

Détermination du schéma d'aménagement optimal d'une vallée pour des fins de production d'électricité

Determination of the optimal hydropower development plan of a valley

A. Turgeon

Volume 1, Number 1-2, 1988

URI: <https://id.erudit.org/iderudit/705006ar>

DOI: <https://doi.org/10.7202/705006ar>

[See table of contents](#)

Publisher(s)

Université du Québec - INRS-Eau, Terre et Environnement (INRS-ETE)

ISSN

0992-7158 (print)

1718-8598 (digital)

[Explore this journal](#)

Cite this article

Turgeon, A. (1988). Détermination du schéma d'aménagement optimal d'une vallée pour des fins de production d'électricité. *Revue des sciences de l'eau / Journal of Water Science*, 1(1-2), 129–152. <https://doi.org/10.7202/705006ar>

Article abstract

The purpose of the work described in this paper was to find a method for identifying the development scheme of a valley that will allow a utility to meet its electrical energy need at minimum cost. Suppose, for instance, that the utility wishes to build hydroelectric power plants in a virgin river valley so as to produce D gigawatthours of firm energy each year, and that preliminary surveys of the river show n possible sites. The first step is to select the sites and then to determine, for each, the dam height and hence size of the reservoir, elevation of the water inlet, elevation of the water outlet, and capacity of the power plant. The selection has to be done in terms of minimizing the investment cost.

One of the utility's major difficulties with the above problem is to determine the value of D and hence the amount of money to invest in the valley. The solution depends on the alternatives to such an investment: a nuclear or thermal power plant or development of another valley, for example. In fact, the only completely reliable way to determine the value of D is to consider all the investment possibilities. The question is how do it without overly magnifying the problem? One way, and incidentally the easiest, is to use a two-step solution: first, determine the optimal development scheme for each river for all possible values of D , then find the optimal investment policy among the valleys and hence the optimal value of D . In this paper, only the first step is solved.

Determination of the optimal development scheme of a valley for all possible values of D is formulated here as a parametric mixed-integer linear programming problem, which takes the form:

minimize cx

subject to

$ax \geq b + \theta h$

$x \geq 0$

$x_i = 0 \text{ or } 1$

where c and x are n vectors, A is an m by n matrix, b is an m vector, h is a change vector of dimension m , and θ is a scalar that is varied continuously. x is a subvector of x containing those elements that must be 0 or 1. This formulation was chosen despite the nonlinearity of the real problem, in order to take advantage of the relative computational efficiency of mixed-integer linear programming as offered by IBM's MPSX/370 package. The nonlinear functions, like the costs, the production, and the relation between reservoir level and content, were linearized using separable programming in some cases and successive linear approximation in others. Since MPSX/370 inhibits the simultaneous use of separable and mixed-integer programming, the author wrote his own branch-and-bound algorithm. The parametric analyses are done in such a way that the branch-and-bound algorithm, which consumes most of the computer time, is called a minimum number of times.

Détermination du schéma d'aménagement optimal d'une vallée pour des fins de production d'électricité

Determination of the optimal
hydropower development plan of a valley

A. TURGEON (1)

RÉSUMÉ

Le modèle mathématique décrit dans cet article a pour tâche de choisir les sites sur une rivière où des installations hydro-électriques seront aménagées, puis de trouver la taille optimale de ces installations. La solution de ce problème dépend naturellement du montant d'argent que la compagnie est prête à investir sur la rivière. Toutefois, ce montant n'est pas connu au départ puisqu'il est lui-même fonction de ce que les installations pourront produire. Il est donc nécessaire de résoudre le problème pour tous les niveaux possibles de production étant donné qu'on ne connaît pas le niveau qui sera choisi. Ce problème est résolu dans cet article par une méthode très efficace qui regroupe l'énumération implicite, la programmation linéaire successive et l'analyse paramétrique. De façon succincte, l'énumération implicite fait le choix des sites qui seront aménagés pour un niveau de production donné. La programmation linéaire successive, quant à elle, se charge de déterminer la taille optimale des installations. Enfin, l'analyse paramétrique montre comment la taille des installations varie avec le niveau de production. L'efficacité de cette méthode vient du fait que l'algorithme d'énumération implicite, qui consomme beaucoup de temps de calcul, est appelé un nombre minimal de fois.

Mots-clés : programmation linéaire successive, énumération implicite, analyse paramétrique, approximation linéaire par partie.

(1) Institut de recherche d'Hydro-Québec (IREQ)
1800 montée Ste-Julie, Varennes, Québec, J0L 2P0, Canada.

SUMMARY

The purpose of the work described in this paper was to find a method for identifying the development scheme of a valley that will allow a utility to meet its electrical energy need at minimum cost. Suppose, for instance, that the utility wishes to build hydroelectric power plants in a virgin river valley so as to produce D gigawatthours of firm energy each year, and that preliminary surveys of the river show n possible sites. The first step is to select the sites and then to determine, for each, the dam height and hence size of the reservoir, elevation of the water inlet, elevation of the water outlet, and capacity of the power plant. The selection has to be done in terms of minimizing the investment cost.

One of the utility's major difficulties with the above problem is to determine the value of D and hence the amount of money to invest in the valley. The solution depends on the alternatives to such an investment: a nuclear or thermal power plant or development of another valley, for example. In fact, the only completely reliable way to determine the value of D is to consider all the investment possibilities. The question is how do it without overly magnifying the problem? One way, and incidentally the easiest, is to use a two-step solution: first, determine the optimal development scheme for each river for all possible values of D , then find the optimal investment policy among the valleys and hence the optimal value of D . In this paper, only the first step is solved.

Determination of the optimal development scheme of a valley for all possible values of D is formulated here as a parametric mixed-integer linear programming problem, which takes the form:

$$\begin{aligned} & \text{minimize } cx \\ & \text{subject to} \\ & \quad ax \geq b + \theta h \\ & \quad x \geq 0 \\ & \quad \bar{x} = 0 \text{ or } 1 \end{aligned}$$

where c and x are n vectors, A is an m by n matrix, b is an m vector, h is a change vector of dimension m , and θ is a scalar that is varied continuously. \bar{x} is a subvector of x containing those elements that must be 0 or 1. This formulation was chosen despite the nonlinearity of the real problem, in order to take advantage of the relative computational efficiency of mixed-integer linear programming as offered by IBM's MPSX/370 package. The nonlinear functions, like the costs, the production, and the relation between reservoir level and content, were linearized using separable programming in some cases and successive linear approximation in others. Since MPSX/370 inhibits the simultaneous use of separable and mixed-integer programming, the author wrote his own branch-and-bound algorithm. The parametric analyses are done in such a way that the branch-and-bound algorithm, which consumes most of the computer time, is called a minimum number of times.

Key-words: successive linear programming, separable programming, branch-and-bound, parametric analysis, hydropower development.

Le modèle mathématique décrit dans cet article a été réalisé pour la direction Ingénierie de centrales d'Hydro-Québec. L'objet de ce modèle, nommé ATHENA, est de déterminer l'aménagement optimal d'une vallée. Plus précisément, supposons que, dans la vallée à l'étude, n sites, où des installations hydroélectriques pourraient être construites, ont fait l'objet de relevés. ATHENA déterminera tout d'abord lesquels de ces n sites devraient être aménagés puis, pour chacun d'entre eux, établira :

- le niveau maximal d'exploitation, et donc, la grandeur du réservoir,
- le niveau minimal d'exploitation,
- le niveau minimal de restitution,
- le débit d'équipement de la centrale,

et ceci de façon à minimiser le coût total d'aménagement.

La solution de ce problème d'aménagement dépend naturellement du montant d'argent que la compagnie est disposée à investir dans la vallée. Toutefois, ce montant n'est pas connu au départ mais est lui-même fonction de la solution du problème ou, plus exactement, des revenus que la vallée générera une fois aménagée. Pour sortir de ce cercle vicieux, il fut convenu, avec la direction Planification, de résoudre le problème pour toutes les productions possibles d'énergie garantie de façon à obtenir la courbe de la figure 1. A partir de cette courbe, la Planification déterminera la solution la plus avantageuse pour Hydro-Québec.

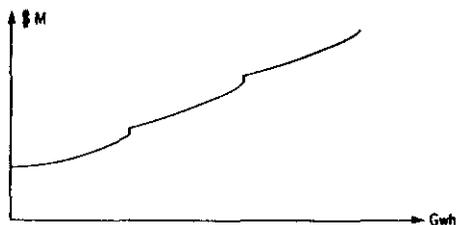


Figure 1.- Coût minimal d'aménagement vs production d'énergie garantie.

Figure 1.- Minimal investment cost vs production of firm energy.

Le problème de déterminer la courbe de la figure 1 a été formulé dans cette étude comme un problème de programmation linéaire paramétrique partiellement en nombre entier. Mathématiquement, ceci peut s'écrire :

Minimiser cx

sous : $Ax \geq b + \theta h$

$x \geq 0$; $\bar{x} = 0$ ou 1

où c et x sont des vecteurs de dimension n , b et h des vecteurs de dimension m , A est une matrice de dimension $m \times n$, et θ un scalaire que l'on fait varier de

façon continue. \bar{x} dénote les éléments de x qui ne peuvent prendre que les valeurs 0 et 1 seulement. Cette formulation fut choisie, nonobstant le fait que le problème n'est pas linéaire, afin de pouvoir utiliser le logiciel MPSX/370 d'IBM. Les fonctions non-linéaires comme le coût des installations ont été linéarisées au moyen de fonctions linéaires par partie. Les fonctions de production, par contre, ont été linéarisées par des approximations successives autour d'un point. Quant aux courbes d'emmagasinement, elles ont bénéficié d'un traitement spécial, comme nous le verrons, en raison du fait qu'elles ne sont pas concaves.

LES COÛTS

Les principales composantes d'un complexe hydroélectrique sont montrées dans la figure 2. Elles comprennent le barrage qui retient l'eau du réservoir, la prise d'eau suivie de la conduite forcée, la centrale et le canal de fuite. Les coûts d'un tel complexe sont regroupés dans ATHENA sous quatre titres : coût du réservoir, coût de la centrale, coût relié au niveau minimal d'exploitation et coût relié au niveau minimal de restitution.

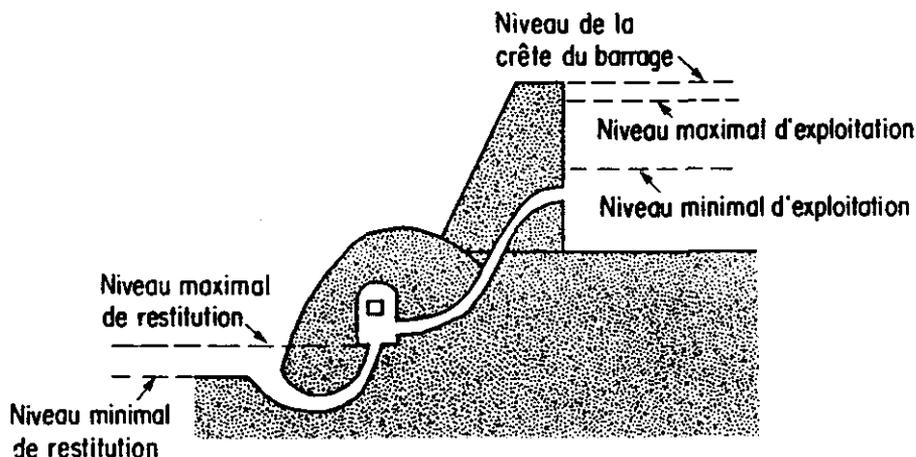


Figure 2.- Complexe hydroélectrique.

Figure 2.- Hydroelectric complex.

2-1 Coût du réservoir

Pour chacun des n sites dans la vallée où un complexe hydroélectrique peut être construit, ATHENA requiert qu'on lui fournisse le coût de construction du réservoir pour différents niveaux maximaux d'exploitation. Exemple :

Niveau maximal d'exploitation (m)	Coût du réservoir (M\$)
175	500
200	525
225	575
250	650

Voir liste des symboles à la fin de l'article

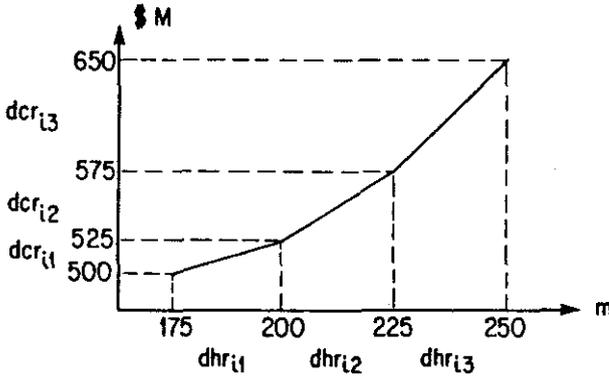


Figure 3.- Coût du réservoir i.

Figure 3.- Cost of reservoir i.

Le modèle prendra pour acquis que le niveau maximal d'exploitation devra se situer entre 175 et 250 m si ce site est aménagé. En d'autres termes, le modèle ne fait pas d'extrapolation. Il utilisera par contre l'interpolation linéaire, comme montré à la figure 3, pour déterminer le coût du réservoir pour des niveaux maximaux d'exploitation différents des quatre donnés auparavant. Il

en résulte que le coût du réservoir i sera supposé égal à

$$cfres_i YRES_i + \sum_m dcr_{im} SPHR_{im} \quad (1)$$

$$- MAXEXP_i + hmin_i YRES_i + \sum_m dhr_{im} SPHR_{im} = 0 \quad (2)$$

$$- MAXEXP_i + hmin_i YRES_i \leq 0 \quad (3)$$

$$- MAXEXP_i + hmax_i YRES_i \geq 0 \quad (4)$$

$$0 \leq SPHR_{im} \leq 1 \quad \forall m \quad (5)$$

$$YRES_i = 0 \text{ ou } 1 \quad (6)$$

La variable $YRES_i$ sera fixée égale à 1 si un réservoir est construit sur le site i et à 0 sinon. Le coefficient $cfres_i$ dans (1) représente le coût du plus petit réservoir qui puisse être aménagé sur le site i et est donc égal à 500 M\$. Le coefficient dcr_{im} représente la différence de coût du réservoir entre le m ième niveau maximal d'exploitation et le suivant. dcr_{i1} sera donc fixé égal à 25, dcr_{i2} à 50 et dcr_{i3} à 75, comme montré dans la figure 3. La variable $SPHR_{im}$, communément appelée variable de grille, est limitée à l'intervalle [0,1], comme le spécifie la contrainte (5). De plus, si sa valeur est différente de 0, toutes les variables précédentes, i.e. $SPHR_{i1}$, $SPHR_{i2}$, ..., $SPHR_{im-1}$, devront être fixées égales à 1. A noter que ceci est fait automatiquement par le logiciel MPSX/370. La variable $MAXEXP_i$ représente le niveau maximal d'exploitation. Il devra se situer dans l'intervalle $[hmin_i, hmax_i]$, comme le requièrent les contraintes (3) et (4), si un réservoir est construit sur le site i.

2-2 Coût de la centrale

Pour chaque site de la rivière où il est possible de construire une centrale en plus d'un réservoir, l'utilisateur devra fournir à ATHÉNA le coût de construction de la centrale pour différents débits d'équipement et hauteurs de chute, comme montré dans le tableau 1.

Tableau 1. - Coût de construction de la centrale i (M\$).Table 1. - Cost of powerplant i (M\$).

		Débit d'équipement (m ³ /s)		
		500	750	1200
Hauteur de chute (m)	35	350	500	900
	100	400	560	975
	200	425	600	1025

Pour représenter ce coût par une courbe linéaire par partie semblable à celle utilisée pour le coût du réservoir, ATHÉNA supposera que le débit d'équipement de la centrale, si elle est construite, sera égal à 0,5 (500 + 1200) = 850 m³/s. Pour un tel débit, on peut montrer que le coût de la centrale varie avec la hauteur de chute selon les chiffres suivants lorsqu'on utilise une interpolation linéaire :

Hauteur de chute (m)	Coût de la centrale (M\$)
35	589
100	652
200	694

Dans le modèle, ce coût sera représenté par la somme

$$cf_{haut_i} YCEN_i + \sum_m dch_{im} SPHC_{im} \quad (7)$$

où :

$$- HAUT_i + hinf_i YCEN_i + \sum_m dch_{im} SPHC_{im} = 0 \quad (8)$$

$$- HAUT_i + hinf_i YCEN_i \leq 0 \quad (9)$$

$$- HAUT_i + hsup_i YCEN_i \geq 0 \quad (10)$$

$$0 \leq SPHC_{im} \leq 1 \quad \forall m \quad (11)$$

$$YCEN_i = 0 \text{ ou } 1 \quad (12)$$

La variable $YCEN_i$ sera fixée égale à 1 si une centrale est construite sur le site i et à 0 sinon. Le coefficient $cfhaut_i$ dans (7) sera mis égal à 589, c'est-à-dire au coût de la centrale correspondant à la plus petite hauteur de chute. Quant aux coefficients dch_{i1} et dch_{i2} , ils auront les valeurs 63 et 42 respectivement. La variable $HAUT_i$, qui représente la hauteur de chute, prendra la valeur 0 si aucune centrale n'est construite sur le site i . Sinon, sa valeur sera prise dans l'intervalle $[hinf_i, hsup_i]$, comme l'exigent les contraintes (9) et (10).

Pour tenir compte du fait que le coût de la centrale varie avec le débit d'équipement et non seulement avec la hauteur de chute, ATHÉNA supposera que la hauteur de chute de la centrale, si elle est construite, sera égale à $0,5 (35 + 200) = 117,5$ m. Pour une telle hauteur, le coût de la centrale varie avec le débit d'équipement selon les chiffres suivants :

Débit d'équipement (m^3/s)	Coût de la centrale (M\$)
500	406
750	570
1200	987

Cette relation entre le coût de la centrale et le débit d'équipement sera représentée dans ATHÉNA par la somme

$$cfdeb_i YCEN_i + \sum_m dcu_{im} SPUC_{im} \quad (13)$$

où :

$$- UBAR_i + umin_i YCEN_i + \sum_m dhu_{im} SPUC_{im} + 0 \quad (14)$$

$$- UBAR_i + umin_i YCEN_i \leq 0 \quad (15)$$

$$- UBAR_i + umax_i YCEN_i \geq 0 \quad (16)$$

$$0 \leq SPUC_{im} \leq Vm \quad (17)$$

Le coefficient $cfdeb_i$ dans (13) aura la valeur 406, c'est-à-dire celle du coût d'une centrale ayant un débit d'équipement de $500 m^3/s$. Quant aux coefficients dcu_{i1} , dcu_{i2} , dhu_{i1} et dhu_{i2} , ils seront respectivement égaux à 164, 417, 250 et 450. Le débit d'équipement de la centrale, dénoté par $UBAR_i$, sera égal à 0 si aucune centrale n'est construite sur le site i . Sinon sa valeur sera choisie dans l'intervalle $[umin_i, umax_i]$, comme le requièrent les contraintes (15) et (16).

Bref, la somme (7) donne le coût d'une centrale ayant un débit d'équipement de $850 m^3/s$ et (13) le coût d'une centrale dont la hauteur de chute est de 117,5 m. Additionnant les deux et soustrayant 663 millions \$ du résultat, c'est-à-dire le coût d'une centrale de 117,5 m de hauteur de chute et de $850 m^3/s$ de débit d'équipement, donne

$$cfcen_i YCEN_i + \sum_m dch_{im} SPHC_{im} + \sum_u dcu_{im} SPUC_{im} \quad (18)$$

où $cfcen_i = cfhaut_i + cfdeb_i - 663$. On pourra vérifier que (18) donne le coût exact de la centrale lorsque la hauteur de chute de celle-ci est fixée à 117,5 m et le débit d'équipement à 850 m³/s. Pour toute autre valeur, (18) représente une approximation du coût de la centrale. Cette approximation sera néanmoins utilisée, mais si la solution trouvée est bien différente de 117,5 m ou de 850 m³/s, les coefficients $cfcen_i$, dch_{im} et dcu_{im} seront réévalués à partir de cette solution et le problème sera solutionné de nouveau. Ce processus sera répété jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de changement dans la solution.

2-3 Coût relié au niveau minimal d'exploitation

Abaisser le niveau de la prise d'eau de façon à augmenter le marnage peut être intéressant si cela permet d'augmenter la production ou de mieux répartir celle-ci entre les périodes de l'année. Une telle opération peut, toutefois, entraîner des coûts supplémentaires si des excavations sont requises pour enfouir la prise d'eau ou pour permettre à toute l'eau du réservoir d'atteindre celle-ci. Supposons que ces coûts supplémentaires varient avec le niveau minimal d'exploitation comme suit :

Niveau minimal d'exploitation (m)	Coût (M\$)
125	100
150	50
175	0

Comme ATHENA utilise l'interpolation linéaire pour déterminer les coûts entre les points donnés, ces coûts peuvent donc être représentés par la somme

$$\sum_m dcm_{im} SPHM_{im} \quad (19)$$

où :

$$- MINEXP_i + dmax_i YRES_i - \sum_m dhm_{im} SPHM_{im} = 0 \quad (20)$$

$$- MINEXP_i + dmin_i YRES_i \leq 0 \quad (21)$$

$$0 \leq SPHM_{im} \leq 1 \quad \forall m \quad (22)$$

Les coefficients dcm_{i1} , dcm_{i2} , dhm_{i1} et dhm_{i2} , qui apparaissent dans (19) et (20), se verront assignés les valeurs 50, 50, 25 et 25 respectivement. $dmin_i$ sera égal à 125 et $dmax_i$ à 175. A noter que $dmax_i$ n'est pas une borne supérieure pour $MINEXP_i$, le niveau minimal d'exploitation du réservoir i . $dmax_i$ est simplement le niveau qui a été utilisé pour déterminer le coût du réservoir. Si d'abaisser le niveau minimal d'ex-

exploitation en dessous de d_{max_i} augmente le coût du réservoir, l'augmentation sera alors prise en compte par (19). Si d_{max_i} n'est pas la borne supérieure de $MINEXP_i$, d_{min_i} , par contre, est la borne inférieure, comme l'indique la contrainte (21).

2-4 Coût relié au niveau minimal de restitution

Advenant qu'il soit possible de situer la sortie du canal de restitution à plusieurs niveaux possibles, l'utilisateur devra fournir à ATHÉNA le coût de construction du canal de restitution en fonction du niveau de sa sortie. Exemple :

Niveau minimal d'exploitation (m)	Coût (M\$)
50	10
90	1

Comme le modèle ne fait pas d'extrapolation, le niveau minimal de restitution sera ajusté entre 50 et 90 m. Le coût relié à ce niveau sera pris en compte dans ATHÉNA par la somme

$$crest_i YCEN_i + \sum_m dcf_{im} SPPF_{im} \quad (23)$$

où :

$$- MINRST_i + n_{max_i} YCEN_i - \sum_m dpf_{im} SPPF_{im} = 0 \quad (24)$$

$$- MINRST_i + n_{min_i} YCEN_i \leq 0 \quad (25)$$

$$- MINRST_i + n_{max_i} YCEN_i \geq 0 \quad (26)$$

$$0 < SPPF_{im} \leq 1 \quad \forall m \quad (27)$$

Le coefficient $crest_i$ dans (23) représente le coût relié au niveau minimal de restitution le plus élevé possible, c'est-à-dire 90 m. $crest_i$ sera donc fixé à 1 million \$. n_{max_i} sera égal à 90 et n_{min_i} à 50. Quand à dcf_{i1} et dpf_{i1} , ils prendront les valeurs 9 et 40 respectivement. Les contraintes (25) et (26) spécifient que $MINRST_i$, le niveau minimal de restitution de la centrale i , sera être fixé à 0 si aucune centrale n'est construite au site i . Sinon, sa valeur devra être choisie dans l'intervalle $[n_{min_i}, n_{max_i}]$.

3 - LE CRITÈRE D'OPTIMISATION

Les fonctions de coût ont maintenant toutes été définies. Si l'objectif de la compagnie est d'aménager la vallée de façon à produire l'énergie désirée au moindre coût, le critère d'optimisation du problème doit être alors de minimiser

$$\begin{aligned} & \left\{ \text{cfres}_i \text{YRES}_i + \sum_m \text{dcr}_{im} \text{SPHR}_{im} + \sum_m \text{dcm}_{im} \text{SPHM}_{im} \right. \\ & + \text{cfcen}_i^* \text{YCEN}_i + \sum_m \text{dch}_{im} \text{SPHC}_{im} + \sum_m \text{dcu}_{im} \text{SPUC}_{im} \\ & \left. + \sum_m \text{dcf}_{im} \text{SPPF}_{im} \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

où $\text{cfcen}_i^* = \text{cfcen}_i + \text{crest}_i$

4 - LES CONTRAINTES

En plus des contraintes (2)-(6), (8)-(12), (14)-(17), (20)-(22) et (24)-(27) définies auparavant dont l'objet est de délimiter les valeurs qui peuvent être assignées aux hauteurs de barrage, hauteurs de chute, débits d'équipement et niveaux minimaux d'exploitation et de restitution, la solution doit aussi satisfaire les contraintes suivantes.

4-1 Non-chevauchement des sites

Sur les rivières où les sites aménageables sont très rapprochés, il est bien important de dimensionner les installations de façon à ce qu'un réservoir donné ne noie pas la centrale située immédiatement en amont. Par conséquent,

$$\text{MAXEXP}_i + (\text{hmax}_i - \text{maxrst}_{i+1}) \text{YRES}_{i+1} \leq \text{hmax}_i, \quad (29)$$

où MAXEXP_i dénote le niveau maximal d'exploitation du réservoir i et maxrst_{i+1} le niveau maximal de restitution du site situé immédiatement en amont. A noter que contrairement à MAXEXP_i , maxrst_{i+1} n'est pas une variable mais une caractéristique du site qui doit être fournie au départ avec les autres données. Aussi à noter que la contrainte (29) a été écrite de façon à n'avoir effet sur la solution si le site i ou son prédécesseur n'est pas aménagé.

La contrainte (29) requiert que MAXEXP_i soit plus petit ou égal à maxrst_{i+1} . Elle ne dit rien par contre sur la sortie du canal de fuite de la centrale $i+1$. Celle-ci pourrait très bien, par conséquent, être placée dans la zone de marnage du réservoir i , comme le montre la figure 4. Cette possibilité peut être en fait fort intéressante lorsque la

dénivellation de la rivière est faible et le coût du canal de fuite de la centrale $i+1$ n'est pas très élevé. Elle est intéressante parce que la somme des hauteurs de chute des deux sites demeure la même quel que soit le niveau du réservoir i (ici on suppose que les niveaux minimaux de restitution de la centrale $i+1$ et d'exploitation du réservoir i sont les mêmes). Il en résulte que la production totale des deux sites devient plus ou moins indépendante du contenu du réservoir i .

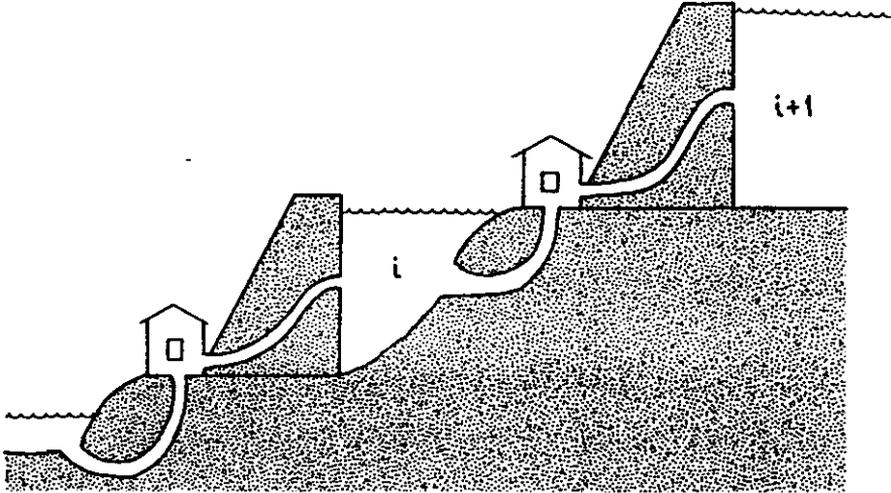


Figure 4.- Chevauchement des installations.

Figure 4.- Overlapping of the installations.

4-2 Marnage

Comme nous le verrons dans la section 4-4, le rendement d'une centrale est fonction de la hauteur de chute et du débit turbiné. Une des conditions requises pour que ce rendement soit élevé est de garder la hauteur de chute près de la hauteur de chute nominale. Une façon d'obtenir ce résultat est de fixer le marnage égal à une fraction, $fmarn_i$, de la hauteur de chute maximale, $HAUT_i$, comme le fait la contrainte suivante :

$$MAXEXP_i - MINEXP_i - fmarn_i HAUT_i + hmax_i YCEN_i \leq hmax_i \quad (30)$$

Cette contrainte ne s'applique toutefois que dans le cas où une centrale est construite au site i . Aux sites où seulement un réservoir est construit, on pourrait aussi vouloir limiter le marnage, pas pour les mêmes fins naturellement, mais pour protéger l'environnement. Désignons par $mmax_i$ le marnage maximal autorisé. Alors

$$MAXEXP_i - MINEXP_i \leq mmax_i \quad (31)$$

Evidemment,

$$MAXEXP_i - MINEXP_i \geq 0 \quad (32)$$

La hauteur de chute maximale, désignée ci-dessus par $HAUT_i$, sera égale à 0 si aucune centrale n'est construite sur le site i . Sinon, sa valeur sera égale à $MAXEXP_i - MINRST_i$, comme le spécifie les deux contraintes suivantes :

$$MAXEXP_i - MINRST_i - HAUT_i \geq 0 \quad (33)$$

$$MAXEXP_i - MINRST_i - HAUT_i + hmax_i YCEN_i \leq hmax_i \quad (34)$$

4-3 Courbes d'emmagasinement

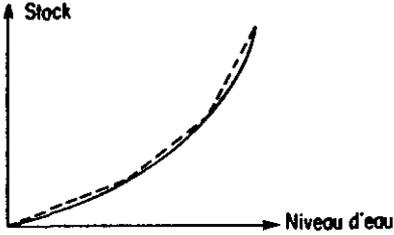


Figure 5.- Courbe d'emmagasinement.

Figure 5.- Storage curve.

Les courbes d'emmagasinement des réservoirs ont une allure non-linéaire, convexe et croissante, comme celle montrée à la figure 5. Afin de pouvoir utiliser la programmation linéaire, nous avons remplacé ces courbes par des fonctions linéaires par parties similaires à la ligne pointillée de la figure 5. Le contenu de la réserve morte du réservoir i , par exemple, que nous désignons par $XMOR_i$, est donné dans ATHENA par les deux équations suivantes :

$$- XMOR_i + \sum_m dxm_{im} SPXM_{im} = 0 \quad (35)$$

$$- MINEXP_i + \sum_m dhm_{im} SPXM_{im} = 0 \quad (36)$$

où :

$$0 < SPXM_{im} < 1 \quad \forall m \quad (37)$$

et où les valeurs de dxm_{im} et dhm_{im} sont celles montrées dans la figure 6.

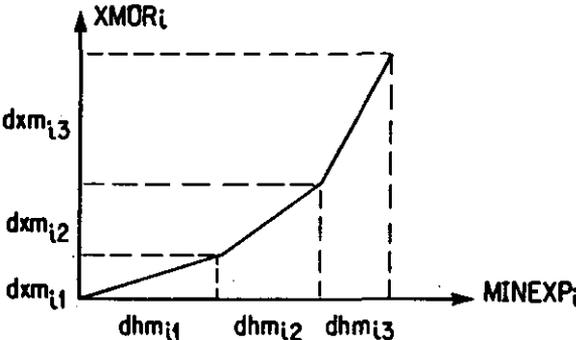


Figure 6.- Réserve morte.

Figure 6.- Dead reserve content.

Contrairement à la réserve morte, la réserve totale ne peut toutefois être déterminée à partir d'équations similaires à (35) et (36), car ceci pourrait conduire à une mauvaise solution. En fait, pour garantir que la solution trouvée avec des équations du type (35) et (36) est optimale, il faudrait que la relation entre le contenu total du réservoir et le niveau maximal d'exploitation soit concave plutôt que convexe. Si on avait choisi d'ignorer ce fait et de représenter néanmoins cette relation par des équations du type (35) et (36), on aurait pu éventuellement se retrouver avec le problème suivant.

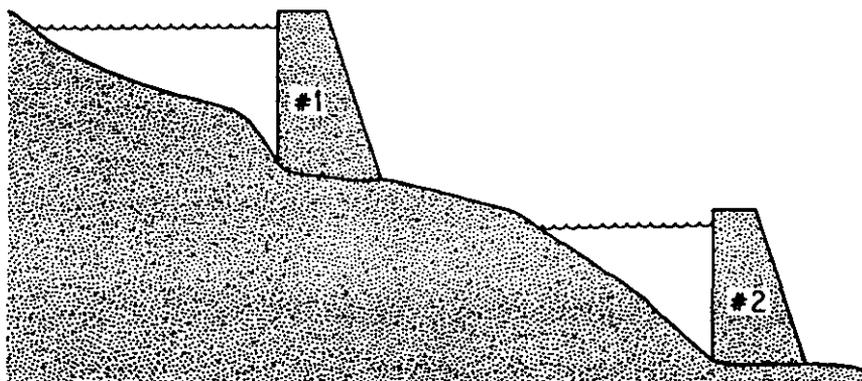


Figure 7.- Exemple de non-concavité.

Figure 7.- Example of non-concavity.

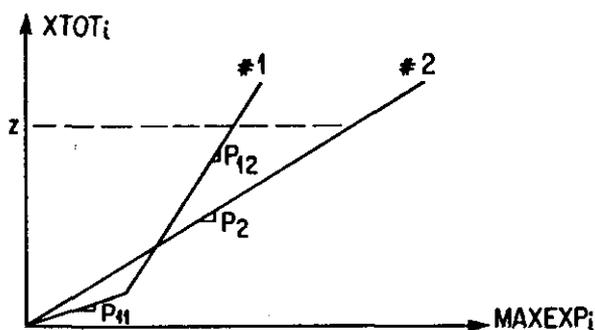


Figure 8.- Courbes d'emmagasinement des réservoirs # 1 et # 2.

Figure 8.- Storage curves of reservoirs 1 and 2.

Supposons que l'on désire construire un réservoir de z hm³ à un des deux sites montrés à la figure 7 et que le coût d'un tel réservoir a été évalué à 1 000 000 \$ par mètre de hauteur de barrage. Supposons, de plus, que la relation entre le contenu du réservoir et le niveau maximal d'exploitation à chaque site ressemble à celles montrées dans la figure 8. Initialement, les variables MAXEXP₁ et MAXEXP₂ seront fixées égales à 0 et seules les variables artificielles feront partie de la

solution de base. Puis une des variables MAXEXP₁ ou MAXEXP₂ sera choisie pour entrer dans la base. Ce sera MAXEXP₂ car p_2 , la pente de la courbe d'emmagasinement du réservoir # 2, est plus grande que $p_{1,1}$, la pente du premier segment de la courbe d'emmagasinement du réservoir # 1.

Comme un seul réservoir suffit, MAXEXP_i n'entrera jamais dans la base même si c'est la meilleure solution. Ceci démontre de façon claire qu'ignorer le fait que la relation entre la capacité d'emménagement du réservoir et le niveau maximal d'exploitation n'est pas concave peut conduire à une mauvaise solution.

Pour prévenir que cela se produise, nous avons remplacé la courbe convexe par son enveloppe concave. Autrement dit, au lieu de représenter la relation entre la capacité d'emménagement et le niveau maximal d'exploitation par la courbe pointillée montrée à la figure 9, nous l'avons représentée par la droite continue AB, qui mathématiquement s'écrit

$$-XTOT_i + s_i MAXEXP_i = 0 \quad (38)$$

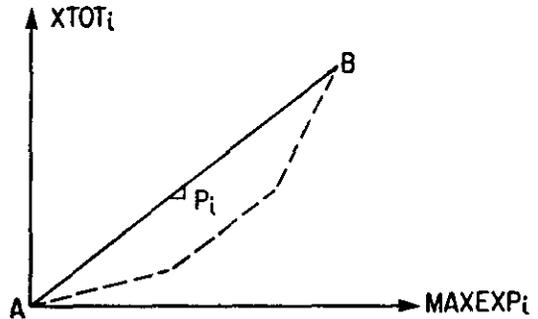


Figure 9.- Enveloppe concave.

Figure 9.- Concave envelope.

Nous verrons dans la section 5-4 comment, à partir de la solution obtenue avec la droite AB, nous pouvons déterminer la solution optimale pour la courbe réelle d'emménagement.

4-4 Production

Le but de construire des centrales hydroélectriques est de produire de l'énergie électrique. Si, par exemple, la compagnie désire produire dem_k Gwh à ces nouvelles installations dans le mois k, une des contraintes du problème devra donc être de satisfaire l'équation suivante :

$$\sum_i cte_k \cdot r_i (H_{ik}, U_{ik}) H_{ik} \cdot U_{ik} = dem_k \quad \forall k \quad (39)$$

dans laquelle le produit $cte_k \cdot r_i (H_{ik}, U_{ik}) H_{ik} \cdot U_{ik}$ représente la production de la centrale i. Dans ce produit, $r_i (H_{ik}, U_{ik})$ dénote le rendement de la centrale, H_{ik} la hauteur de chute au début du mois k, U_{ik} le turbinage moyen dans le mois k, et $cte_k = 9,81 \times 24 \times Jour_k \times 10^{-6}$ où $Jour_k$ désigne le nombre de jours dans le mois k.

Comme la fonction de production de la centrale i n'est pas séparable, (39) ne peut donc, par conséquent, être linéarisée au moyen de fonctions linéaires par partie semblables à celles utilisées pour les coûts. Pour (39), il n'existe en fait guère d'autre choix que de la linéariser autour du point (H_{ik}^0, U_{ik}^0) en employant les deux premiers termes de la série de Taylor, ce qui donne :

$$\sum_i cte_k (a_{ik}^0 H_{ik} + b_{ik}^0 U_{ik} + c_{ik}^0 YCEN_i) = dem_k \quad (40)$$

où :

$$a_{ik}^{\circ} = H_{ik}^{\circ} U_{ik}^{\circ} \partial r_{ik}^{\circ} / \partial H_{ik} + r_{ik}^{\circ} U_{ik}^{\circ} \quad (41)$$

$$b_{ik}^{\circ} = H_{ik}^{\circ} U_{ik}^{\circ} \partial r_{ik}^{\circ} / \partial U_{ik} + r_{ik}^{\circ} H_{ik}^{\circ} \quad (42)$$

$$c_{ik}^{\circ} = r_{ik}^{\circ} H_{ik}^{\circ} U_{ik}^{\circ} - a_{ik}^{\circ} H_{ik}^{\circ} - b_{ik}^{\circ} U_{ik}^{\circ} \quad (43)$$

$$r_{ik}^{\circ} = r_i (H_{ik}^{\circ}, U_{ik}^{\circ}) \quad (44)$$

La constante c_{ik}° dans (4) a été multipliée par $YCEN_i$ de façon à ce que la production de la centrale i soit réellement égale à 0 lorsque celle-ci n'est pas construite.

La hauteur de chute H_{ik} est égale à la différence entre les niveaux des biefs amont et aval au début du mois k . Le niveau du bief aval correspond au niveau du réservoir aval si, comme montré à la figure 4, ce niveau est plus élevé que le niveau minimal de restitution. Sinon, il est égal à ce dernier. Autrement dit,

$$H_{ik} = h_i(x_{ik}) - \max \{h_{i-1}(x_{i-1,k}), \text{MINRST}_i\} \quad (45)$$

où $h_i(x_{ik})$ désigne le niveau du réservoir i lorsque celui-ci contient x_{ik} hm³ d'eau. Cette dernière contrainte, qui est non-linéaire, peut être remplacée par les deux contraintes suivantes sans changer la solution :

$$- H_{ik} + h_i(x_{ik}) - h_{i-1}(x_{i-1,k}) \geq 0 \quad (46)$$

$$- H_{ik} + h_i(x_{ik}) - \text{MINRST}_i \geq 0 \quad (47)$$

Supposons que la fonction $h_i(x_{ik})$ ait l'allure de la courbe montrée à la figure 10 après qu'elle a été linéarisée par partie. Supposons de plus que le stock x_{ik} correspondant au point $(H_{ik}^{\circ}, U_{ik}^{\circ})$ se situe sur le deuxième segment de droite de la courbe de la figure 10. Si on fait l'hypothèse que la solution demeurera dans le voisinage du point $(H_{ik}^{\circ}, U_{ik}^{\circ})$, la fonction $h_i(x_{ik})$ peut être alors approximée par

$$h_i(x_{ik}) = h_{ik}^{\circ} + p_{ik}^{\circ} (x_{ik} - x_{ik}^{\circ}) \quad (48)$$

Substituant (48) dans (46) et (47) donne les deux contraintes qui furent mises dans le modèle ATHENA :

$$- H_{ik} - \text{MINRST}_i + p_{ik}^{\circ} x_{ik} + d_{ik}^{\circ} \text{YRES}_i \geq 0 \quad (49)$$

$$- H_{ik} - p_{i-1}^{\circ} x_{i-1,k} + p_{ik}^{\circ} x_{ik} + e_{ik}^{\circ} \text{YRES}_i \geq 0 \quad (50)$$

où :

$$d_{ik}^{\circ} = h_{ik}^{\circ} - P_{ik}^{\circ} X_{ik}^{\circ} \quad (51)$$

$$e_{ik}^{\circ} = d_{ik}^{\circ} - d_{i-1,k}^{\circ} \quad (52)$$

Finalement, le contenu du réservoir, X_{ik} , et le turbinage, U_{ik} , qui apparaissent dans les équations ci-dessus, sont aussi soumis aux contraintes suivantes :

$$X_{ik+1} - X_{ik} + \text{con}_k (U_{ik} + V_{ik} - U_{i-1,k} - V_{i-1,k}) = \text{app}_{ik} \quad (53)$$

$$X_{\text{TOT}_i} - X_{ik} \geq 0 \quad (54)$$

$$X_{\text{MOR}_i} - X_{ik} \geq 0 \quad (55)$$

$$\text{disp}_{ik} \text{UBAR}_i - U_{ik} \geq 0 \quad (56)$$

où V_{ik} représente le déversement moyen du réservoir i dans le mois k , app_{ik} l'apport naturel en hm^3 au site i dans le mois k , disp_{ik} le facteur de disponibilité de la centrale dans le mois k compte tenu du programme d'entretien, et où $\text{con}_k = 3\,600 \times 24 \text{ Jour}_k \times 10^{-6}$.

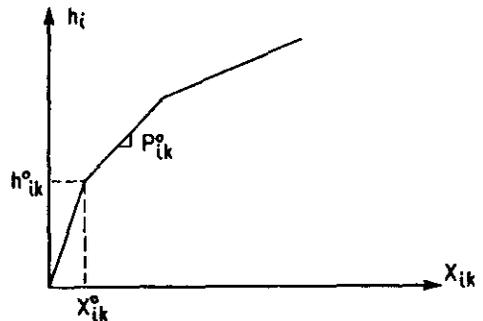


Figure 10.- Fonction $h_i(X_{ik})$.

Figure 10.- Fonction $h_i(X_{ik})$.

5 - METHODE DE SOLUTION

5-1 Procédure arborescente

Le modèle mathématique décrit auparavant définit un problème de programmation linéaire dont certaines des variables, i.e. YRES_i et YCEN_i , ne peuvent prendre que les valeurs 0 et 1 seulement. Ce problème est résolu dans ATHENA par la procédure arborescente suivante. Tout d'abord, les contraintes d'intégralité sur les variables YRES_i et YCEN_i sont levées et remplacées par :

$$0 \leq \text{YRES}_i \leq 1$$

$$0 \leq \text{YCEN}_i \leq 1$$

Le problème devient alors un simple problème de programmation linéaire et est résolu avec le SIMPLEX du logiciel MPSX/370 d'IBM. Ceci correspond au premier noeud de l'arborescence de la figure 11. Le symbole Z_1 , qui apparaît à la gauche du noeud, désigne le coût de la solution, c'est-à-dire la valeur du critère défini dans la section 3. Comme aucune autre solution ne coûte moins cher, Z_1 constitue en quelque sorte une borne inférieure pour le coût d'aménagement de la vallée. La solution trouvée au noeud 1 et qui coûte Z_1 n'est réalisable toutefois que si les variables $YRES_i$ et $YCEN_i$, $i=1, \dots, n$, sont toutes égales à 0 ou 1 puisqu'il n'est pas possible de construire une fraction d'un réservoir ou d'une centrale. Supposons qu'elles ne sont pas toutes égales à 0 ou 1 mais que

$$YCEN_1 = 0,154 \text{ et } YCEN_3 = 0,467.$$

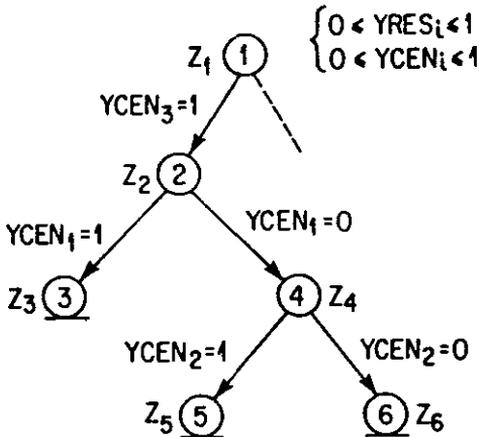


Figure 11.- Arborescence.

Figure 11.- Tree.

La deuxième étape de la procédure consiste à choisir une variable de branchement parmi les $YRES_i$ et $YCEN_i$ différentes de 0 et 1. Supposons que $YCEN_3$ est choisie pour être fixée à 1 (nous verrons dans la section 5-2 comment ce choix est fait). La contrainte $0 \leq YCEN_3 \leq 1$, qui avait été introduite dans le modèle mathématique à l'étape précédente, est alors remplacée par la contrainte $YCEN_3 = 1$. Le problème demeure toujours alors un problème de programmation linéaire et, comme le précédent, est résolu par le SIMPLEX du logiciel MPSX/370 d'IBM. Ceci correspond au deuxième noeud de la figure 11, et Z_2 désigne le coût de la solution.

Supposons que la solution obtenue au noeud 2 n'est toujours pas entière mais que $YCEN_1 = 0,246$. La troisième étape de la procédure consiste alors à remplacer la contrainte $0 \leq YCEN_1 \leq 1$ par $YCEN_1 = 1$ puis à faire appel au SIMPLEX de nouveau comme il fut fait pour les deux noeuds précédents. Supposons que la dernière solution trouvée est entière et que son coût est égal à Z_3 , comme indiqué à la gauche du noeud 3 de l'arborescence. Comme les valeurs de $YRES_i$ et $YCEN_i$ sont toutes égales à 0 et 1 dans cette dernière solution, elle est donc réalisable. Le problème maintenant est de voir s'il n'existerait pas d'autres solutions réalisables de moindre coût que Z_3 .

Puisqu'une solution entière a été obtenue au noeud 3, l'étape qui suit consiste à rebrousser chemin du noeud 3 au noeud 2 puis à bifurquer vers le noeud 4, comme montré à la figure 11. Mathématiquement, ceci revient à changer la contrainte $YCEN_1 = 1$ pour $YCEN_1 = 0$ dans le modèle, puis à résoudre le problème de nouveau. Soit Z_4 le coût de cette solution. Si Z_4 est plus grand que Z_3 , il est inutile de poursuivre plus loin dans cette direction puisque tout noeud situé en aval de 4, comme les noeuds 5 et 6, auront un coût plus élevé que Z_4 . La solution dans ce cas consiste à rebrousser chemin jusqu'au noeud 1 puis à bifurquer dans une autre direction. Par contre, si Z_4 est plus petit que Z_3 , il faudra étudier les branches en aval du noeud 4 pour voir s'il n'existerait pas une solution réalisable ayant un coût inférieur à Z_3 .

5-2 Choix des variables de branchement

La façon de choisir les variables de branchement dans ATHÉNA est d'une grande simplicité. Supposons que nous sommes au noeud n de l'arborescence. La variable $YCEN_i$ dont la valeur est la plus grande, tout en étant inférieure à 1, sera sélectionnée comme variable de branchement. Dans le cas où les variables $YCEN_i$ sont toutes égales à 0 ou 1, la variable $YRES_i$ ayant la valeur la plus près de 1 (sans y être égale) sera choisie comme variable de branchement. La variable choisie sera fixée à 1 si la valeur est plus grande que 0,10 ou si elle représente une centrale et qu'aucune centrale n'a encore été construite. Sinon, elle sera fixée égale à 0.

Les raisons qui ont motivé ce choix d'une politique de branchement sont les suivantes. Tout d'abord, si une des variables $YCEN_i$ doit être fixée égale à 1, il est évidemment préférable de choisir celle qui est la plus près de 1. Entre $YCEN_i$ et $YRES_i$, il vaut mieux choisir $YCEN_i$ en premier car lorsqu'une centrale est construite sur un site, un réservoir doit l'être aussi pour satisfaire les contraintes. Autrement dit, si $YCEN_i$ est fixée à 1, $YRES_i$ le sera indirectement aussi. De cette façon, on arrive donc plus rapidement à une solution entière. Entre les branches $YCEN_i = 0$ et $YCEN_i = 1$, il est préférable de commencer par $YCEN_i = 1$ car la solution optimale est généralement trouvée plus rapidement ainsi. Ceci peut s'expliquer comme suit. Augmenter $YCEN_i$ d'une fraction à 1 augmentera la taille de la centrale de même que la production de celle-ci. Mettre $YCEN_i$ égale à 0, par contre, pourrait forcer le programme à rechercher un autre site où construire une centrale puis à dimensionner celle-ci, ce qui demanderait beaucoup plus de temps de calcul. Naturellement, ceci n'est vrai que si la valeur de $YRES_i$ est relativement élevée. Si $YRES_i$ est très petite, 0,001 par exemple, la mettre égale à 0 ne changera pas grand chose à la solution. C'est d'ailleurs la raison pour laquelle nous choisissons $YRES_i = 1$ comme variable de branchement si $YRES_i > 0,10$ et $YRES_i = 0$ sinon.

5-3 Sous-estimation concave

La solution trouvée au noeud 3 de l'arborescence de la figure 11 est entière, au sens que les $YRES_i$ et $YCEN_i$ sont toutes égales à 0 ou 1, mais elle n'est pas réelle puisqu'elle a été obtenue avec l'enveloppe concave de la figure 9 et non pas avec la vraie courbe d'emmagasinement. Le problème maintenant est de procéder de l'enveloppe concave à la courbe réelle de façon optimale. Ce problème est résolu dans ATHÉNA de la façon suivante.

Pour simplifier la présentation, supposons qu'il n'y ait qu'un seul réservoir dans la solution du noeud 3 et que celui-ci soit construit sur le site 1. Supposons de plus que la courbe d'emmagasinement du réservoir 1 possède cinq segments linéaires comme celle en pointillée dans la figure 12.

La première étape de la méthode consiste à trouver l'intersection de la ligne pointillée la plus rapprochée de la valeur de $MAXEXP_1$. Supposons que ce soit la quatrième. L'enveloppe originale est alors remplacée par deux enveloppes : (a,b) et (b,c) où (a,b) est valide pour $MAXEXP_1$ compris dans l'intervalle $[z_1, z_2]$ et (b,c) pour $MAXEXP_1$ compris dans l'autre intervalle. Dans la deuxième étape de la méthode, les variables $YCEN_i$ et $YRES_i$, $i=1, \dots, n$, sont fixées aux valeurs qu'elles ont au noeud 3 de la figure 11, et l'enveloppe originale est remplacée par l'enveloppe (a,b), comme l'indique la première branche de l'arborescence de

la figure 13. L'algorithme de programmation linéaire est alors appelé pour trouver la solution optimale correspondante. Même si les sites aménagés resteront les mêmes (puisque les valeurs de $YRES_i$ et $YCEN_i$ ont été fixées), la solution changera puisque les dimensions des installations seront différentes. Elles seront différentes en raison du fait que pour créer la même réserve, la valeur de $MAXEXP_i$ sera plus grande avec l'enveloppe (a,b) qu'avec l'enveloppe originale. Le coût, que nous allons dénoter par W_1 , sera donc plus élevé. Bref, lorsque l'enveloppe originale est remplacée par l'enveloppe (a,b), le coût de la solution du noeud 3 de l'arborescence de la figure 11 augmente de Z_3 à W_1 .

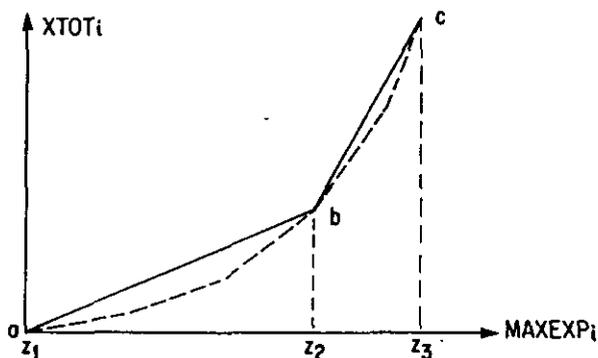


Figure 12.- Courbe d'emmagasinement du réservoir 1

Figure 12.- Storage curve of reservoir 1

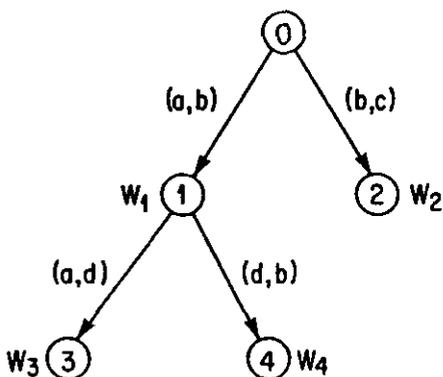


Figure 13.- Sous-estimation.

Figure 13.- Under-estimation.

La troisième étape de la méthode consiste à résoudre le problème de nouveau, mais avec l'enveloppe (b,c) cette fois. Les dimensions des installations, bien entendu, différentes de celles obtenues avec l'enveloppe (a,b) et, par conséquent, le coût que nous allons dénoter par W_2 le sera aussi. Avant de poursuivre, il serait peut-être intéressant de noter qu'aucune contrainte additionnelle n'a été ajoutée au modèle pour restreindre la valeur de $MAXEXP_i$ à l'intervalle $[z_1, z_2]$ lorsque l'enveloppe (a,b) fut étudiée et à l'intervalle $[z_2, z_3]$ lorsque ce fut le tour de l'enveloppe (b,c). Seule l'équation (38) fut modifiée dans les deux cas. Si la valeur de $MAXEXP_i$ obtenue avec l'enveloppe (a,b) est plus grande que z_2 , cette solution sera vite rejetée puisque le même résultat peut être obtenu à moindre coût avec l'enveloppe (b,c).

Dans la quatrième étape de la méthode, les valeurs de W_1 et W_2 sont comparées. Si W_1 est plus petit que W_2 , l'intervalle $[z_1, z_2]$ est divisé en deux sous-intervalles : (a,d) et (d,b), comme montré à la figure 14. Sinon, l'intervalle $[z_2, z_3]$ l'est. Supposons que $W_1 < W_2$. Dans ce cas, les deux étapes qui suivent consistent à résoudre le problème de nouveau en utilisant les enveloppes (a,d) et (d,b) successivement. Soit W_3 et W_4

les coûts des solutions obtenues. Si W_4 est plus petit que W_2 et W_3 , le problème est résolu puisque l'enveloppe (d,b) correspond à un segment réel de la courbe d'emmagasinement. Sinon, l'intervalle $[z_1, z_4]$ ou $[z_2, z_3]$ doit être subdivisé de nouveau et la procédure répétée.

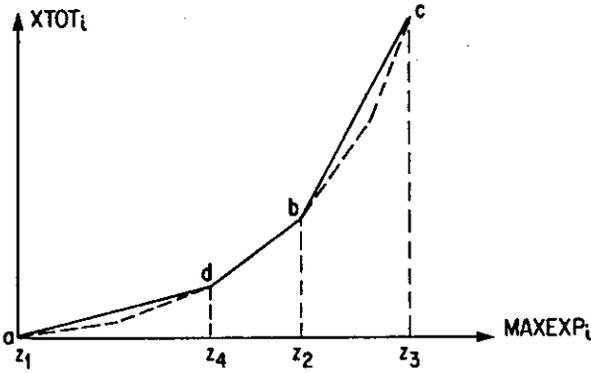


Figure 14.- Enveloppes concaves.

Figure 14.- Concave envelope.

concave à la courbe réelle pourrait être considérablement réduit puisque toute branche i dont la valeur W_i est plus grande que $ZMIN$ sera rejetée.

5-4 Analyses paramétriques

Le but de l'analyse paramétrique est de montrer comment les dimensions des installations du schéma d'aménagement optimal changent avec la demande d'énergie garantie, c'est-à-dire avec la valeur de dem_k dans l'équation (40). Plus précisément, supposons que nous ayons résolu le problème pour une demande d'énergie annuelle garantie donnée et obtenu comme solution que les sites 1 et 3 devraient être aménagés. A notre demande, ATHENA montrera comment les dimensions des installations construites sur les sites 1 et 3 varient lorsque la courbe de demande de la figure 15 est déplacée vers le haut. Le résultat de cette analyse donnera une courbe, semblable à celle de la figure 16, montrant le coût d'aménagement minimal des sites 1 et 3 en fonction de la demande annuelle d'énergie garantie. Le point GMAX représente la demande maximale d'énergie garantie que les sites 1 et 3 peuvent satisfaire.

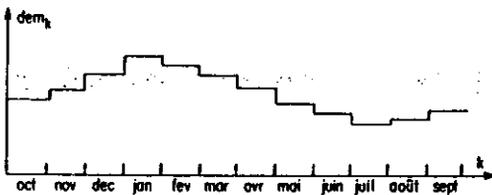


Figure 15.- Demande d'énergie garantie.

Figure 15.- Firm energy demand.

La méthode que nous venons de décrire pour passer de l'enveloppe originale de la figure 9 à la courbe réelle d'emmagasinement doit être appliquée chaque fois qu'une solution entière dans l'arborescence de la figure 11 est obtenue. Ceci se produit aux noeuds 3, 5 et 6 par exemple. Une fois que seront connus la solution optimale pour le noeud 3 et son coût $ZMIN$, l'effort requis aux noeuds 5 et 6 pour passer de l'enveloppe

Si le but de l'étude est, comme décrit dans l'introduction, de déterminer le schéma d'aménagement optimal de la vallée pour toutes les productions possibles d'énergie garantie, la façon la plus rapide et la moins coûteuse d'y arriver est la suivante. Tout d'abord, fixer la demande annuelle d'énergie garantie à la plus petite valeur possible (1 000 GWh

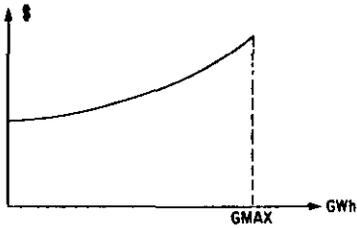


Figure 16.- Coût d'aménagement des sites 1 et 3 vs demande annuelle d'énergie garantie.

Figure 16.- Development costs of sites 1 and 3 vs annual firm energy demand.

par exemple), puis appeler ATHÉNA pour déterminer le schéma d'aménagement optimal de la vallée. Comme la demande est très petite, on peut supposer qu'un seul site sera aménagé. Supposons que ce soit le site 3. L'analyse paramétrique faite par ATHÉNA pour ce site donnera le coût d'aménagement du site en fonction de la production annuelle d'énergie garantie qui lui est assignée. Supposons que ce coût ait l'allure de la courbe montrée dans la figure 17.

Etant donné que le site 3 ne peut produire annuellement plus de 3 500 GWh d'énergie garantie, fixer la demande à 3 600 GWh puis appeler ATHÉNA de nouveau pour déterminer le schéma d'aménagement de la vallée qui permet-

tra de satisfaire cette demande au moindre coût. Supposons que, dans ce schéma, seul le site 1 est aménagé et que le coût d'aménagement de celui-ci varie avec la production annuelle d'énergie garantie comme la courbe montrée dans la figure 18. Si maintenant on combine les courbes des figures 17 et 18, deux résultats sont possibles. Dans le premier, les deux courbes ne se croisent pas, comme montré à la figure 19. Dans ce cas, la troisième passe devrait se faire avec la demande annuelle d'énergie garantie fixée à 6 600 GWh. Dans le deuxième résultat, les courbes se croisent, comme montré dans la figure 20. Dans ce cas, il faut aller voir au point A si par hasard, il n'existerait pas de solutions moins coûteuses que d'aménager les sites 1 et 3. La troisième passe devrait donc se faire avec la demande annuelle d'énergie garantie fixée à A GWh. Si aucune solution moins coûteuse n'est trouvée, la quatrième passe devrait être faite avec la demande fixée à 6 600 GWh. Par contre, si une solution moins coûteuse est trouvée, comme d'aménager le site 2 (voir figure 21), la passe suivante devrait être faite avec la demande égale à B GWh, puis celle d'après avec la demande fixée à C GWh, et ainsi de suite jusqu'à ce que la courbe représentant le coût minimal d'aménagement de la vallée soit complètement déterminée.

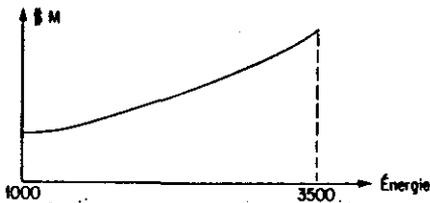


Figure 17.- Coût d'aménagement du site 3.

Figure 17.- Development cost of site 3.

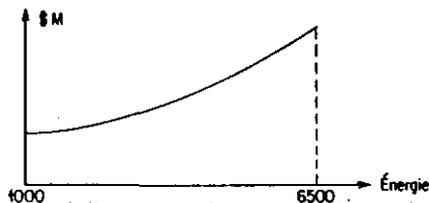


Figure 18.- Coût d'aménagement du site 1.

Figure 18.- Development cost of site 1.

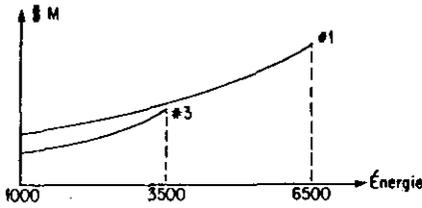


Figure 19.- Coûts d'aménagement des sites 1 et 3.

Figure 19.- Development costs of sites 1 and 3.

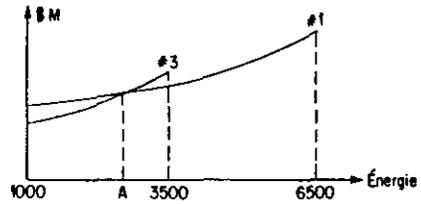


Figure 20.- Coûts d'aménagement des sites 1 et 3.

Figure 20.- Development costs of sites 1 and 3.

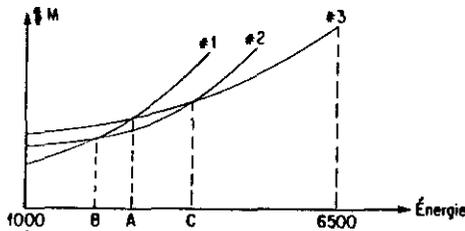


Figure 21.- Coûts d'aménagement des sites 1, 2 et 3.

Figure 21.- Development costs of sites 1, 2 and 3.

6 - CONCLUSION

La méthode de déterminer l'aménagement optimal d'une vallée présentée dans cet article devrait être attrayante aux praticiens pour plusieurs raisons :

- Tout d'abord, le modèle mathématique a été construit, avec la collaboration des ingénieurs d'Hydro-Québec, de façon à représenter le vrai problème aussi fidèlement que possible. Par exemple, les coûts utilisés dans le modèle sont les vrais coûts et non pas des approximations. Ceci est aussi vrai pour les fonctions de production et toutes les autres fonctions.
- Deuxièmement, en déterminant l'aménagement optimal de la vallée pour toutes les productions possibles d'énergie garantie, il permet de séparer le problème d'avant-projet de celui de la planification.
- Troisièmement, le problème est solutionné avec un logiciel commercial accessible à tous.
- Quatrièmement, l'analyse paramétrique effectuée par la méthode donne des résultats beaucoup plus complets que n'importe quelle étude de scénarios.

La méthode a néanmoins ses lacunes. Par exemple, le nombre de sites étudiés ne peut dépasser 10 lorsque la gestion des installations est déterminée mensuellement pour une période de 10 ans puisque plus de 5 000 contraintes sont requises pour modéliser un tel problème. Le fait que les aléas de l'hydraulicité ne sont pas pris en compte peut être aussi considéré comme une lacune. Il est vrai que la communauté scientifique est très divisée sur cette question, certains croyant que seul l'historique des apports devrait être utilisé dans les études d'avant-projet tandis que les autres affirment que ce n'est pas suffisant et que l'aspect probabiliste des apports d'eau doit être pris en compte. Le fait demeure, toutefois, que la production d'un ensemble de centrales est généralement surestimée avec un modèle déterministe dû au fait qu'il y a moins de déversement et que les hauteurs de chute moyennes obtenues sont plus élevées. Finalement, la méthode ne prend pas en compte le coût des accès aux sites. Lorsqu'une rivière située loin des centres de consommations est développée, comme c'est souvent le cas du Québec, des dépenses importantes doivent être consenties pour la construction de routes. Le problème, qui n'a pas encore été résolu, est de trouver une façon équitable de répartir ces dépenses entre les sites aménageables de la rivière.

7 - LISTE DES SYMBOLES

- app_{ik} = apport naturel au site i dans le mois k (hm^3)
 $cfcen_i$ = coût d'une centrale au site i ayant les dimensions nomiales
 $cfres_i$ = coût du plus petit réservoir qui puisse être aménagé au site i
 $crest_i$ = coût relié au niveau minimal de restitution
 dem_k = demande d'énergie électrique dans le mois k (Gwh)
 $disp_{ik}$ = facteur de disponibilité de la centrale i dans le mois k
 $dmax_i$ = niveau minimal d'exploitation utilisé pour déterminer le coût du réservoir (m)
 $dmin_i$ = borne inférieure pour le niveau minimal d'exploitation (m)
 $fmarn_i$ = coefficient de marnage du réservoir i
 $h_i(.)$ = niveau du réservoir i en fonction de son contenu (m)
 H_{ik} = hauteur de chute au site i au début du mois k (m)
 $HAUT_i$ = variable représentant la hauteur de chute au site i lorsque le réservoir est rempli (m)
 $hinf_i$ = hauteur de chute minimale au site i (m)
 $hmax_i$ = borne supérieure pour le niveau maximal d'exploitation du réservoir i (m)

- h_{min_i} = borne inférieure pour le niveau minimal d'exploitation du réservoir i (m)
- h_{sup_i} = hauteur de chute maximale au site i (m)
- $MAXEXP_i$ = variable représentant le niveau maximal d'exploitation au site i (m)
- $maxrst_i$ = niveau maximal de restitution au site i (m)
- $MINEXP_i$ = variable représentant le niveau minimal d'exploitation au site i (m)
- $MINRST_i$ = variable représentant le niveau minimal de restitution au site i (m)
- $mmax_i$ = marnage maximal autorisé au site i (m)
- $nmax_i$ = borne supérieure sur le niveau minimal de restitution au site i (m)
- $nmin_i$ = borne inférieure sur le niveau minimal de restitution au site i (m)
- $r_i(.,.)$ = rendement de la centrale i en fonction de la hauteur de chute et du débit
- U_{ik} = turbinage moyen de la centrale i dans le mois k (m^3/s)
- $UBAR_i$ = variable représentant le débit d'équipement de la centrale i (m^3/s)
- $umax_i$ = borne supérieure sur le débit d'équipement pouvant être installé au site i (m^3/s)
- $umin_i$ = borne inférieure sur le débit d'équipement de la centrale i (m^3/s)
- V_{ik} = déversement moyen au site i dans le mois k (m^3/s)
- X_{ik} = contenu du réservoir au début du mois k (hm^3)
- $XMOR_i$ = contenu de la réserve morte du réservoir i (hm^3)
- $XTOT_i$ = capacité d'emmagasinement du réservoir i (hm^3)
- $YCEN_i$ = variable binaire rattachée à la construction de la centrale i
- $YRES_i$ = variable binaire rattachée à la construction d'un réservoir au site i