	6) Caroline reçoit des sous. Elle s'achète une crème glacée à 35 F. Maintenant, il lui reste 14 F. Combien avait-elle d'argent avant de s'acheter une glace?
	Composition de deux transformations	/				/
	Transformation entre deux relations statiques	/				/

Mesures, situations statiques : une réunion est opérée entre les éléments de deux collections	Composition de deux mesures	Combinaison	Trouver la composée		a + b = ?	7) Deux frères veulent s'acheter ensemble un jouet. L'un a 33 F, l'autre 24 F. Combien d'argent ont-ils à eux deux?
			Trouver une des mesures		? + b = c	8) Caroline et Géraldine ont à elles deux 80 F. Caroline a 47 F. Combien Géraldine a-t-elle d'argent?
Relations statiques: une comparaison entre des quantités est demandée à l'aide de formules du type «plus de/moins de».	État-Relation-État Mesure-Relation-Mesure	Comparaison	Chercher la différence entre a et b, partant de b Opérateur +	Catégorie la plus difficile à traiter (cf. taux de réussite relevés par Riley*)	a > b b + ? = a	9) Catherine a 49 F. Jean a 27 F. Combien Catherine a-t-elle de plus que Jean?
			Chercher la différence entre a et b, partant de b Opérateur -		a > b b - ? = a	10) Laurence a 34 F et Damien, 12 F. Combien Damien a-t-il d'argent de moins que Laurence?
			Chercher l'ensemble d'arrivée Opérateur +		a < a + c b = a + c	11) Julien a 56 F, son frère en a 13 de plus que lui. Combien son frère a-t-il d'argent?
			Chercher l'ensemble d'arrivée Opérateur -		a > a - c b = a - c	12) Élodie a 65 F. Marie a 33 F de moins qu'elle. Combien Marie a-t-elle d'argent?
			Chercher l'ensemble de départ Opérateur +		a > b b = a - c	13) Charlotte a 78 F. Elle a en fait 32 F en plus que Marc. Combien Marc a-t-il d'argent?
			Chercher l'ensemble de départ Opérateur -		a < b a = b - c	14) Christophe a 29 F. Il a 21 F de moins qu'Ingrid. Combien d'argent a Ingrid?

* Pour de plus amples détails, voir Fayol, 1990, p. 151. Par ailleurs, Nesher (1982, *in* Fayol, 1990, p. 149-150) a pu montrer que, quelle que soit l'opération (addition ou soustraction), les problèmes faisant référence à des situations «statiques» présentaient des difficultés de résolution plus importantes que ceux décrivant des situations «dynamiques».

Annexe 2

Tableau 3

Grille de codage

Transcription entretien	**Temps de latence** entre la question posée par l'expérimentateur et la réponse de l'enfant	**Liens entre les éléments de l'opération arithmétique de la structure effective privilégiés par l'élève**	**Modification par rapport à la structure de base** => Problèmes de type *changement et combinaison*
	=> pour pouvoir tenir compte de la chronologie	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18	**Qualité de la différence** **Écart entre les deux données** => Problèmes de type *comparaison*

Annexe 3

Tableau 4

Grille de synthèse* relative aux problèmes de type *changement* et de type *combinaison*

Paramètres	Résultat	Structure opératoire effective	Transformations entreprises	Liens entre les éléments de l'opération arithmétique
Explications		Il s'agit de celle construite par l'enfant avec ses commentaires	Réaménagements réalisés par l'élève à partir de la structure opératoire proposée.	Ces liens que l'élève établit entre les éléments de l'opération arithmétique sont ceux qu'il utilise effectivement dans sa résolution pour créer du sens. Prise en compte de l'ensemble des rapports sémantiques existant entre les éléments d'une opération arithmétique => 18 rapports définis
Indicateur(s)	Correct ou incorrect	Différentes structures + nombre de sujets qui les ont utilisées* => Bonne ou mauvaise compréhension des liens entre les éléments de l'opération arithmétique de la structure proposée. (puisque cette compréhension conditionne la construction de la structure effective)	Glissements à l'intérieur de la même catégorie ou entre les différentes catégories	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 Quels liens l'enfant privilégie-t-il à l'intérieur de la structure effective construite? - sur des éléments isolés - sur des interrelations - sur la structure dans son entièreté,... Comptage du nombre de fois qu'un lien spécifique est apparu pour chacune des 18 subdivisions*. Calcul de fréquence => idée de l'importance de chacun de ces liens.

* Cette grille est remplie dans un premier temps pour chaque sujet et, dans un second, pour l'ensemble des 13 sujets. Les indications marquées d'un astérisque (*) concernent la grille de synthèse pour les 13 sujets.

Tableau 5

Résultats des différentes structures opératoires effectives observées par problème et nombre de fois que les sujets y ont recours dans les problèmes de type *changement* et de type *combinaison*

Struct. sous-jacente du type du ...	Problème n° 1		Problème n° 2		Problème n° 3		Problème n° 4		Problème n° 5		Problème n° 6		Problème n° 7		Problème n° 8		Total des structures
	Structures effectives	N	Structures effectives	N	Structures effectives	N	Structures effectives	N	Structures effectives	N	Structures effectives	N	Structures effectives	N	Structures effectives	N	relatives aux pb
pb 1	**50 + 48 = x** 48 + 50 = x	12 3			20 + 75 = x 75 + 20 = x	2 1	60 + 7 = x	1	86 + 30 = x	1	*35 + 14 = x* *14 + 35 = x*	*9* *3*			80 + 47 = x	1*	33°
pb 2	50 - 48 = x	1	**100 - 85 = x**	5	*75 - 20 = x*	*5*	*60 - 7 = x*	*12*	*86 - 30 = x*	*7*	35 - 14 = x	3			80 - 47 = x	3*	36
pb 3			*85 + x = 100*	*8*	**20 + x = 75**	9	7 + x = 60	1	30 + x = 86	5	14 + x = 35	1					24
pb 4			100 - x = 85	4			**60 - x = 7**	3			35 - x = 14	1			80 - x = 47	1*	9
pb 5			x + 85 = 100	1			x + 7 = 60	3	**x + 30 = 86**	5							9
pb 6							x - 60 = 7	1			**x - 35 = 14** x - 14 = 35	3 1					5°
pb 7					20 + 75 = x	2*					35 + 14 = x	3*	**33 + 24 = x**	13			18
pb 8															**47 + x = 80** x + 47 = 80	10 1	11
Autres							60 - 53 = x	1	56 + 30 = x	1	35 + 21 = x 21 + 35 = x	1 1			47 + x = 160 2 * 80 = x	1 2	

Légende:

gras: structure proposée pour le problème concerné   * glissement intercatégoriel

italique: catégorie de problème vers laquelle les glissements se sont davantage faits pour un problème spécifique

° Ceci signifie que ce qui est pris en compte n'est pas seulement ce qui est en rapport avec la structure proposée, mais avec toute structure construite sur base de l'opération a+b=x dans le premier cas ou x-a=b, dans le second.