

L'identification des aspects économiques du règlement de zonage

Vély Leroy

Volume 39, numéro 1, avril-juin 1963

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/1001889ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/1001889ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)

1710-3991 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Leroy, V. (1963). L'identification des aspects économiques du règlement de zonage. *L'Actualité économique*, 39(1), 78–95. <https://doi.org/10.7202/1001889ar>

L'identification des aspects économiques du règlement de zonage

Reprenons l'essentiel du thème du premier article¹. Deux questions majeures nous préoccupaient, à savoir :

- 1) la politique délibérée d'incitation à la construction d'immeubles de plusieurs étages sur le flanc du Mont-Royal ;
- 2) le souci d'obtenir que le Mont-Royal et les constructions érigées sur son flanc sud, composent un ensemble bien proportionné.

À ces deux questions, nous avons répondu par l'affirmative, guidé par l'examen des dispositions prévues dans le règlement^o de zonage du flanc sud du Mont-Royal. Et nous avons conclu par ces remarques :

« Pour nous résumer, rappelons que ledit règlement est orienté « vers la construction d'édifices de grande taille ». En fait, les relations établies entre le lot, l'implantation, la densité et le nombre d'étages, le démontrent amplement. Elles reflètent également le souci de justifier la différenciation du flanc sud du Mont-Royal désormais divisé en trois zones, depuis le côté nord de la rue Sherbrooke jusqu'à l'avenue des Pins. Ces divisions s'inspirent du désir de préserver une certaine harmonie entre le Mont-Royal et les constructions érigées sur son flanc sud. »

1. Vély Leroy, « Le règlement de zonage concernant le flanc sud du Mont-Royal », *L'Actualité Économique*, janvier-mars 1963, pp. 569-585.

ASPECTS ÉCONOMIQUES DU RÈGLEMENT DE ZONAGE

Puis nous avons envisagé un autre aspect du règlement : l'aspect économique, ou les différents aspects économiques, dont l'identification constitue l'objet du présent article.

L'effort d'interprétation que nous sommes sur le point d'entreprendre, doit être orienté vers un but. L'on devine aisément que ce but n'est autre que l'analyse critique du règlement de zonage soumis aux lois inéluctables du marché. Et pour bénéficier du concours des instruments d'analyse économique, sachons d'abord rendre intelligibles, aux esprits habitués au calcul économique, des concepts plutôt familiers à l'urbaniste et aux bâtisseurs. Par cette voie, nous relierons l'urbanisme à l'économique, pour donner raison à G. Bardet qui réclame, chez l'urbaniste, un esprit universaliste.

* * *

Pour identifier les aspects économiques du règlement de zonage, nous emprunterons le cadre de la théorie de la production au niveau micro-économique ou de la firme. Mais la solution d'un problème de production, soumis à un esprit également préoccupé par le calcul économique, est dictée à la fois par la technologie et par le marché :

- a) par la technologie, puisqu'on doit combiner, dans des proportions permises par les techniques connues, des facteurs de production ;
- b) par le marché, puisqu'il existe une combinaison particulière de facteurs de production, qui, à la suite d'une comparaison des prix de ces facteurs, se révèle la moins chère de toutes les combinaisons possibles. Autrement dit, cette combinaison assure le producteur d'une production maximum à partir d'une dépense donnée ; ou encore, étant donné un niveau de production, cette combinaison présente l'avantage d'un coût minimum ².

Il s'agit donc, pour nous, d'indiquer ces facteurs de production et leurs prix.

2. Le lecteur initié à la science économique aura vite reconnu que nous faisons allusion au schéma des isoquants et des lignes de prix des facteurs de production.

Ce sujet est traité dans plusieurs manuels d'initiation à la science économique. Voir, par exemple, P.-A. Samuelson, *Introduction to Economics*, McGraw-Hill Book Company, New-York, édition de 1961, chap. 26 et, en particulier, l'appendice, pp. 585-591.

*
*
*

Le règlement de zonage soumis à l'étude, tente de discipliner l'initiative privée en matière de construction d'immeubles. Par conséquent, c'est en rapport avec cette branche d'activité, que nous tâcherons d'identifier les facteurs de production sans oublier, toutefois, l'idée maîtresse de cette étude.

Il n'est pas vain de rappeler que le S.U.M.³ veut inciter des entrepreneurs à construire de grands immeubles sur le flanc sud du Mont-Royal, compte tenu du relief. Tel entrepreneur devra acquérir un lot dans le but de construire ; tel autre aura à décider de l'emploi du terrain dont il est déjà propriétaire. Par conséquent, aux yeux des entrepreneurs, l'achat ou, dans d'autres cas, l'utilisation d'un terrain propre à la construction, constitue une décision de très grande importance : décision d'investir conditionnée par des comparaisons de rendements anticipés fondés sur un nombre égal d'hypothèses. Certaines hypothèses réfèrent à la combinaison des facteurs de production. Et pour mieux les distinguer, rappelons les relations décrites dans le règlement de zonage. Retenons les symboles déjà utilisés : y désigne le lot ou le terrain sur lequel on projette de construire un immeuble, et x la densité ou l'indice des superficies de plancher.

Nous savons déjà que

$$y = a^{x+b}$$

pour une implantation donnée, i , celle-ci décrivant le rapport de la projection horizontale de l'immeuble sur le lot, c'est-à-dire :

$$i = \frac{p}{y} (100).$$

Le volume total de plancher accordé, v , est égal à

$$v = x y$$

soit le produit de la densité par le lot. Tandis que le nombre d'étages, N , s'obtient en divisant le volume de plancher par la projection horizontale de l'immeuble sur le lot :

$$N = \frac{v}{i y} = \frac{v}{p}$$

3. S.U.M. désigne le Service d'Urbanisme de Montréal.

ASPECTS ÉCONOMIQUES DU RÈGLEMENT DE ZONAGE

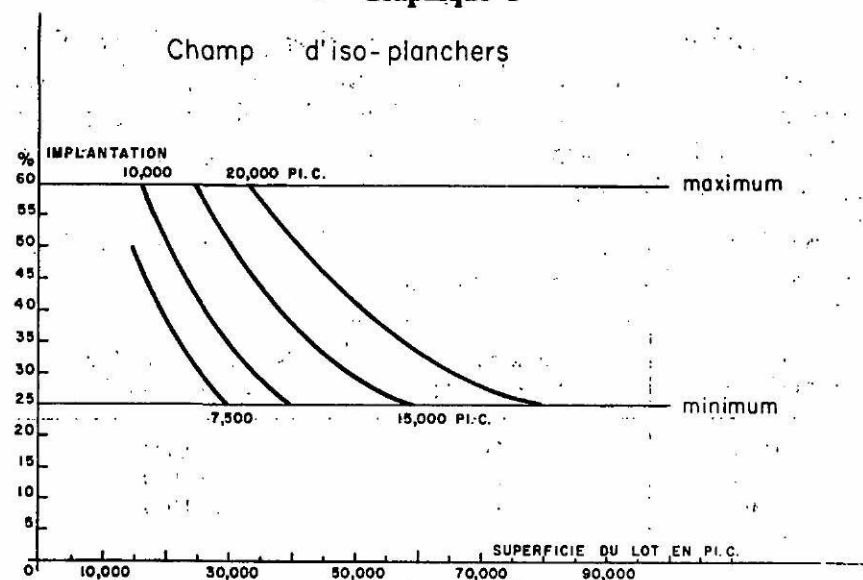
Les deux éléments que nous qualifions de facteurs de production, sont le lot et l'implantation. Essentiellement, l'entrepreneur cherchera à appliquer à un lot donné différentes implantations, sinon à combiner, avec une implantation donnée, divers lots.

Comme le démontrent ces relations, la densité, le volume de plancher et le nombre d'étages, dépendent tous de la combinaison « lot-implantation » choisie.

Traçons, par conséquent, des lignes de production, répondant à diverses combinaisons des deux facteurs, lot et implantation. Bref, nous chercherons à associer, dans des proportions variables, plusieurs lots à différentes implantations :

- pour obtenir un plancher d'une superficie donnée ; la courbe représentative de ce plancher s'appellera iso-plancher, l'équivalent d'un isoquant⁴ ;
- pour tracer des courbes d'iso-densité, chaque courbe indiquant plusieurs combinaisons de facteurs (lot et implantation) pour lesquelles on accorde sensiblement la même densité ou le même

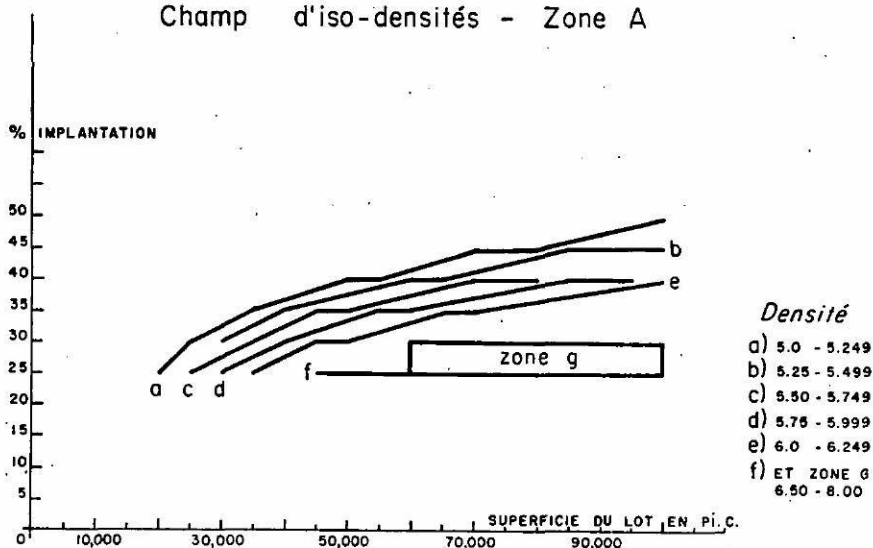
Graphique I



4. Au sujet de l'isoquant, qui désigne différentes combinaisons de 2 facteurs de production capables de fournir un niveau de production désigné à l'avance, voir Paul Samuelson, *op. cit.*, pp. 588-89.

Graphique II

Champ d'iso-densités - Zone A



indice de superficie de plancher ⁵. Chaque courbe correspond, en réalité et par définition, à des densités dont la plus faible est séparée de la plus forte par un écart de .249.

Les graphiques I et II illustrent respectivement un champ d'iso-planchers et un champ d'iso-densités. Dans chaque cas, le champ est formé d'un ensemble de courbes ou de lignes dont chacune indique un « niveau d'activité » : superficie de plancher par étage dans un cas, densité accordée dans l'autre cas.

Ainsi, un plancher de 10,000 pieds carrés peut être le produit de l'une ou l'autre des combinaisons suivantes ⁶ :

Lot (en pieds carrés)	Implantation (en pourcentage)	Superficie par étage (en pieds carrés)
40,000	25	10,000
25,000	40	10,000
20,000	50	10,000

5. Le tracé de ces courbes obéit au principe qui régit celui d'un isoquant. Voir Paul Samuelson, *ibid.*, pp. 588-589.

6. En réalité, il y a une infinité de combinaisons possibles, et leur nombre est aussi grand qu'il y a de points sur une courbe d'iso-plancher.

ASPECTS ÉCONOMIQUES DU RÈGLEMENT DE ZONAGE

Dans la zone A ⁷, une densité comprise entre 5.000 et 5.249, n'est accordée que dans certains cas, par exemple ⁸ :

Lot (en pieds carrés)	Implantation (en pourcentage)
25,000	30
35,000	35
50,000	40

Dans les zones B et C, des densités comprises entre 5.000 et 5.249, exigent des terrains beaucoup plus vastes. Ceci est voulu par les valeurs que prennent a et b dans l'équation

$$y = a^{x+b}$$

à mesure qu'on tend vers le Mont-Royal, c'est-à-dire lorsqu'on laisse la zone A en direction de la zone B, puis de C. Rappelons l'exemple donné antérieurement :

Tableau I

Valeurs de a et de b suivant les zones ⁰

Implantation i	a			b		
	Zones			Zones		
	A	B	C	A	B	C
25 p.c.	1.778	2.158	4.778	12.0	8.997	4.361

Par conséquent, pour une densité égale à 5.000, il faudrait un lot d'une superficie mesurée par :

- 1) $y = 1.778^{5+12}$ dans la zone A, environ 18,000 pieds carrés
- 2) $y = 2.158^{5+8.997}$ dans la zone B, environ 50,000 pieds carrés
- 3) $y = 4.778^{5+4.361}$ dans la zone C.

7. La zone A, rappelons-le, est celle qui s'étend, depuis le côté nord de la rue Sherbrooke, sur une longueur de 300 pieds en direction du Mont-Royal. Comme les zones B et C, elle est bornée à l'ouest par le chemin de la Côte-des-Neiges et à l'est par la rue McTavish. (Voir le premier article, publié dans cette Revue, numéro de janvier-mars 1963, pp. 573-74).

8. Les combinaisons possibles sont aussi nombreuses qu'il existe de points réunis par la ligne constituant l'iso-densité.

9. Voir aussi la démonstration donnée au sujet de la détermination de la valeur de a en fonction de l'implantation et des zones, *L'Actualité Économique*, janvier-mars 1963, p. 582.

En C, cependant, la densité maximum ne dépasse pas 3.000 et n'est accordée que sur des lots de 100,000 pieds carrés et plus, moyennant l'application d'une implantation de 25 p.c.

Ayant défini les facteurs de production et tracé des lignes à partir de combinaisons variées des facteurs de production, il est opportun d'aborder le problème des prix de ces facteurs.

* * *

Des deux facteurs, lot et implantation, seul le premier possède effectivement une valeur marchande, c'est-à-dire un prix déterminé par l'offre et la demande sur le marché. L'implantation, n'étant ni une marchandise ni un service, ne se vend donc pas. Toutefois, ce serait amoindrir l'univers que les économistes essaient de décrire dans la théorie générale des prix, que de s'arrêter à ces banalités de la vie du marché. Ici, en effet, c'est dans toute sa profondeur qu'apparaîtra l'enseignement de la théorie des coûts par un George Stigler, par exemple ¹⁰. Et nous serons conduit à nous référer aux célèbres discussions que soulevèrent les théories de A. Smith, de D. Ricardo et de leurs disciples, au sujet de la théorie de la rente foncière ¹¹.

Nous sommes donc sur le point de comparer les uns aux autres divers *opportunity costs* résultant de l'application d'une série d'implantation à un lot donné, ou d'une implantation spécifique à divers lots.

La notion de *opportunity cost* conservera ici son sens habituel. Pour un entrepreneur, le coût du facteur X utilisé dans la production d'un bien C, correspond à la valeur la plus élevée que rapporterait ce facteur, s'il servait plutôt à produire un bien quelconque, Z ou Y, autre que C ¹².

Dans le cas présent, nous dirons que l'entrepreneur propriétaire d'un lot associé à une implantation donnée, identifiera l'*opportunity cost* de cette combinaison de facteurs à la densité maximum autrement obtenue à partir d'une combinaison différente des deux facteurs : c'est-

10. Voir George Stigler, *The Theory of Price*, édition de 1952, et en particulier le chapitre 6, « The Nature of Cost and the Production Function », pp. 96-110.

11. Daniel-H. Buchanan nous donne une leçon d'histoire de la pensée économique, à ce sujet, dans « The Historical Approach to Rent and Price Theory », *Economica*, 1929, ou dans *Readings in the Theory of Income Distribution*, édité par W. Fellner et B.F. Haley, 1946, pp. 599-637.

12. Voir G. Stigler, *op. cit.*, p. 96.

à-dire, par l'application d'une autre implantation puisque le lot ne varie pas, par hypothèse.

Par exemple, le fait d'appliquer à un lot de 30,000 pieds carrés, une implantation égale à 40 p.c., implique un *opportunity cost*, en densité, de l'ordre de 5.908, soit la densité maximum permise pour un lot de cette dimension, mais auquel on associe une implantation de 25 p.c., soit l'implantation minimum permise d'après le règlement de zonage¹³.

Bref, la comparaison des lignes d'iso-planchers à celles des iso-densités est pleine d'intérêt. Nous avons tracé ces lignes sur un seul graphique (cf. graphique III) afin de mieux faire ressortir le principe fondamental du choix de la combinaison des facteurs, lot et implantation. Trois faits méritent d'être mis en évidence.

1) Pour une implantation donnée, la densité croît de moins en moins tandis que s'étendent les dimensions du lot. Ceci est impliqué par la relation :

$$y = a^{x+b}$$

Cette fonction a pour élasticité :

$$\epsilon_y = \frac{dy}{dx} \frac{x}{y} = \frac{a^{x+b}}{a^{x+b}} x \text{ Log } a,$$

c'est-à-dire

$$\epsilon_y = x \text{ Log } a,$$

d'où l'élasticité de la densité par rapport aux dimensions du lot :

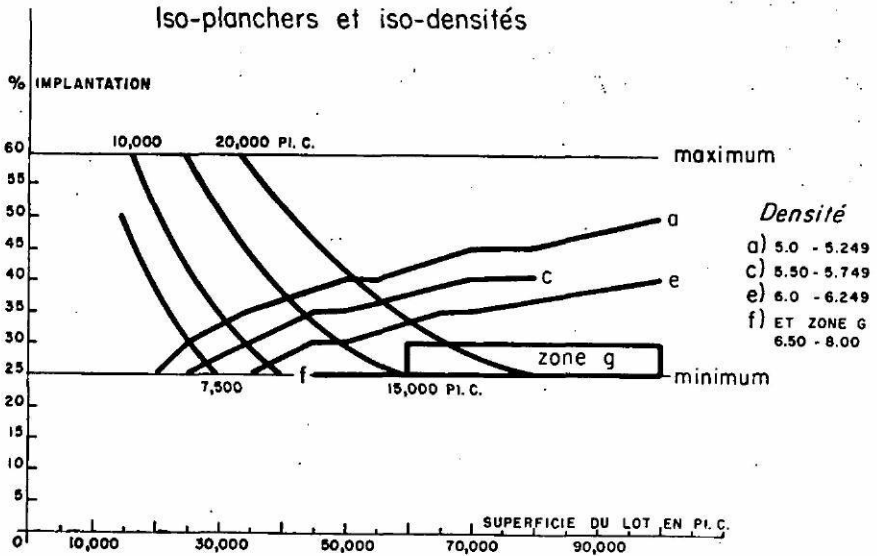
$$\epsilon_x = \frac{1}{\epsilon_y} = \frac{1}{x \text{ Log } a}$$

qui tend vers 0 à mesure que x tend vers l'infini.

2) Pour un lot donné, la réduction de la densité accordée va en s'accroissant à mesure qu'on augmente l'implantation. Corollaire : l'accroissement de la densité accordée va en diminuant à mesure qu'on réduit l'implantation sur un lot donné. C'est une conséquence de la définition de la constante a dans l'équation $y = a^{x+b}$.

13. Cette façon de raisonner néglige un élément très important : les dépenses de construction. Mais nous verrons, plus tard, comment les intégrer dans ce calcul. Et nous retiendrons principalement la densité comme l'élément le plus significatif, le facteur déterminant de la rentabilité d'un projet de construction. Autrement dit, nous exposerons ultérieurement les principes du calcul de la rentabilité de semblables projets et dévoilerons les forces qui déterminent la valeur du pied carré de terrain aux yeux de l'entrepreneur.

Graphique III



Nous avons déjà parlé des relations entre a et l'implantation choisie, que nous avons formulées à l'aide de l'équation

$$a = 10^{\sqrt{i} \left(\frac{1}{1-i} \right) \left(\frac{1}{c-i} \right)}$$

dans laquelle i désigne l'implantation et c une constante dont la valeur varie d'une zone à l'autre¹⁴.

Il s'ensuit que la variation de a relative à un changement dans i , que nous mesurons par la dérivée de a par rapport à i , est égale à¹⁵ :

$$\frac{da}{di} = \left[10^{\sqrt{i} \left(\frac{1}{1-i} \right) \left(\frac{1}{c-i} \right)} \text{Log } 10 \right] \left[\frac{1}{c-i} \left(\sqrt{i} (1-i)^{-2} + \frac{1}{1-i} \left(\frac{1}{2} \right) i^{-\frac{1}{2}} \right) + \sqrt{i} \left(\frac{1}{1-i} \right) (c-i)^{-2} \right]$$

La dérivée seconde de chacun des trois facteurs \sqrt{i} , $\left(\frac{1}{1-i} \right)$ et

14. Voir notre premier article dans *L'Actualité Économique*, janvier-mars 1963, p. 582.

15. Pour plus de détails, voir l'appendice, pp. 21-23.

ASPECTS ÉCONOMIQUES DU RÈGLEMENT DE ZONAGE

$\left(\frac{1}{c-i}\right)$ révèle une croissance accélérée du produit $\sqrt{i} \left(\frac{1}{1-i}\right) \left(\frac{1}{c-i}\right)$ à mesure que i prend des valeurs de plus en plus grandes ¹⁶.

3) Certaines densités ne sont pas accordées à moins que la superficie de plancher, par étage, atteigne un minimum. Par exemple, pour se prévaloir d'une densité supérieure à 6.000, il faut réunir l'une ou l'autre des conditions suivantes dans la zone A :

Lot Pi. ²	Implantation			
	25 p.c.	30 p.c.	35 p.c.	40 p.c.
35,000	&			
40,000	&			
45,000	&	&		
50,000	&	&		
55,000	&	&		
60,000	&	&		
65,000	&	&	&	
70,000	&	&	&	
75,000	&	&	&	
80,000	&	&	&	
.....				
100,000 et plus	&	&	&	&

Par contre, dans la zone B, la densité maximum est 6, permise seulement pour un lot de 100,000 pieds carrés et plus, combiné avec une implantation de 25 p.c.

Dans la zone C, le maximum accordé est 3, obtenue pour un lot de 100,000 pieds carrés et plus, combiné avec une implantation de 25 p.c.

Ces faits ayant été consignés, abordons, sans plus tarder, la question de la rentabilité d'un projet de construction, pour justifier tout l'accent mis sur les rapports entre le lot, l'implantation et la densité.

16. Le lecteur intéressé pourra consulter l'appendice, pp. 94-95.

* * *

La densité, avons-nous dit précédemment, équivaut à un multiplicateur qui, appliqué à la superficie du lot, détermine la superficie de plancher, conformément aux règlements établis par le S.U.M. Et puisque le produit rentable consiste précisément en cette superficie de plancher qu'occuperont des locataires, il ressort clairement de ce fait que, pour un lot et une implantation donnés, la densité obtenue déterminera le produit total résultant de la location des espaces construits au prix courant du pied carré de plancher. Bien entendu, ce prix est une fonction à la fois des fins auxquelles serviront les espaces loués, du confort offert au locataire, du quartier, etc. Donnons un exemple afin de bien saisir le principe mis en cause.

Soit une densité de 6 accordée sur un lot de 50,000 pieds carrés. La superficie maximum de plancher sera donc égale à :

$$v = 6 (50,000 \text{ pi}^2) = 300,000 \text{ pi}^2 \text{ }^{17}$$

Supposons que chaque pied carré de plancher puisse être loué 3 dollars pour une durée de douze mois. Par conséquent, les recettes brutes, ou les loyers perçus au cours d'une année, s'élèveraient à :

$$\$3 (300,000 \text{ pi}^2) = \$900,000$$

c'est-à-dire :

$$\$3 (6) (50,000 \text{ pi}^2) = \$900,000$$

Mais au lieu de retenir de tels chiffres, divisons plutôt chaque côté de cette égalité par 50,000 pieds carrés. Le résultat trouvé correspond à :

$$\$3 (6) = \$18$$

C'est ce qu'il importe de retenir. En d'autres termes, pour chaque pied carré de terrain, nous aurions construit 6 pieds carrés de plancher, qui rapporteraient annuellement la somme brute de 18 dollars. Donc, chaque pied carré de terrain fournirait une valeur brute de 18 dollars, grâce à une densité de 6. Dans l'hypothèse d'une densité égale à 10, nous recevrons annuellement 30 dollars ; à 12, 36 dollars ; etc.

Dans la pratique, certains espaces d'un immeuble ne sont pas offerts en location : l'espace occupé par les escaliers et les espaces absorbés

¹⁷ La superficie maximum du plancher, v , est le produit de la densité par la surface du lot : $v = xy$.

ASPECTS ÉCONOMIQUES DU RÈGLEMENT DE ZONAGE

par certains services de nature domestique sont autant d'exemples. Cependant, l'expérience indique, dans chaque cas, le pourcentage de la superficie de plancher qu'il est possible de louer. Désignons ce pourcentage par k ¹⁸, le loyer annuel d'un pied carré de plancher par l , et la superficie totale de plancher par v . Les recettes totales ou les loyers perçus pour l'ensemble de l'édifice, s'élèveront à :

$$l (k v),$$

ou encore :

$$l (k x y),$$

et par pied carré de terrain à : $\frac{l (k x v)}{y} = l (k x)$,

qui peut s'écrire également de la façon suivante :

$$k (l x).$$

Reprenons l'exemple déjà présenté, dans lequel x valait 6 et l , 3 dollars. Attribuons à k une valeur égale à 0.75. En d'autres termes, il y aurait possibilité d'offrir en location, 75 p.c. de la superficie totale de plancher. Dans ces conditions, les recettes brutes totales se chiffraient par :

$$\$3 (.75) (6) (50,000 \text{ pi}^2) = \$675,000$$

et les recettes brutes par pied carré de terrain, à :

$$\frac{\$3 (.75) (6) (50,000 \text{ pi}^2)}{50,000 \text{ pi}^2}$$

c'est-à-dire : $.75 [\$3. (6)] = \13.50

Le loyer et le pourcentage d'espace rentable étant connus pour un projet de construction, la densité déterminera le niveau des loyers bruts anticipés. C'est pourquoi les entrepreneurs essaient toujours d'obtenir une densité élevée, lorsqu'ils sont sûrs de trouver des locataires dans le milieu où ils projettent de construire un immeuble. Cela revient à dire qu'ils cherchent à faire, du terrain, un emploi intensif au plus haut degré permis.

En résumé, les recettes brutes totales provenant des loyers, sont une fonction :

18. La définition de k est la suivante :

$$k = \frac{\text{Superficie offerte en location}}{\text{Superficie totale construite}}$$

- a) du rapport de la superficie de plancher offerte en location à la superficie totale de plancher bâtie ;
- b) du loyer obtenu par pied carré de plancher ;
- c) de la densité, c'est-à-dire le nombre de pieds carrés de plancher par pied carré de terrain.

Ces relations de dépendance témoignent hautement de la réciprocity des incidences de l'urbanisme et de l'architecture sur l'économie. Il est vrai d'affirmer que le calcul économique de l'entrepreneur est une contrainte pour l'architecte, celui-ci devant aménager puis réaménager des espaces, les diviser et les rediviser, jusqu'à ce que ses devis rassurent l'investisseur mû par le désir de retirer de ses investissements le plus de revenus possibles. L'exiguité de certaines pièces, particulièrement dans les conciergeries de construction récente, est ce que valent aux locataires le souci du propriétaire de réaliser les plus gros gains possibles, et la nécessité pour l'architecte de se conformer aux exigences de son client. Mais il faut également reconnaître que les perspectives de gain ne sont pas indépendantes de la densité, donc des règlements d'urbanisme. De plus avantageuses relations entre l'implantation, le lot et la densité, eussent modifié le calcul économique, peut-être dans ses exigences, pour atteindre sûrement l'architecte dans sa liberté de proposer des devis autrement plus révélateurs de la puissance de son imagination et de son sens de l'esthétique.

Tels sont les faits essentiels à connaître avant de considérer un autre aspect économique du règlement de zonage : celui de la valeur du terrain aux yeux de l'entrepreneur :

* * *

L'actualisation des revenus imputables au terrain, est le procédé utilisé pour déterminer la valeur de ce facteur de production dans l'industrie de la construction. Mais comment calcule-t-on ces revenus ?

Retenons les symboles employés dans l'analyse de la détermination des loyers bruts, par pied carré de terrain construit, et désignons d'autres éléments par les symboles suivants :

- d : le pourcentage des loyers bruts absorbés par des dépenses courantes d'opération et d'entretien d'un édifice ($d < 1$);

ASPECTS ÉCONOMIQUES DU RÈGLEMENT DE ZONAGE

C : le coût moyen ou l'investissement effectué, par pied carré de plancher bâti, à l'exclusion de la somme affectée à l'achat du terrain;

e : le rendement exigé de cet investissement ($e < 1$).

Ramenons tous nos calculs sur la base d'un pied carré de terrain. Car, c'est de cette unité que nous cherchons à déterminer la valeur actualisée. Écrivons donc :

1) pour les recettes brutes, par pied carré de terrain construit :

$$k (l x)$$

2) pour le coût par pied carré de terrain construit :

$$C(x)$$

3) pour les frais d'entretien et de réparation du bâtiment :

$$d (k l x)$$

4) pour le rendement exigé sur l'investissement dans la construction :

$$e (C x)$$

Le revenu imputable au terrain correspond à la différence :

$$k (l x) - d (k l x) - e (C x) = z,$$

c'est-à-dire : $z = x [(l - d) k l - e C]$.

La valeur actualisée de z, P_z , ou le prix d'un pied carré de terrain aux yeux de l'acquéreur, est déterminé par une série d'annuités dont chacune est escomptée à un taux d'intérêt r^{19} :

$$P_z = \frac{z}{(1+r)} + \frac{z}{(1+r)^2} + \frac{z}{(1+r)^3} + \dots + \frac{z}{(1+r)^n}.$$

Et, par simplification, on obtient :

$$P_z = \frac{z}{r} \left[1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right].$$

Dans la pratique, l'on attribue à n une forte valeur,

d'où : $\frac{1}{(1+r)^n}$ est voisin de 0.

19. En ce qui concerne le taux d'intérêt utilisé pour escompter les annuités, l'on choisit ordinairement le taux à long terme.

et $P_z \approx \frac{z}{r}$.

Donnons un exemple, en accordant les valeurs suivantes aux différentes variables :

- le loyer par pied carré de plancher l : 3 dollars
- le pourcentage d'espace rentable k : 75 p.c.
- la densité x : 6
- le coût moyen d'un pied carré de plancher bâti C : 12 dollars
- le pourcentage des revenus bruts absorbés par les dépenses de réparation et d'entretien d : 40 p.c.
- le rendement exigé de l'investissement e : 10%
- le taux d'intérêt à long terme r : 6%

Déterminons le revenu imputable au pied carré de terrain :

$k(lx)$, .75	(\$ 3.00) 6 =	\$13.50
— $d(klx)$, .40	(\$13.50) = —	\$5.40
— $e(Cx)$, .10	(\$12.00) 6 = —	\$7.20
z	=	\$0.90

Le revenu imputable à chaque pied carré de terrain est donc, annuellement, 0.90 dollar. Et la valeur actualisée d'une série d'annuités de cet ordre, le taux d'intérêt étant égal à 6%, équivaut à

$$P_z = \frac{\$0.90}{0.06} = \$15.00.$$

Si le terrain mesurait 50,000 pieds carrés, il lui serait imputé un revenu total égal à :

$Z = (\$0.90) (50,000 \text{ pieds carrés}) = \$45,000$ ²⁰,
dont la valeur actualisée, à 6% donne :

$$(P_z) y = \left(\frac{\$0.90}{0.06} \right) 50,000 \text{ pi.}^2 = \$750,000.$$

Nous touchons ici au problème de l'efficacité marginale de l'investissement ou, comme disait Keynes, l'efficacité marginale du capital. « Plus précisément, nous dit Keynes, nous définissons l'efficacité mar-

20. Voir le manuel de S.-L. McMichael, *McMichael's Appraising Manual*, 4^e édition, janvier 1963, chapitres 1 à 6.

ginale d'un capital le taux d'escompte qui, appliqué à la série d'annuités constituée par les rendements escomptés de ce capital pendant son existence entière, rend la valeur actuelle des annuités égale au prix de l'offre de ce capital. »²¹

Ainsi, le prix courant du terrain n'étant que 10 dollars le pied carré, l'efficacité marginale de l'investissement, représentée par l'achat de ce terrain, serait ce taux d'intérêt qui, appliqué à 0.90 dollar, produirait une valeur actualisée égale à 10 dollars. Il est facile de calculer ce taux. Nous avons en effet :

$$\$10. = \frac{\$0.90}{r'}$$

r' désignant l'efficacité marginale de l'investissement relatif à l'achat d'un pied carré de terrain. Il a pour valeur :

$$r' = \frac{\$0.90}{\$10.} = 9\%$$

Toutes choses étant égales d'ailleurs, l'entrepreneur serait incité à investir en présence d'un écart positif entre l'efficacité marginale de son investissement et le taux d'intérêt — disons 6% — qu'il aurait à payer en empruntant le montant nécessaire à l'achat du terrain, ou qu'il percevrait dans l'hypothèse où il placerait ses capitaux dans des titres d'un rendement ne dépassant pas 6%²².

Pour l'instant, nous n'irons pas plus loin, destinant au prochain article l'analyse critique du règlement de zonage assujetti à la dominante du calcul économique. Nous ramasserons alors toutes ces notions et ces relations étudiées entre le lot, l'implantation et la densité, dans une synthèse que nous confronterons avec les grands buts de la politique du S.U.M. en ce qui touche le flanc sud du Mont-Royal.

Vély LEROY,
professeur à l'École des
Hautes Études commerciales (Montréal).

21. Voir J.-M. Keynes, *Théorie Générale de l'emploi, de l'intérêt et de la Monnaie*, Payot, Paris, p. 150.

22. Ce comportement est bien celui que décrivaient les Wicksell, les I. Fisher et, plus tard, Keynes : le premier en faisant une distinction entre le taux naturel et le taux monétaire ; le second en développant la notion du taux de rendement par rapport au coût ; et le dernier en parlant de l'incitation à investir. Voir K. Wicksell, *Interest and Prices*, London 1936, chapitre 8, pp. 102-121 ; I. Fisher, *Theory of Interest*, 1930, p. 168 ; J.-M. Keynes, *op. cit.*, chapitre XI, pp. 150-161.

Appendice

Nous avons la relation:

$$(1) \quad a = 10^{\sqrt{i}} \left(\frac{1}{1-i} \right) \left(\frac{1}{c-i} \right).$$

Écrivons h au lieu du produit $\sqrt{i} \left(\frac{1}{1-i} \right) \left(\frac{1}{c-i} \right)$.

$$(1a) \quad a = 10^h$$

$$(2) \quad \frac{da}{di} = \frac{da}{dh} \frac{dh}{di}$$

$$(3) \quad \frac{da}{dh} = 10^h \text{ Log } 10$$

Écrivons, au lieu des expressions \sqrt{i} , $\frac{1}{1-i}$ et $\frac{1}{c-i}$,

u , v et w , pour les désigner respectivement.

$$\text{Donc:} \quad h = (u v w)$$

$$u = u(i)$$

$$v = v(i)$$

$$w = w(i)$$

$$(4) \quad \frac{dh}{di} = \frac{d(uvw)}{di},$$

c'est-à-dire:

$$(4a) \quad \frac{dh}{di} = w \frac{dvw}{di} + uv \frac{dw}{di},$$

ou encore:

$$(4b) \quad \frac{dh}{di} = w \left[u \frac{dv}{di} + v \frac{du}{di} \right] + uv \frac{dw}{di}.$$

Étant donné les définitions de u , v , et w , nous pouvons écrire:

$$(4c) \quad \frac{dh}{di} = \frac{1}{c-i} \left[\sqrt{i} (1-i)^{-2} + \frac{1}{1-i} \left(\frac{1}{2} \right) i^{-\frac{1}{2}} \right] \\ + \sqrt{i} \left(\frac{1}{1-i} \right) (c-i)^{-2}.$$

Remplaçons h , $\frac{dh}{di}$ et $\frac{da}{dh}$, par leurs valeurs respectives, dans l'équation (2):

$$(5) \quad \frac{da}{di} = \frac{da}{dh} \frac{dh}{di} = \left[10^{\sqrt{i}} \left(\frac{1}{1-i} \right) \left(\frac{1}{c-i} \right) \text{Log } 10 \right] \\ \left[\frac{1}{c-i} \left(\sqrt{i} (1-i)^{-2} + \frac{1}{1-i} \left(\frac{1}{2} \right) i^{-\frac{1}{2}} \right) + \sqrt{i} \left(\frac{1}{1-i} \right) (c-i)^{-2} \right].$$

Les dérivées secondes de \sqrt{i} , $\frac{1}{1-i}$ et $\frac{1}{c-i}$ sont respectivement:

$$\frac{d^2 \sqrt{i}}{di^2} = -\frac{1}{4} i^{-\frac{3}{2}}$$

$$\frac{d^2 \left(\frac{1}{1-i} \right)}{di^2} = 2 (1-i)^{-3}$$

$$\frac{d^2 \left(\frac{1}{c-i} \right)}{di^2} = 2 (c-i)^{-3}$$