

# Modélisation stochastique de la température de l'eau en rivière Stochastic Modeling of Water Temperatures in Running Waters

N. El-Jabi, G. Le-Kourdah and D. Caissie

Volume 8, Number 1, 1995

URI: <https://id.erudit.org/iderudit/705214ar>

DOI: <https://doi.org/10.7202/705214ar>

[See table of contents](#)

Publisher(s)

Université du Québec - INRS-Eau, Terre et Environnement (INRS-ETE)

ISSN

0992-7158 (print)

1718-8598 (digital)

[Explore this journal](#)

Cite this article

El-Jabi, N., Le-Kourdah, G. & Caissie, D. (1995). Modélisation stochastique de la température de l'eau en rivière. *Revue des sciences de l'eau / Journal of Water Science*, 8(1), 77–95. <https://doi.org/10.7202/705214ar>

Article abstract

Water temperature is a very important parameter not only in water quality studies but also in biological studies. For instance, salmonids can be adversely affected by natural high stream water temperatures or by those resulting from anthropogenic sources such as deforestation. To predict stream water temperatures, two different approaches have been used; the deterministic and stochastic approaches. The deterministic approach consists of a physical model based on the energy budget (solar radiation, convection, etc.) and the physical characteristics of the stream (water depth, stream cover, etc.). The stochastic modelling approach consists of studying the structure (autocorrelation) of the stream water temperature time series and its dependence on air temperatures (cross-correlation).

The purpose of this study is to develop and test the performance of a stream water temperature model using a stochastic approach to predict water temperatures in rivers under natural conditions. The performance of such an approach was tested using data from Catamaran Brook, a small stream in New Brunswick (Canada). It differs from previous studies in that most others were on larger river systems.

This stochastic model incorporates the Box and Jenkins method (1976) which relates the time series data to both water and air temperature residuals. To calculate the residuals of both air and water temperatures, a seasonal component was first estimated using Fourier series analysis. This seasonal component better represents the long-term trend in air and water temperatures for the studied period or season (i.e. increasing water temperatures at first, then reaching a maximum during the early part of August and decreasing again later in the season). The Fourier series with one harmonic was chosen for the analysis as it has been shown in previous studies that the first harmonic represents most of the variation within the stream water temperature variable. The model was calibrated using the Box and Jenkins method and Catamaran Brook data from 1990. This analysis consist of determining a transfer function relating present water temperature residuals to past water and air temperature residuals including present air temperature residuals and a random component. The random component (also called « noise series ») of the model is a normally distributed variable with a standard deviation calculated using the calibration period. After the calibration period, subsequent years or post-calibration years were analyzed to predicted stream water temperatures with the model using air temperature data only.

A study of residuals between predicted and measured stream water temperatures showed very good results during the calibration year (1990) with a calculated root-mean square error of 0.75°C. The predicted temperatures during post calibration years (i.e. 1991 and 1992) were good and the root-mean-square errors were similar to previous studies (e.g. Marceau et al. 1986) with values of 1.45°C and 2.10°C respectively. The measured stream water temperatures during the post-calibration years were only used to estimate the relative performance of the model as opposed to a forecasting model which utilizes actual measured temperatures.

At Catamaran Brook it has been observed that natural variation in air temperatures can have an influence on the performance of the model. When air temperatures were recorded higher or lower than the long term values (normal temperatures) calculated by the Fourier series analysis, the predicted water temperatures was not as good. For instance it was observed that during September of 1992, during which time the air temperature was higher than normal, the performance of the model was not as good with a root mean squared error of 2.96°C. However, during July 1992, below normal air temperatures were also recorded and a very good prediction of stream water temperatures in Catamaran Brook was achieved with a root mean square error of 0.98°C. In general, satisfactory prediction of stream water temperatures was achieved using the Box and Jenkins stochastic modelling approach.

# Modélisation stochastique de la température de l'eau en rivière\*

## Stochastic modeling of water temperatures in running waters

N. EL-JABI<sup>1</sup>, G. EL-KOURDAHI<sup>1</sup> et D. CAISSIE<sup>2</sup>

Reçu le 17 janvier 1994, accepté le 18 novembre 1994\*\*.

### SUMMARY

Water temperature is a very important parameter not only in water quality studies but also in biological studies. For instance, salmonids can be adversely affected by natural high stream water temperatures or by those resulting from anthropogenic sources such as deforestation. To predict stream water temperatures, two different approaches have been used; the deterministic and stochastic approaches. The deterministic approach consists of a physical model based on the energy budget (solar radiation, convection, etc.) and the physical characteristics of the stream (water depth, stream cover, etc.). The stochastic modelling approach consists of studying the structure (autocorrelation) of the stream water temperature time series and its dependence on air temperatures (cross-correlation).

The purpose of this study is to develop and test the performance of a stream water temperature model using a stochastic approach to predict water temperatures in rivers under natural conditions. The performance of such an approach was tested using data from Catamaran Brook, a small stream in New Brunswick (Canada). It differs from previous studies in that most others were on larger river systems.

This stochastic model incorporates the Box and Jenkins method (1976) which relates the time series data to both water and air temperature residuals. To calculate the residuals of both air and water temperatures, a seasonal component was first estimated using Fourier series analysis. This seasonal component better represents the long-term trend in air and water temperatures for the studied period or season (i.e. increasing water temperatures at first, then reaching a maximum during the early part of August and decreasing again later in the season). The Fourier series with one harmonic was chosen for the analysis as it has been shown in previous studies that the first harmonic represents most of the variation

1. École de génie, Université de Moncton, Moncton, N.-B. E1A 3E9, Canada.

2. Pêches et Océans Canada, Région du golfe, Moncton, N.-B., Canada.

\* Contribution n° 14 du projet de recherche sur l'habitat du ruisseau Catamaran.

\*\* Les commentaires seront reçus jusqu'au 15 novembre 1995.

within the stream water temperature variable. The model was calibrated using the Box and Jenkins method and Catamaran Brook data from 1990. This analysis consist of determining a transfer function relating present water temperature residuals to past water and air temperature residuals including present air temperature residuals and a random component. The random component (also called « noise series ») of the model is a normally distributed variable with a standard deviation calculated using the calibration period. After the calibration period, subsequent years or post-calibration years were analyzed to predicted stream water temperatures with the model using air temperature data only.

A study of residuals between predicted and measured stream water temperatures showed very good results during the calibration year (1990) with a calculated root-mean-square error of 0.75°C. The predicted temperatures during post-calibration years (i.e. 1991 and 1992) were good and the root-mean-square errors were similar to previous studies (e.g. Marceau et al. 1986) with values of 1.45°C and 2.10°C respectively. The measured stream water temperatures during the post-calibration years were only used to estimate the relative performance of the model as opposed to a forecasting model which utilizes actual measured temperatures.

At Catamaran Brook is has been observed that natural variation in air temperatures can have an influence on the performance of the model. When air temperatures were recorded higher or lower than the long-term values (normal temperatures) calculated by the Fourier series analysis, the predicted water temperatures was not as good. For instance it was observed that during September of 1992, during which time the air temperature was higher that normal, the performance of the model was not as good with a root-mean squared error of 2.96°C. However, during July 1992, below normal air temperatures were also recorded and a very good prediction of stream water temperatures in Catamaran Brook was achieved with a root-mean-square error of 0.98°C. In general, satisfactory prediction of stream water temperatures was achieved using the Box and Jenkins stochastic modelling approach.

*Key-words : stochastic model, water temperature, root-mean-square error.*

## RÉSUMÉ

Cette étude présente l'application d'un modèle stochastique de prédiction de la température de l'eau en rivière. L'analyse porte sur les variations imputables aux conditions naturelles et sur une évaluation des performances du modèle une fois appliqué au ruisseau Catamaran au Nouveau-Brunswick (Canada).

Ce modèle stochastique est développé selon l'approche de Box et Jenkins (1976) basée sur les séries temporelles des températures de l'eau et de l'air. Le modèle a été calibré avec des données de 1990. L'évaluation de performance comprend une analyse des séries résiduelles et le calcul des erreurs quadratiques moyennes. Les résultats montrent que l'erreur quadratique mensuelle varie de 0,42 °C en juillet 1990 (année de calibration) jusqu'à 2,96 °C en septembre 1992. Finalement, une discussion est menée pour souligner les avantages et les inconvénients relatifs à cette approche.

*Mots clés : modèle stochastique, température de l'eau, erreurs quadratiques.*

## INTRODUCTION

La température de l'eau est un paramètre très important dans toute étude qualitative d'un cours d'eau. Celle-ci influence, non seulement plusieurs paramètres de la qualité des eaux, mais également ses propriétés physiques, chimiques et biologiques. Dans les cas extrêmes, la pollution thermique peut entraîner la disparition de certaines espèces aquatiques ainsi que l'apparition d'algues flottantes et d'organismes aquatiques non désirables. Par exemple, des températures extrêmes de l'eau (23-25 °C), observées sur de courtes périodes de temps, peuvent affecter le taux de mortalité des salmonidés (Lee et Rinne 1980, Bjornn et Reiser 1991). Aussi, les activités humaines, telles que la déforestation ou les rejets thermiques, peuvent modifier le régime thermique d'un cours d'eau.

Alors, la connaissance et la prédiction de la température de l'eau en rivière constituent un atout pour faire face à ces problèmes environnementaux et pour effectuer une gestion et une utilisation efficace des ressources hydriques et aquatiques. De plus, dans le but de prédire l'effet d'une pollution thermique, des études d'impact sont souvent nécessaires pour protéger l'habitat du poisson. Avant même de prédire les changements découlant d'activités humaines, il faut au préalable connaître et pouvoir prédire la température de l'eau dans son état naturel en fonction des variations climatiques naturelles.

Les variations spatiales de la température du cours d'eau sont elles aussi importantes, mais généralement inférieures aux variations dans le temps (GRAS, 1969).

Durant la période hivernale, la masse d'eau demeure très peu sensible aux variations météorologiques et la température de l'eau demeure très proche du point de congélation (MARSH 1990). Par contre, après la date dite de fin de gel, lorsque le couvert de glace disparaît, les échanges thermiques atmosphère-eau reprennent et la température de l'eau tend constamment vers une température d'équilibre, laquelle n'est d'ailleurs jamais atteinte puisque les conditions climatiques et atmosphériques sont en perpétuelle évolution (TRIBOULET *et al.*, 1977).

Deux types de modèles peuvent être utilisés pour l'étude du régime thermique des rivières : les modèles déterministes ou les modèles stochastiques. Ces deux approches ont des avantages et des inconvénients inhérents à chaque modèle (MARCEAU *et al.* 1986).

Le modèle déterministe est basé sur l'estimation de la variation de la température de l'eau qui résulte des échanges thermiques atmosphère-eau. Ce modèle utilise la méthode du bilan énergétique d'un plan d'eau pour déterminer la température naturelle d'une rivière à partir des données hydro-météorologiques et caractéristiques du cours d'eau (RAPHAEL 1962). Quant au modèle stochastique, il consiste à modéliser la température de l'eau à partir des informations de la série temporelle de températures de l'eau et/ou de l'air mesurées. Cette approche exige peu de données comparativement à l'approche déterministe et nécessite donc des coûts d'exploitation moindres et une durée de développement réduite.

L'objectif de cette étude est d'évaluer la performance d'un modèle stochastique pour prédire la température naturelle de l'eau et les variations imputables aux conditions naturelles. Ce modèle sera appliqué en utilisant les données du ruisseau Catamaran situé au centre du Nouveau-Brunswick (Canada).

## REVUE DE LITTÉRATURE

Les premières études de la température d'un cours d'eau datent du dix-huitième siècle. En effet, VUGTS (1974) rappelle que la température du Nil a été compilée entre 1826 et 1833. Vers la fin des années 40, on commençait à s'intéresser aux températures des rivières sans toutefois accorder beaucoup d'importance aux paramètres météorologiques : les cours d'eau peu profonds (0,5 à 1,5 mètres) sont, à toutes fins pratiques, isothermes et les températures les plus basses sont observées au lever du soleil (WARD 1963). Une des plus importantes études durant les années 50 est celle du lac Hefner (USGS, 1954) ; elle fut la véritable pierre angulaire du travail fait en eau douce.

D'autre part, WIENER (1949) fut l'un des premiers à utiliser des méthodes statistiques afin de prédire la température de l'eau. Son étude présente dans ce sens un intérêt historique considérable.

Dès le début des années 60, plusieurs auteurs ont utilisé une approche statistique en se basant sur des données de températures de l'air et de l'eau (RODEN et GROVE, 1960 ; YU et BRUTSAERT, 1968 ; et d'autres). Les données utilisées sont des séries temporelles d'un ou de plusieurs paramètres comme par exemple les températures de l'air et de l'eau. L'ouvrage de BOX et JENKINS (1976) est une contribution importante à l'analyse des séries temporelles. Leur approche, dite l'approche BOX-JENKINS, a été développée en 1960 et repose sur la théorie des modèles statistiques linéaires. Ces méthodes tentent d'extraire l'information contenue dans les séries de données temporelles, pour prédire le comportement futur à partir d'observations passées ou à partir d'une autre série temporelle à l'aide d'une fonction de transfert.

L'approche stochastique utilisée dans la présente étude consiste également à établir une relation entre les résidus de la température de l'air et ceux de la température de l'eau, pour une rivière en particulier. Avant d'étudier la relation entre les résidus de la température de l'air et de l'eau, une composante saisonnière a été déterminée en se basant sur une analyse de Fourier. Ainsi, la température de l'eau à un jour donné est représentée par la somme de la composante saisonnière décrivant la tendance annuelle et d'une composante à court terme expliquant les fluctuations journalières (MARCEAU *et al.*, 1986). KOTHANDARAMAN (1971) montre qu'à l'aide d'une série de Fourier, 80 % de la variance peut être expliquée par cette composante saisonnière pour la température de l'air, et jusqu'à 95 % de la variance totale pour la température de l'eau.

## MODÈLE

En se basant sur les données de températures moyennes journalières de l'air (données horaires) et de l'eau, les composantes de la fonction périodique (composante saisonnière) sont évaluées à l'aide d'une décomposition en série de Fourier en utilisant un ou plusieurs harmoniques. La composante saisonnière retenue pour les deux modèles de température de l'air et de l'eau est alors de la forme :

$$TP(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( A_n \left[ \cos \left( (t-j-1) \frac{2n\pi}{N} \right) \right] + B_n \left[ \sin \left( (t-j-1) \frac{2n\pi}{N} \right) \right] \right) \quad (1)$$

avec :

- TP(t) : la température de l'air ou de l'eau évaluée par la fonction périodique respective,  
 N : le nombre d'observations disponibles pour une période T de temps,  
 n : le nombre d'harmoniques,  
 j : le rang du premier jour d'observation disponible à l'intérieur d'une période T de temps.

Le terme  $A_0/2$  est la moyenne arithmétique de la fonction  $f(t)$  sur la période N.  $A_n$  et  $B_n$  s'expriment respectivement comme suit :

$$A_n = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N f(t) \cos \left( \frac{2\pi n t}{N} \right) \quad (2)$$

et

$$B_n = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N f(t) \sin \left( \frac{2\pi n t}{N} \right) \quad (3)$$

Le nombre d'harmoniques retenu, c'est-à-dire le nombre de termes en sinus et cosinus de l'équation 1, dépend de la fonction de température,  $f(t)$ , ainsi que de la variation expliquée par chaque harmonique.

L'utilisation d'un ou deux harmoniques s'avère suffisante pour décrire la tendance à long terme tel que démontré par KOTHANDARAMAN (1971). L'amélioration apportée par l'addition d'un troisième harmonique est généralement faible. Même que, d'après KOTHANDARAMAN (1971), les variations cycliques de la température de l'air et de l'eau peuvent être représentées par le premier harmonique seulement avec très peu de pertes dans la variation décrite.

La composante stochastique à court terme est déterminée à partir de la méthode de BOX-JENKINS (BOX et JENKINS, 1976), qui étudie la structure interne du processus stochastique. Si la structure interne peut être représentée grâce à une fonction linéaire déterminée par des valeurs passées, le processus est du type autorégressif d'ordre  $p$  AR(p) ; si par contre, la fonction linéaire est déterminée par les erreurs aléatoires passées, le processus est du type moyenne mobile d'ordre  $q$  MA(q) ; si les valeurs et les erreurs aléatoires passées déterminent la fonction linéaire, le processus est du type mixte ARMA (p, q) (HOFF, 1983).

Un processus autorégressif d'ordre  $p$  a la forme générale :

$$\phi(B) X_t = \epsilon_t \quad (4)$$

où :

$X_t$  : la série temporelle d'entrée (valeurs centrées, Box et Jenkins 1976),

$B$  : l'opérateur de retard ou « Backshift Operator »,

$\epsilon_t$  : l'erreur aléatoire et indépendante distribuée selon une loi normale avec moyenne zéro et un écart type quelconque (bruit blanc),

$\phi$  : l'opérateur autorégressif tel que :

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p \quad (5)$$

Un processus à moyenne mobile d'ordre  $q$  a la forme :

$$X_t = \theta(B) \epsilon_t \quad (6)$$

où :  $\theta$  est l'opérateur de moyenne mobile tel que :

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q \quad (7)$$

Le modèle de la fonction de transfert générée par un processus ARMA « Autoregressive Moving-Average Models » est tel que :

$$Y_t = \delta^{-1}(B) w(B) X_{t-b} + \phi^{-1}(B) \theta(B) a_t \quad (8)$$

où :

$a_t$  : la composante aléatoire distribuée selon une loi normale,

$b$  : le paramètre de retard,

$X_{t-b}$  : la série temporelle d'entrée au temps  $t - b$  du modèle,

$Y_t$  : la série temporelle de sortie au temps  $t$  du modèle,

$\delta(B)$  et  $w(B)$  sont les composantes de la fonction de transfert,  $\delta(B)$ ,  $w(B)$ ,  $\phi(B)$  et  $\theta(B)$  sont des polynômes en  $B$  d'ordre respectif  $r$ ,  $s$ ,  $p$  et  $q$ .

La série de sortie  $y_t$  de la fonction de transfert est calculée par :

$$y_t = \delta^{-1}(B) w(B) x_{t-b} \quad \forall t \geq b + s + 1 \quad (9)$$

Les valeurs de  $y_t$  avant ce point sont considérées nulles (BOX et JENKINS, 1976).

La série de bruit ou « noise series »  $N_t$  est obtenue par :

$$N_t = Y_t - y_t \quad (10)$$

Finalement, la série des résidus  $a_t$  est obtenue par :

$$a_t = \theta^{-1}(B) \phi(B) N_t \quad \forall t \geq s + b + p + 1 \quad (11)$$

où  $a_t$  est de moyenne zéro et d'écart type quelconque (BOX et JENKINS, 1976).

## CONSIDÉRATIONS NUMÉRIQUES

### Région d'étude

Le cours d'eau choisi pour cette étude est le ruisseau Catamaran, un affluent de la rivière Little Southwest Miramichi au centre du Nouveau-Brunswick, Canada (fig. 1). Ce ruisseau est à la latitude  $46^{\circ} 52,7'$  N et à la longitude  $66^{\circ} 06,0'$  O. Il est caractérisé par un régime d'écoulement stable, avec un bassin versant qui couvre  $50 \text{ km}^2$  de superficie, aucune activité industrielle ou pollution thermique, une faible activité de coupe de bois jusqu'à présent, aucune habitation permanente dans le secteur et une vaste présence des populations de poissons (surtout le Saumon de l'Atlantique).

Le ruisseau Catamaran est de  $20,5 \text{ km}$  de long. Dans la partie médiane du bassin, la largeur est d'environ  $10 \text{ m}$  avec une profondeur de  $0,3 \text{ m}$ . Le niveau d'élévation varie d'environ  $70 \text{ mètres}$  au-dessus du niveau moyen de la mer, jusqu'à  $335 \text{ mètres}$  dans le cours supérieur. La densité de drainage est de  $0,60 \text{ km}^{-1}$  (CUNJAK *et al.*, 1990).

Le bassin versant compte deux lacs, dont le principal (côté Nord du bassin) est le lac Catamaran avec une superficie de  $0,3 \text{ km}^2$  (fig. 1). Le second (côté Sud du bassin) a une superficie de  $0,05 \text{ km}^2$ .

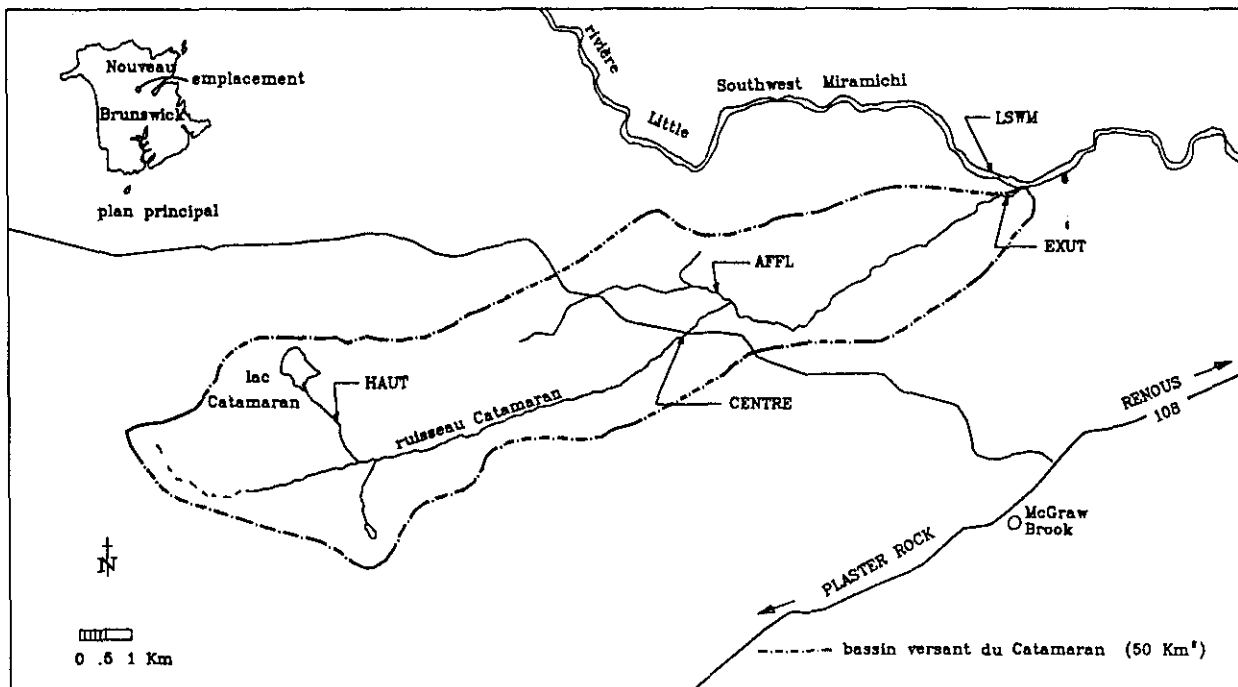
On trouve très peu de marécages dans le bassin versant sauf dans le premier affluent (essentiellement les zones inondées derrière des barrages de castors) et en amont près de l'exutoire du lac Catamaran. Le bassin versant du ruisseau Catamaran reçoit quelque  $1\,142 \text{ mm}$  de précipitation chaque année (CUNJAK *et al.* 1990). Environ  $73 \%$  (ou  $834 \text{ mm}$ ) de cette précipitation tombe sous forme de pluie et le reste en neige. La température de l'air varie de façon importante. La température moyenne de l'air en juillet est de  $18,8 \text{ }^{\circ}\text{C}$  ( $\pm 1,1 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ) et celle de janvier descend à  $-11,8 \text{ }^{\circ}\text{C}$  ( $\pm 1,7 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ).

D'un point de vue utilisation passée des terres, l'activité principale qui caractérise le bassin du ruisseau Catamaran était la coupe de bois. Cette coupe a débuté en 1779 après le traité d'exportation du bois équarri en Grande-Bretagne. De nos jours, la période de coupe de bois aura lieu de 1995 à 1999 et sera à la base des changements physiques et biologiques du bassin. La période précédant la déforestation (1990-1994) permettra d'étudier les fluctuations naturelles, entre autres, celles de la température de l'eau. La période postérieure à la déforestation (2000-2004) permettra d'évaluer les changements anthropogènes et naturels apportés à l'habitat du poisson (CUNJAK *et al.*, 1990).

En ce qui concerne les mesures de la température de l'eau du ruisseau Catamaran, celles-ci ont été et sont encore effectuées de façon horaire, à l'aide de thermographes immergés à plusieurs endroits du bassin dans le cours d'eau et une moyenne de celles-ci est effectuée pour représenter la température journalière. La figure 1 montre l'emplacement des principaux points de mesure de la température de l'eau le long du cours d'eau, qui sont les suivants : à un point haut du ruisseau (HAUT), au centre du ruisseau (CENTRE), sur l'affluent (AFFL), à l'exutoire du ruisseau (EXUT) et sur la rivière Little Southwest Miramichi (LSWM).



Figure 1 Carte du ruisseau Catamaran démontrant les cinq sites de mesures de la température de l'eau le long du cours d'eau.  
 Map of Catamaran Brook showing the location of the five water temperature measurement sites along the watercourse.



Les données de température de l'eau utilisées dans le présente étude proviennent de la station CENTRE. En général, la température de l'eau aux stations (HAUT, CENTRE, etc.) subissent les mêmes changements avec une différence constante. Par exemple, le point HAUT du ruisseau démontre une température supérieure au CENTRE d'environ 3 °C. Cette différence est de 3,5 °C à l'exutoire (EXUT) et de 7 °C sur la rivière Little Southwest Miramichi (LSWM). En effet, le CENTRE possède la température de l'eau la plus faible. À l'intérieur d'une journée la température de l'eau varie en moyenne de 3 °C (max.-min.) et cette différence peut atteindre jusqu'à 6 °C. Pour l'année de calibration (1990) les données (CENTRE) couvrent la période du 17 juillet jusqu'au 30 septembre. Elles s'étendent sur 74 jours allant du jour Julien 200 (à l'installation des instruments) jusqu'au jour Julien 273. Les données disponibles en 1991 (première année de prédiction) couvrent la période du 17 juillet jusqu'au 26 août (jour Julien 238) tandis qu'en 1992 (deuxième année de prédiction) les données couvrent la même période que l'année 1990.

## Résultats

La composante saisonnière (dont la forme générale est donnée par l'équation 1) de la température de l'eau pour  $t = 200$  à 273 est donc évaluée par :

$$\begin{aligned} TEP(t) = & 10,3 - 0,7 \cos\left((t-199)\frac{2\pi}{105}\right) + 4,0 \sin\left((t-199)\frac{2\pi}{105}\right) \\ & - 0,9 \cos\left((t-199)\frac{4\pi}{105}\right) + 0,8 \sin\left((t-199)\frac{4\pi}{105}\right) \end{aligned} \quad (12)$$

TEP(t) est la température de l'eau évaluée par la fonction périodique au jour  $t$  de l'année considérée. Dans l'estimation de la composante saisonnière pour les données de température de l'eau, la période a été de 105 jour, i.e. du jours 200 à 305. En effet, en utilisant seulement 74 jours pour déterminer la fonction périodique saisonnière, une augmentation de la température de l'eau a été calculée vers la fin de la période, ce qui ne représente pas la réalité.

L'analyse des corrélogrammes d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle de la série de résidus de l'eau, obtenus à l'aide de la procédure ARIMA (SAS 1984), met en évidence un modèle du type autorégressif d'ordre 1 tel que :

$$RE(t) = 0,917 RE(t-1) + \varepsilon(t) \quad (13)$$

où :

RE(t) est le résidu de la fonction périodique de l'eau,  
 $\varepsilon(t)$  la composante purement aléatoire au jour de rang  $t$ .

L'identification de la fonction de transfert a été faite aussi à l'aide de la procédure ARIMA. Les séries d'entrée (air) et de sortie (eau) ont subi une étape de résidualisation (ou « prewhitening ») par le modèle, et ceci avant le calcul de la corrélation croisée. L'étape de résidualisation consiste à transformer la série d'entrée pour la rendre purement aléatoire. Le coefficient de corrélation croisée de cette série est égal à 0,52 pour un pas de 0, tandis que le

coefficient de corrélation croisée de pas 1 était de 0,28. Après l'analyse du corrélogramme de corrélations croisées, le modèle au complet, fonction de transfert et bruit, a été évalué selon la méthode Box-Jenkins (équation 8), ou encore :

$$REC(t) = \frac{0,3 - 0,1B}{1 - 0,9B} RA(t) + \frac{a_t}{1 - 0,8B} \quad \forall 201 \leq t < 274 \quad (14)$$

où  $REC(t)$  est le résidu de la température de l'eau par la fonction de transfert à l'instant  $t$  et  $RA(t)$  le résidu de la température de l'air à l'instant  $t$ .  $B$  est l'opérateur de retard. Réduit au même dénominateur, le modèle à court terme prend la forme :

$$REC(t) = 1,7RE(t-1) - 0,7RE(t-2) + 0,3RA(t) - 0,4RA(t-1) + 0,08RA(t-2) + a_t - 0,9a_{t-1} \quad (15)$$

où, pour l'année de calibration (1990),  $a_t$  est évaluée par :

$$a_t = N_t - 0,8 N_{t-1} \quad \forall t \geq 202 \quad (16)$$

$N_t$  étant la série de bruits ou « noise séries ». La valeur de  $a_t$  obtenue est distribuée normalement avec une moyenne zéro et un écart type égal à  $0,75 \text{ }^\circ\text{C}$ .

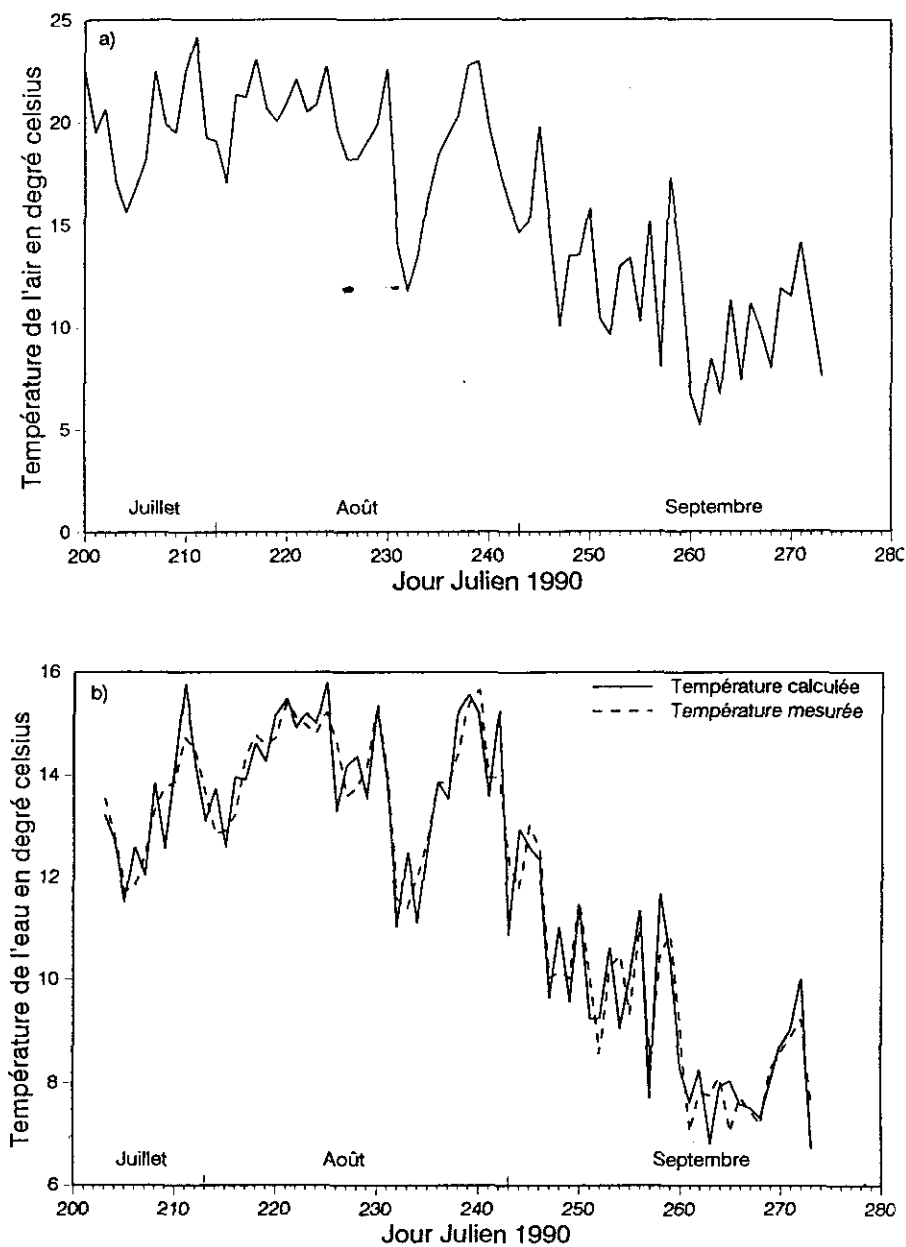
Finalement, le modèle stochastique de température de l'eau est tel que :

$$TEC(t) = TEP(t) + REC(t) + E_t \quad \forall t \geq 203 \quad (17)$$

$E_t$  étant l'erreur finale engendrée par le modèle stochastique. En choisissant une distribution normale  $z$  de moyenne zéro et d'écart type 1,  $a_t$ , pour les années d'application 1991 et 1992, est telle que :  $a_t = 0,75 z$ ,  $z$  étant la variable centrée et réduite de la distribution normale.

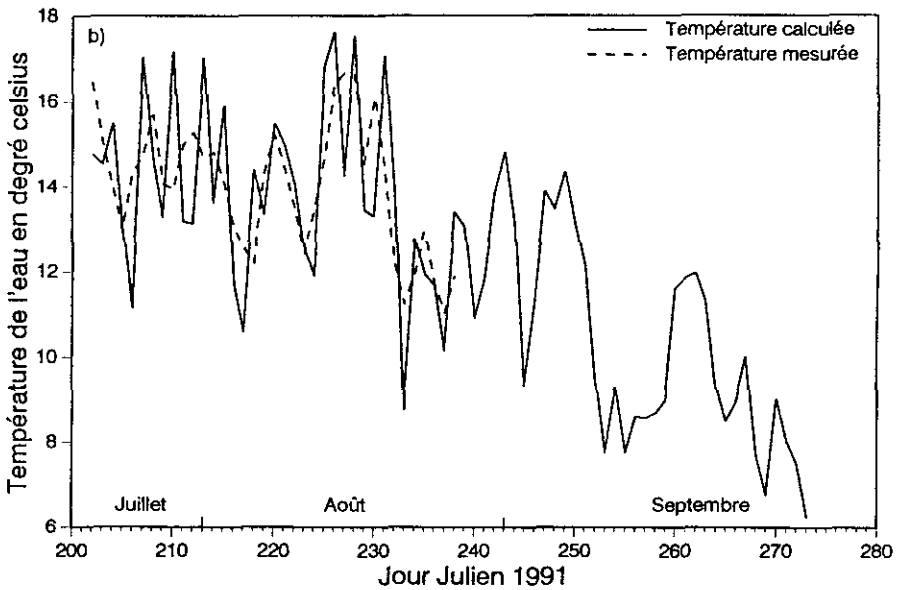
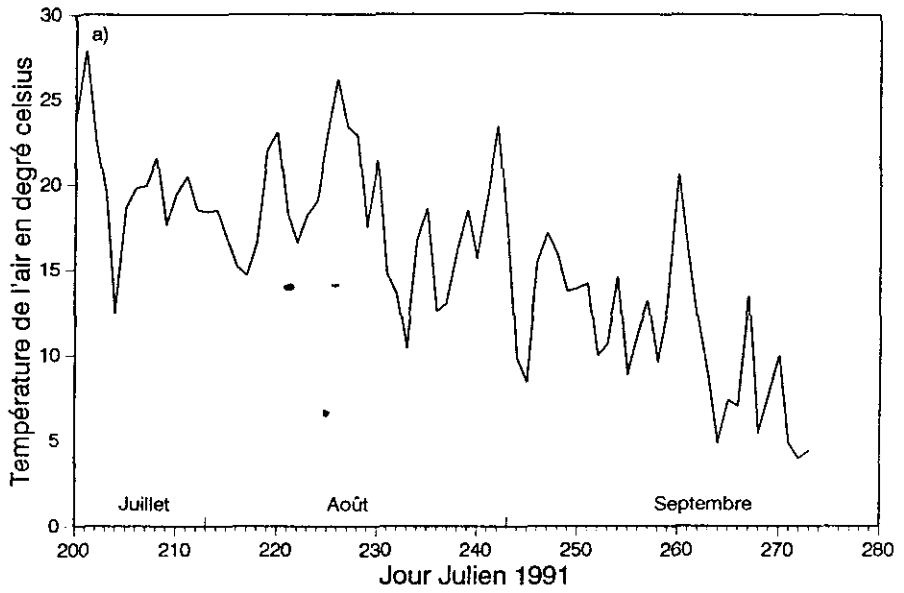
Les températures de l'eau finales mesurées et simulées par le modèle stochastique pour les années 1990, 1991 et 1992 sont données aux figures 2, 3 et 4. Comme les données de températures mesurées pour l'année 1991 s'arrêtent au jour 238, le modèle stochastique fait une prévision de la température calculée pour le reste de la période à l'étude (fig. 3). Celui-ci estime une baisse systématique de la température de l'eau jusqu'à la fin du mois de septembre 1991.

En général, l'analyse des températures observées et calculées pour les trois années 1990 (de calibration) et 1991, 1992 (d'application), met en évidence la performance du modèle stochastique. Celui-ci simule assez bien la tendance générale que possède la courbe de températures mesurées de l'eau. Du point de vue qualité de l'approximation des températures maximales, le modèle stochastique donne de bons résultats pour 1990. Les températures maximales sont très bien simulées pour deux périodes en particulier, c'est-à-dire aux environs du jour 222 et 239 (fig. 2). Cependant, un léger retard dans l'approximation de la date de ces températures a été noté. La baisse de température de l'eau à partir du début septembre est également bien modélisée. Pour l'année 1990, on note une erreur quadratique moyenne de  $0,75 \text{ }^\circ\text{C}$  sur toute la période d'observation (tabl. 1). Par contre, l'erreur quadratique en juillet est de l'ordre de  $0,42 \text{ }^\circ\text{C}$  seulement.



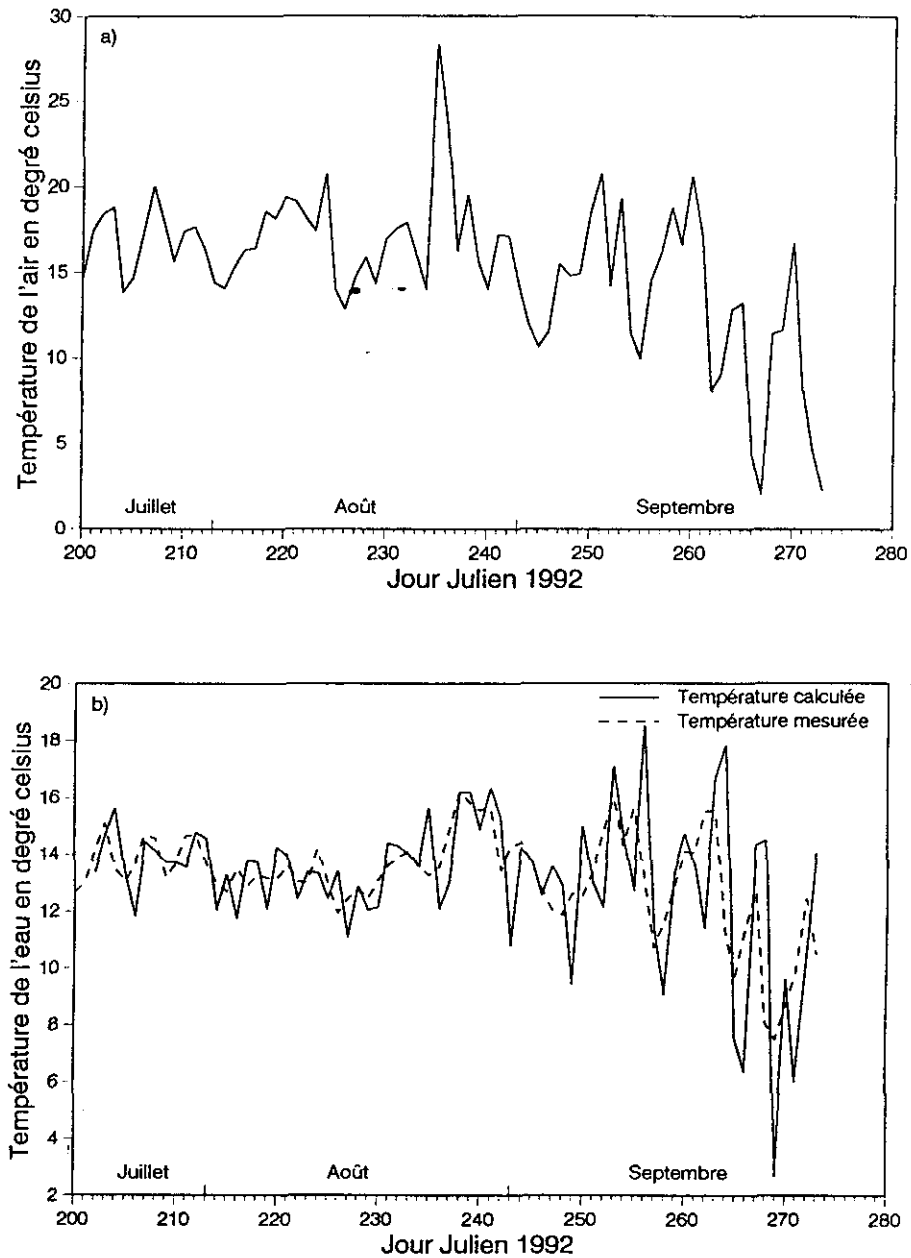
**Figure 2** Température de l'air mesurée et température de l'eau mesurée et calculée pour l'année 1990.

*Measured air temperature, and measured and calculated water temperatures during 1990.*



**Figure 3** Température de l'air mesurée et température de l'eau mesurée et calculée pour l'année 1991.

*Measured air temperature, and measured and calculated water temperatures during 1991.*



**Figure 4** Température de l'air mesurée et température de l'eau mesurée et calculée pour l'année 1992.

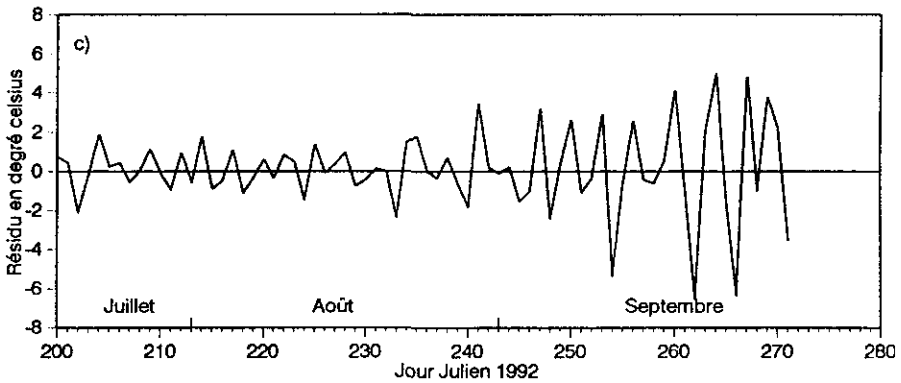
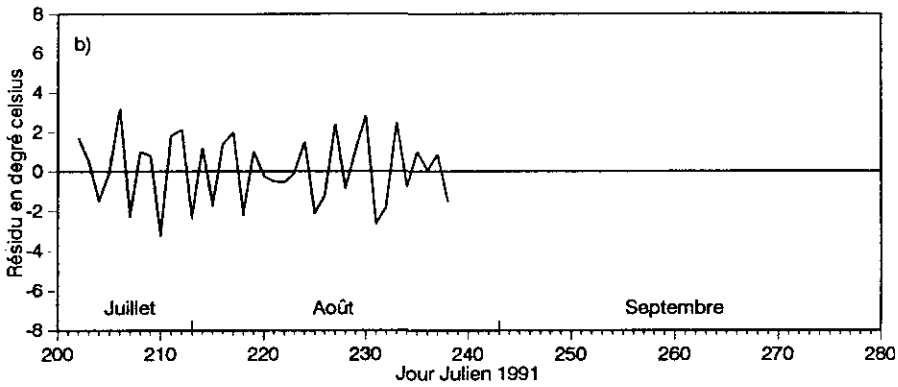
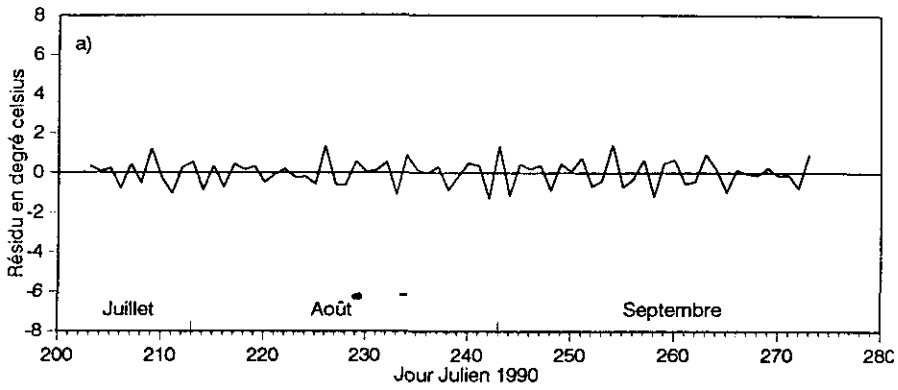
*Measured air temperature, and measured and calculated water temperatures during 1992.*

**Tableau 1** Erreurs quadratiques moyennes journalières en °C.**Table 1** Daily root-mean-squared errors in °C.

Mois	Année		
	1990	1991	1992
Juillet	0,42	1,60	0,98
Août	0,59	1,38	1,19
Septembre	0,56	–	2,96
Période	0,75	1,45	2,10

Pour les années de prédiction 1991 et 1992, le modèle stochastique donne des températures moins proches des températures mesurées, surtout en ce qui a trait à la simulation des température maximales. D'autre part, on remarque également des variations assez importantes dans les températures journalières mesurées à la fin du mois de juillet et au début du mois d'août 1991 ainsi que durant le mois de septembre 1992. Durant cette période, la température de l'eau varie facilement de l'ordre de 12 °C jusqu'à plus de 16 °C en quelques jours seulement. Même si le modèle stochastique simule assez bien ces variations, il en résulte que la performance de ce dernier est réduite comparativement à 1990 où les variations journalières naturelles étaient moins importantes. L'erreur quadratique moyenne passe à 1,45 °C en 1991 et à 2,10 °C en 1992 ce qui se compare assez bien aux résultats de MARCEAU *et al.* (1986). En 1991, le mois de juillet possède l'erreur quadratique la plus élevée à 1,60 °C et en 1992 l'erreur quadratique maximale était en septembre à 2,96 °C. Les résultats durant le mois de septembre 1992 suggèrent qu'il est plus difficile de modéliser la température de l'eau lorsque celle-ci est supérieure à la normale. En effet, durant le mois de septembre 1992, les températures de l'air et de l'eau étaient supérieures à la normale. Ceci n'est pas nécessairement le cas lorsque la température est inférieure à la normale, puisque la température de juillet 1992 était inférieure à la normale et la prévision de la température de l'eau est quand même assez bonne.

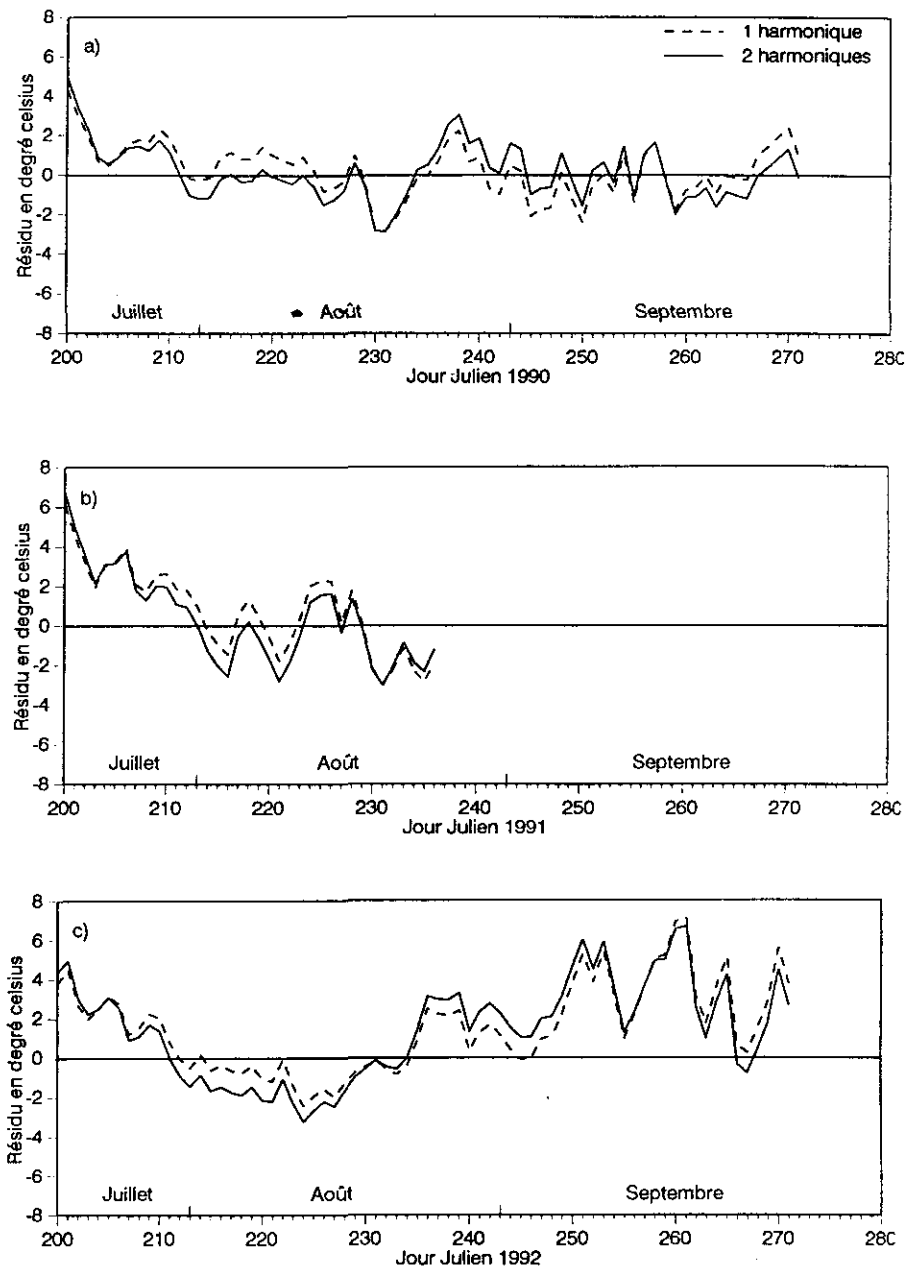
En comparant l'erreur ou le résidu entre la température de l'eau mesurée et calculée pour les années 1990 et 1991 obtenus par le modèle stochastique (*fig. 4*), on note que la performance du modèle est évidemment meilleure pour l'année de calibration. L'addition d'un deuxième harmonique à la fonction périodique n'a pas apporté beaucoup d'amélioration au résultat (*fig. 5*). Par contre, l'addition de la composante stochastique à court terme diminue considérablement les erreurs dans le modèle stochastique. Les fluctuations journalières sont alors mieux simulées comme on le voit en comparant les figures 4 et 5. Les erreurs maximales en valeur absolue sont inférieures à 2 °C pour 1990 et à 3 °C pour 1991 (*fig. 4*). Durant 1992, elles sont de l'ordre de 2 °C jusqu'à la fin août, mais en septembre elles peuvent atteindre jusqu'à 6 °C.



**Figure 5** Résidu de la température de l'eau mesurée et calculée pour les années 1990, 1991 et 1992.

*Residuals between measured and calculated water temperatures for the years 1990, 1991, and 1992.*





**Figure 6** Résidu de la température de l'eau calculée et la composante saisonnière calculée selon l'usage d'un et de deux harmoniques pour les années 1990, 1991 et 1992.

*Residuals between calculated water temperatures and the seasonal component calculated from one and two harmonics for 1990, 1991, and 1992.*

## CONCLUSION

L'objectif de la présente étude était d'évaluer la performance d'un modèle stochastique pour prédire la température de l'eau en rivière pour un petit bassin au Nouveau-Brunswick (Canada). Cette analyse d'un petit bassin diffère des études précédentes de modélisation de la température de l'eau, car ces dernières reposaient surtout sur des bassins versants plus grands. L'application d'un modèle stochastique sur le ruisseau Catamaran, en utilisant la température de l'air comme variable d'entrée, est efficace même si les variations journalières de la température de l'eau sont assez importantes (de 6 à 8 °C). En plus de modéliser la température de l'eau, l'approche stochastique possède l'avantage d'avoir un coût d'exploitation faible et une durée de développement réduite comparativement aux modèles déterministes (MARCEAU *et al.* 1986).

La composante saisonnière du modèle stochastique a été déterminée à l'aide d'une fonction périodique à un et deux harmoniques. Cependant, l'utilisation d'un seul harmonique s'est avérée suffisante puisqu'il représente environ 80-95 % de la variance totale des séries de températures, tel que démontré dans la littérature (WARD, 1963 ; KOTHANDARAMAN, 1972 ; CLUIS, 1972). Toutefois, il serait nécessaire d'introduire d'autres harmoniques si on voulait tenir compte des variations induites par des composantes cycliques de différentes périodes. Par exemple, les variations de températures horaires à l'intérieur d'une journée pourraient exiger des harmoniques supplémentaires.

C'est à l'aide de la composante stochastique du modèle que les variations à court terme sont modélisées. De plus, celles-ci dépendent des résidus de l'air et de l'eau tel que déterminé par l'analyse de corrélation croisée. Suivant cette analyse, une fonction de transfert et de bruit a été calculée selon la méthode BOX-JENKINS. L'écart type résultant de l'application du modèle développé a été calculé à 0,75 °C pour l'année de calibration (1990). Des erreurs quadratiques moyennes de 1,45 °C et de 2,10 °C ont été calculées pour 1991 et 1992 respectivement (années d'application du modèle) et ces résultats se comparent assez bien à ceux observés par MARCEAU *et al.* (1986) sur la rivière Saint-Anne au Québec. Leurs meilleurs résultats furent observés en juillet, avec une erreur quadratique de 1,58 °C pour la période de 1968 jusqu'à 1971. Les résultats observés sur le ruisseau Catamaran en 1991 et 1992 démontrent que les variations naturelles de température journalière peuvent influencer la performance du modèle. En effet, il a été démontré en 1992 que les résultats sont moins précis lorsque la température est supérieure à la normale (septembre 1992). Par contre, ceci n'est pas le cas pour une température inférieure à la normale tel qu'en juillet de cette même année car l'erreur quadratique moyenne n'est que de 0,98 °C (*tabl. 1*).

L'application du modèle stochastique sur le ruisseau Catamaran permettra d'étudier d'autres paramètres de la qualité des eaux à l'état naturel qui influencent la croissance des salmonidés ainsi que les changements de la température de l'eau suivant le début des activités forestières en 1995.

## REMERCIEMENTS

Le soutien financier de cette étude a été accordé par le Conseil de recherche en sciences naturelles et en génie du Canada.

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- BJORNN J.R., REISER D.W., 1991. *Habitat requirements of salmonids in streams*. Pages 83-138, in *Influences of Forest and Rangeland Management on Salmonid Fishes and their Habitats*. Special Publication 19. Bethesda, MD: American Fisheries Society.
- BOX G.E.P., JENKINS G.M., 1976. *Time Series Analysis, Forecasting and Control*. Published by Enders Robinson, Holden-Day Inc., San Francisco.
- CLUIS D., 1972. Relationship between stream water temperature and ambient air temperature – A simple autoregressive model for mean daily stream water temperature fluctuations. *Nordic Hydrology*, vol. 3, n° 2, p. 65-71.
- CUNJAK R.A., CAISSIE D., EL-JABI N., 1990. *Projet de recherche sur l'habitat du ruisseau Catamaran : description et champs d'étude générale*. *Rapp. tech. Can. sci. halieut. aquat.* n° 1751, 15 p.
- GRAS R., 1969. *Simulation du comportement thermique d'une rivière à partir des données fournies par un réseau classique d'observations météorologiques*. C.R. 13<sup>e</sup> Congrès de l'Association Internationale de la Recherche en Hydraulique, (Tokyo), vol. 1, p. 491-502.
- HOFF C., 1983. *A Practical Guide to Box-Jenkins Forecasting*. Wadsworth Inc., Lifetime Learning Publications, Belmont, California.
- KOTHANDARAMAN V., 1971. Analysis of water temperature variations in large rivers. *ASCE Journal of the Sanitary Engineering Division*, vol. 97, n° SA1, p. 19-31.
- KOTHANDARAMAN V., 1972. Air-water temperature relationship in Illinois river, *Water Resources Bulletin*, vol. 8, n° 1, p. 38-45.
- LEE R.M., RINNE J.N., 1980. Critical thermal maxima of five trout species in the southwestern United States. *Trans. Am. Fish. Soc.*, vol. 109, n° 6, p. 632-635.
- MARCEAU P., CLUIS D., MORIN G., 1986. Comparaison des performances relatives à un modèle déterministe et à un modèle stochastique de température de l'eau en rivière, *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol. 13, p. 352-364.
- MARSH P., 1990. Modelling water temperature beneath river ice covers. *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol. 17, p. 36-44.
- RAPHAEL J.M., 1962. Prediction of temperature in rivers and reservoirs. *ASCE, Journal of the Power Division*, vol. 88, n° PO2, p. 157-181.
- RODEN G.I., GROVE G.W., 1960. On the statistical prediction of ocean temperatures, *Journal of Geophysical Research*, vol. 65, n° 1, p. 249-263.
- SAS/ETS User's Guide, Version 5 Edition (1984). SAS Institute Inc. Cary, NC : SAS Institute Inc., 738 p.
- TRIBOULET J.-P., VERRETTE J.-L., LLAMAS J., 1977. *Température de l'eau du Saint-Laurent de Montréal à Québec*, National Hydrotechnical Conference, 3<sup>rd</sup> Proceedings, Québec, p. 636-655.
- U.S. GEOLOGICAL SURVEY, 1954. *Water Loss Investigation, Lake Hefner Studies*, Technical Report, Professional Paper 269, U.S. Government Printing Office, Washington.

- VUGTS H.F., 1974. Calculation of temperature variations of small mountain streams, *Journal of Hydrology*, vol. 23, p. 267-278.
- WARD J., 1963. Annual variation of stream water temperature. *ASCE Journal of the Sanitary Engineering Division*, vol. 89, n° SA6, p. 3710-3732.
- WIENER N., 1949. *Extrapolation, Interpretation and Smoothing of Stationary Time Series*. Cambridge, Mass.: M.I.T. Press.
- YU S.L., BRUTSAERT W., 1968. *Estimation of near surface water temperatures of Lake Ontario*, Proceedings, Eleventh Conference on Great Lakes Research, International Association for Great Lakes Research, p. 512-523.