L'Actualité économique

Modèles à retards échelonnés : expérience de Monte-Carlo

Hung Nguyen

Volume 49, numéro 1, janvier–mars 1973

URI : https://id.erudit.org/iderudit/802981ar
DOI : https://doi.org/10.7202/802981ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)
1710-3991 (numérique)

Découvrir la revue

Citer cet article

Nguyen, H. (1973). Modèles à retards échelonnés : expérience de Monte-Carlo. *L'Actualité économique*, *49*(1), 93–103. https://doi.org/10.7202/802981ar

MODÈLES À RETARDS ÉCHELONNÉS : EXPÉRIENCE DE MONTE-CARLO *

I. Introduction

L'histoire des modèles à retards échelonnés remonte aux années 1930 et aux contributions de Irving-Fisher et Tinbergen. Mais, en 1954, Koyck fut le premier qui ait exploité le modèle dans un contexte économétrique. La forme initiale du modèle de Koyck s'exprime comme suit :

$$(1) \qquad Y_t = \sum_{j=0}^{\infty} b_j x_{t-j} + U_t$$

où les coefficients b_j décroissent selon une progression géométrique (i.e. $b_j = \lambda^j b$; $j = 0, 1, 2 \ldots$; $0 < \lambda \leqq 1$).

Ce modèle peut être transformé sous forme autorégressive :

$$(2) \qquad \begin{cases} Y_t = bx_t - \lambda Y_{t-1} + W_t \\ W_t = U_t - \lambda U_{t-1} \end{cases}$$

en utilisant la transformation bien connue de Koyck. On appellera cette dernière équation : le modèle à retards échelonnés sous forme réduite. Nous pouvons exprimer W_t en terme des valeurs passées W_{t-j} :

$$(3) \qquad W_t = U_t - \sum_{j=1}^{\infty} \lambda^j W_{t-j}$$

C'est pourquoi le terme stochastique de la forme réduite est autocorrélé. Soit ρ, le coefficient d'autocorrélation des termes stochastiques, nous pouvons récrire le système (2) sous une forme équivalente :

$$(4) \qquad \begin{cases} Y_t = bx_t + \lambda Y_{t-1} + W_t \\ W_t = \rho W_{t-1} + e_t \end{cases}$$

L'estimation du modèle sous sa forme initiale (1) n'est pas faisable, car elle contient un nombre infini de variables. On pourrait aussi essayer

* L'auteur tient à remercier les professeurs Robert Lévesque, Lise Salvas-Bronsard et Gérald Marion pour leur aide indispensable dans la rédaction de ce travail.

d'estimer la forme réduite, mais là encore, nous nous heurtons à un autre problème difficile à résoudre : celui de la présence simultanée de la variable endogène retardée et de la dépendance des termes stochastiques. De nombreuses tentatives ont été présentées pour résoudre ce problème ; on les retrouve tant dans les études théoriques que dans les études empiriques. En ce qui concerne le fondement du modèle, nous trouvons dans différents contextes les travaux de Cagan [1] [1], de Nerlove [15], de Waud [20]. En ce qui concerne les études empiriques, nous trouvons les travaux de Klein [9], Liviatan [10], Hannan [8], Wilson et Taylor [16], Wallis [18], etc.

Klein [9] a interprété le modèle de Koyck comme un modèle à erreurs sur variables, mais son modèle n'est pas adéquat dans le cas des erreurs auto-corrélées (Malinvaud [12]).

Liviatan [10] a suggéré la méthode des variables instrumentales. Il s'agit d'utiliser x_{t-1} comme instrument à la place de la variable endogène retardée. Le fait de remplacer la variable endogène par une variable exogène retardée semble toutefois insatisfaisant car il peut en même temps entraîner la collinéarité des variables explicatives.

Hannan [8] a démontré que les estimateurs de Liviatan sont convergents mais inefficaces. Il a pour sa part proposé la méthode d'analyse spectrale qui donne des estimateurs asymptotiquement efficaces et convergents. Cependant, Amemiya et Fuller [6] ont démontré que les estimateurs de Hannan ne deviennent que des estimateurs de moindres carrés généralisés lorsqu'on utilise un estimateur convergent de la matrice de variance et de covariance des résidus à la place de la matrice des moments théoriques. Ces auteurs ont à leur tour proposé une façon d'obtenir des estimateurs asymptotiquement efficaces et convergents. Ils ont démontré que ces estimateurs sont asymptotiques aux estimateurs de vraisemblance maximale. En fait, si les termes stochastiques se distribuent selon une loi normale, les estimateurs de Hannan sont asymptotiques aux estimateurs de vraisemblance maximale, et la procédure de Amemiya et Fuller n'est qu'une autre manière d'arriver aux résultats de Hannan.

Nous mentionnerons également la méthode de « *Three Pass Least-Squares* » de Wilson et Taylor [16]. Le fondement de cette méthode repose sur l'estimé convergent de W_t. Quand l'estimateur de W_t n'est pas convergent, ces estimateurs de Wilson et Taylor ne sont ni convergents ni asymptotiquement efficaces (voir Wallis [18]). Wallis a proposé (dans le même article) la méthode des moindres carrés généralisés en deux étapes. Dans une première étape, on peut obtenir un estimé convergent du coefficient d'auto-corrélation en utilisant les résidus de la régression

1. Les nombres entre crochets renvoient à la bibliographie en fin d'article.

de Liviatan. Par la suite, on applique la méthode des moindres carrés généralisés en utilisant l'estimé du coefficient d'autocorrélation obtenu lors de la première étape. Les estimateurs obtenus par cette méthode sont convergents et asymptotiquement efficaces. La méthode de Wallis est en quelque sorte la procédure de Amemiya et Fuller citée ci-haut.

Dhrymes [4] a proposé une méthode itérative pour obtenir simultanément les estimés convergents de λ et de ρ (λ est le coefficient de la variable endogène retardée, ρ, le coefficient d'auto-corrélation des termes stochastiques). Une fois ces valeurs obtenues, il applique la méthode des moindres carrés généralisés pour obtenir simultanément les estimateurs des paramètres. La méthode de Dhrymes suit la même procédure que celle de Amemiya et Fuller, excepté en ce qui concerne la manière d'estimer le coefficient d'auto-corrélation. Gupta [7] a proposé d'estimer une relation équivalente au système (4) par la méthode des moindres carrés. En effet, une forme équivalente du système d'équation (4) est proposée par Dhrymes [4] :

$$(5) \qquad \begin{cases} Y_t = bx_t^* + W_t \\ x_t^* = \lambda x_{t-1}^* + x_t \\ W_t = \rho\, W_{t-1} + e_t \end{cases}$$

Les équations dans le système (5) peuvent être combinées dans la relation suivante :

$$(6) \qquad Y_t = bx_t + b\,\lambda\, x_{t-1}^* + \rho\, W_{t-1} + e_t$$

Cette équation contient deux variables exogènes non observables x_{t-1}^* et W_{t-1}. Gupta [7] a proposé une méthode pour obtenir les observations sur ces deux variables. Par la suite, il a appliqué la méthode des moindres carrés à l'équation (6) pour avoir simultanément des estimateurs des paramètres. Les estimateurs de Gupta sont convergents mais moins efficaces que les estimateurs de vraisemblance maximale.

Nous présentons ici, dans les grandes lignes, les propriétés asymptotiques de quelques estimateurs courants d'un modèle à retards échelonnés. C'est afin de mieux connaître les propriétés de ces estimateurs quand l'échantillon est de petite taille que nous jugeons opportun d'entreprendre cette étude. Notons tout de suite que les méthodes itératives seront exclues de l'étude.

II. Résultats empiriques

Nous effectuons les expériences empiriques sur le modèle (4). Les méthodes d'estimation retenues dans ce travail sont celles des moindres carrés (OLS), de Koyck-Klein, de three-pass least squares (3PLS), de variable instrumentale (VI), de Wallis (GLS) et de Dhrymes-Gupta.

Notons que les lettres entre parenthèses présentent le nom abrégé des méthodes d'estimation.

1) *Plan de l'expérience*

Pour généraliser le modèle, nous avons ajouté un terme constant (a) dans l'équation (1) du système (4). Dans ce qui suit, nous référons à ce nouveau système. C'est-à-dire, le système d'équation (4) avec un terme constant. Chaque expérience est caractérisée par un ensemble de paramètres prédéterminés ($\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{\lambda}$, $\bar{\rho}$), un ensemble d'observations sur la variable exogène (x_t) et une variable prédéterminée de la variance (σ_e^2) des termes stochastiques (e_t). Notons qu'une fois les valeurs de $\bar{\rho}$ et σ_e^2 connues, on peut déduire σ_w^2 (i.e. $\sigma_e^2 = (1 - \bar{\rho}^2)\ \sigma_w^2$).

Au premier stade nous tirons des échantillons d'observations sur le terme stochastique e_t, selon l'hypothèse de distribution normale de moyenne nulle et de variance σ_e. En utilisant la 2[e] relation du système (4) et une valeur initiale de W_t (i.e. $W_0 = 0$) nous obtenons les observations sur W_t. Par la suite, nous utiliserons la 1[ère] relation du système (4), dans laquelle on a ajouté le terme constant (a) et la valeur initiale de Y_t [2] pour obtenir des observations sur Y_t.

Pour chaque ensemble de paramètres, nous tirons 50 échantillons de taille 55. Cependant, seulement 50 observations allant de 6 à 55 seront utilisées dans les expériences. Notons que les valeurs de x_t sont les mêmes pour tous les échantillons. Chaque méthode d'estimation énoncée ci-dessus sera appliquée à 50 échantillons d'observations des variables. A la fin, nous étudions l'estimateur moyen ainsi que ses caractéristiques dont le biais, la moyenne quadratique des erreurs et la moyenne des erreurs standard estimées.

Deux séries d'observations sur x_t seront utilisées, l'une aléatoire, l'autre à partir d'une série économique. La série des observations aléatoires de x_t est générée à partir d'un programme du Control Data Corporation. Les valeurs obtenues sont des nombres aléatoires entre 100 et 600.

En ce qui concerne la série des observations d'une variable économique (x), elle est fortement auto-corrélée [3]. Le coefficient d'autocorrélation du premier ordre de cette série est d'environ .95. La série est d'abord divisée par 10 avant d'être utilisée dans l'expérience.

Notons que la norme des x_t n'influence pas la position relative des méthodes d'estimation, mais il semble raisonnable de prendre des observations assez grandes comparativement aux observations des termes stochastiques.

2. Nous utiliserons la méthode de Wallis pour déterminer la valeur initiale de Y_t (i.e. $Y_0 = (\bar{a} - \bar{b}\ \bar{x})\ /\ (1 - \bar{\lambda})$; où $\bar{x}$ est la moyenne des observations de x_t

3. Revenu national, United Kingdom (1891-1946), Prest, A.R., *Economic Journal*, 58, mars 1948, pp. 31-62. Wallis a utilisé la même série mais divisée par 100.

Les structures envisagées sont présentées dans les tableaux 1 et 2. La première structure de chaque série d'expériences selon que x_t soit aléatoire ou d'une variable économique, est identique à celle de Wallis (i.e. expérience RI et EI).

2) *Résultats de l'expérience* [4]

Nous faisons tout d'abord une remarque concernant la méthode de Dhrymes-Gupta. Quand la 1ère équation du système (5) renferme un terme constant (a) nous avons :

$$Y_t = a + bx_t^* + W_t \tag{7}$$

En utilisant la même démarche que Gupta [7], nous arrivons finalement à l'équation suivante :

$$Y_t = a^* + bx_t + b\,\lambda\, x_{t-1}^* + \rho\, W_{t-1} + e_t \tag{8}$$

où :

$$a^* = a/(1-\lambda)$$

TABLEAU 1

LES STRUCTURES ENVISAGÉES

(Série des X aléatoires)

Expériences	a	b	λ	ρ	σ_W^2	σ_e^2
R1	25	.8	.6	.5	75	56.2
R2	25	.9	.6	.6	50	32.0
R3	25	.5	.9	.2	250	240.0
R4	25	.5	.2	.9	150	28.5
R5	25	.5	.9	.9	250	47.5

TABLEAU 2

LES STRUCTURES ENVISAGÉES

(Série des X d'une variable économique)

Expériences	a	b	λ	ρ	σ_W^2	σ_e^2
E1	25	.8	.6	.5	200	150.0
E2	25	.9	.6	.6	50	32.0
E3	25	.5	.9	.5	250	187.5
E4	25	.7	.7	.9	150	28.5
E5	25	.5	.9	.9	250	47.5

4. Les résultats détaillés seront fournis sur demande.

Pour générer les observations sur x^*_{t-1} et W_{t-1}, nous utilisons les deux processus suivants :

$$(9) \qquad \begin{cases} \hat{x}^*_t = \lambda_1 \hat{x}^*_{t-1} + x_t \; ; \; \hat{x}^*_0 = 0 \\ \hat{W}_t = Y_t - \hat{a}^* - \hat{b}_1 \hat{x}^*_t \; ; \hat{a}^* = \hat{a}_1/(1 - \hat{\lambda}_1) \end{cases}$$

où, $\hat{a}_1$, $\hat{b}_1$ et $\hat{\lambda}_1$ sont obtenus par l'application de la méthode de Liviatan à la 1[ère] équation du système (4).

Une fois obtenues les observations sur x^*_{t-1} et W_{t-1}, nous appliquons la méthode des moindres carrés à l'équation (8). Nous déduisons ensuite l'estimé de λ à partir de l'estimé du produit $b\lambda$ (i.e. $\hat{\lambda} = \widehat{b\lambda}/\hat{b}$) ; il en est de même pour les erreurs standard de $\hat{\lambda}$. Nous faisons maintenant un bref commentaire sur les résultats obtenus.

Série des X aléatoires. — En général les méthodes de OLS et Koyck-Klein donnent des résultats semblables sur les estimés de b, λ, ρ [5] et σ^2_w, quand le degré d'auto-corrélation est faible (i.e. $\rho \leq 0.5$). Dans le cas contraire, OLS donne de meilleurs résultats. Les deux méthodes sous-estiment sérieusement la variance résiduelle (σ^2_w) quelle que soit la valeur de ρ.

Dans le cas où ρ est faible, la méthode OLS et celle de VI sont équivalentes ; mais lorsque le degré d'auto-corrélation est fort, la méthode de VI donne des résultats plus satisfaisants que celle de OLS. Nous remarquons également que l'on surestime en général le coefficient d'auto-corrélation. Cela est dû au facteur de correction du biais $3/N$ de Wallis, qui, en général, est plus grand que le biais théorique. En effet, si nous prenons l'espérance mathématique de $\hat{\rho}$[6], nous avons :

$$E\ (\hat{\rho}) = \rho - (2/N)\ \rho + 0\ (1/N^2)$$

Comme $|\ \rho\ | \leq 1$ nous voyons que $2/N$ est suffisant pour réduire le biais.

La méthode de 3PLS sous-estime en général le coefficient d'auto-corrélation, le biais augmente quand ρ augmente. L'estimé de la variance résiduelle est satisfaisante ; le coefficient de corrélation multiple est en général plus grand que celui de OLS ou VI. La méthode 3PLS est en général meilleure que la méthode de OLS ou VI.

En ce qui concerne la méthode Wallis, elle est en général meilleure que 3PLS. Cependant, le coefficient de corrélation multiple est plus petit que celui de 3PLS. Un fait est intéressant à noter : tandis que 3PLS est très sensible à la valeur théorique de ρ, la méthode de Wallis est très

5. ρ est estimé à partir des résidus (i.e. $\rho - \frac{N\ [W_{-1}W]}{(N-1)\ [W^2]} + \frac{3}{50}$) cette équation est proposée par Wallis (18), où $[W_{-1}W]$ est le moment empirique de W_t et W_{t-1}; $[W^2]$, celui de W^2_t.

6. Voir Copas [3].

sensible aux variations de σ_e^2. L'efficacité de cette méthode par rapport aux autres est particulièrement supérieure quand nous avons une forte auto-corrélation et un grand coefficient de la variable endogène retardée. Ceci explique la performance de la méthode de GLS de Wallis quand il s'agit des situations extrêmes (i.e. ρ grand et λ grand).

La méthode de Dhrymes-Gupta donne des estimés de b moins biaisés que toutes les autres méthodes, et également un estimé de ρ moins biaisé que celui de ρ dans 3PLS dans les situations extrêmes. En ce qui concerne le terme constant, nous constatons que le biais de a^* est toujours de même signe, mais plus grand que celui de a dans la méthode VI. Ceci est une conséquence directe de l'utilisation des estimateurs a_1 et $\hat{\lambda}_1$ de VI pour déduire $\hat{a}^*$ dans le processus de Gupta. En général, il s'ensuit deux conséquences directes :

— le biais de $\hat{a}^*$ est toujours plus grand et du même signe que celui de $\hat{a}$ dans VI ;
— le biais de $\hat{a}^*$ est à peu près de $(1-\lambda)^{-1}$ fois le biais de $\hat{a}$ dans la méthode de VI. A cause de ce biais, le modèle est très sensible aux variations de λ.

C'est pourquoi on obtient des estimés de λ et a^* plus biaisés que ceux de λ et a dans les méthodes de GLS ou 3PLS. La méthode de Gupta donne des résultats moins bons que les méthodes GLS et 3PLS, surtout quand la valeur de ρ est faible.

Série des observations d'une variable économique (X). — Quand il s'agit d'une série des observations d'une variable économique (X), la position relative des méthodes d'estimation reste en général inchangée. Nous observons un grand biais des estimateurs des coefficients dans les modèles qui utilisent les résidus de OLS, notamment ceux de OLS, de 3PLS et de Koyck-Klein. Dans tous les cas, la méthode de GLS donne des résultats moins biaisés et plus efficaces que les autres méthodes.

Afin de mieux faire ressortir la différence entre les méthodes d'estimation dans le cas d'une série de X indépendants et dans celui d'une série de X auto-corrélés, nous présentons une série de tableaux sur les biais des coefficients, tels que b, λ, ρ et σ_w^2. Les chiffres apparaissant dans ces tableaux sont tirés des expériences R2, R5, E2 et E5. Nous savons que les expériences R2 et E2 portent sur le même ensemble de valeurs théoriques. Ce qui les différencie, c'est uniquement la série de X utilisée. Il en est de même pour les expériences R5 et E5. La comparaison de ces tableaux nous permet de faire les constatations suivantes.

(1) Pour les méthodes de OLS, 3PLS et Koyck-Klein quand il s'agit d'une série de X auto-corrélés (observations d'une variable économique), on sous-estime b, tandis que lorsqu'il s'agit d'une série de X indépendants (observations aléatoires), on le surestime. Le biais augmente considérablement dans le cas des X auto-corrélés.

En ce qui concerne la méthode de GLS, elle donne un biais considérablement plus petit que les autres méthodes, surtout lorsque la valeur de b est grande. Il est intéressant de noter que dans le cas où les X sont indépendants, la norme du coefficient b semble avoir peu d'influence sur les résultats ; ceci n'est plus vrai dans le cas des X auto-corrélés.

TABLEAU 3

LE BIAIS DE L'ESTIMÉ DE b

Expériences	GLS	VI	3PLS	OLS	Koyck-Klein	Dhrymes-Gupta
R2	.0021	.0023	.0020	.0021	.0021	.0012
E2	−.0000	−.0024	−.0056	−.0089	−.0119	−.0076
R5	.0018	.0023	.0021	.0026	.0026	.0033
E5	.0036	.0051	−.0042	−.0057	−.0081	−.0020

(2) Le biais de λ augmente quand on change les X indépendants par des X auto-corrélés, ceci s'applique aux méthodes 3PLS, OLS, Koyck-Klein et Dhrymes-Gupta. Par contre, pour les méthodes GLS et VI, le biais de λ diminue quand on passe d'une série à l'autre. En général, l'estimé de λ obtenu par GLS est le moins biaisé de tous.

TABLEAU 4

LE BIAIS DE L'ESTIMÉ DE λ

Expériences	GLS	VI	3PLS	OLS	Koyck-Klein	Dhrymes-Gupta
R2	.0017	.0016	.0014	.0028	.0034	.0036
E2	−.0000	.0010	.0027	.0045	.0061	.0084
R5	.0016	.0026	.0008	.0090	.0112	.0047
E5	−.0012	−.0003	.0027	.0040	.0051	.0227

(3) Quand on remplace les X indépendants par des X auto-corrélés, le biais de l'estimé de la variance résiduelle augmente dans tous les cas, sauf lorsqu'il s'agit des méthodes de GLS et de VI. Ces deux dernières méthodes donnent un biais plus petit quand les X sont auto-corrélés que lorsque les X sont indépendants.

TABLEAU 5

LE BIAIS DE LA VARIANCE RÉSIDUELLE σ_W^2

Expériences	GLS	VI	3PLS	OLS	Koyck-Klein	Dhrymes-Gupta
R2	2.3698	1.4702	1.3111	.7544	.7704	16.7206
E2	.2188	− .7248	1.2591	− 1.5134	− 1.4749	13.6335
R5	−82.6493	−97.5454	1.6097	−110.6861	−110.4986	74.1952
E5	−80.8076	−84.9939	2.2697	−125.9828	−125.9019	61.599

(4) Sans doute, l'implication la plus importante, quand on change de série des X, se rapporte au biais de l'estimé du coefficient d'auto-corrélation. Nous voyons que le biais de ρ augmente énormément quand il s'agit d'une série de X auto-corrélés, quelle que soit la méthode, sauf pour les méthodes de GLS et de VI. A la lumière de ces résultats, nous constatons une supériorité évidente de la méthode d'estimation de GLS, par rapport aux autres méthodes et particulièrement par rapport à la méthode de 3PLS quand il s'agit d'une série de X auto-corrélés.

TABLEAU 6

LE BIAIS DE L'ESTIMÉ DE ρ

Expériences	GLS	VI	3PLS	OLS	Koyck-Klein	Dhrymes-Gupta
R2	.0327	.0170	−.0329	.0000	−.0605	.0139
E2	.0035	−.0118	−.0706	−.0234	−.0848	.0316
R5	−.0345	−.0648	−.1027	−.0937	−.1542	.0067
E5	−.0436	−.0658	−.1550	−.1207	−.1813	.0054

III. Conclusion

L'expérience nous permet de tirer les conclusions suivantes :

— les méthodes de OLS et de Koyck-Klein donnent des résultats acceptables quand il s'agit d'une série de X indépendants et quand il s'agit d'une série de résidus de faible degré d'auto-corrélation. Ces méthodes sont très sensibles aux changements de la variance résiduelle. Le biais des estimateurs augmente énormément quand on change les X

indépendants par des X auto-corrélés ; l'efficacité des estimateurs est aussi diminuée dans le même cas.

— la méthode de Dhrymes-Gupta est très sensible aux variations du coefficient de la variable endogène retardée et aux variations du coefficient d'auto-corrélation. Elle est moins efficace quand ρ est plus petit que 0.5. D'autre part, la méthode de Gupta, à cause de la définition particulière qu'elle présente du terme constant est, en général, moins bonne que la méthode GLS ou la méthode 3PLS, surtout quand les X sont auto-corrélés ou quand ρ est faible.

— la méthode de 3PLS donne des résultats satisfaisants dans le cas où le degré d'auto-corrélation est assez grand ($\rho > 0.5$). Elle ne donne pas de résultats valables quand le degré d'auto-corrélation est faible. D'autre part, elle est moins efficace quand les X sont auto-corrélés. Elle est en général plus adéquate que les méthodes OLS, Koyck-Klein, Dhrymes-Gupta, et VI, mais elle l'est moins que GLS.

HUNG-NGUYEN,
ministère des Affaires sociales,
Direction de la planification,
projet MEDICS

BIBLIOGRAPHIE

[1] CAGAN, P., « The Monetary Dynamic of Hyper-Inflation », *Studies in the Quantity Theory of Money,* M. Friedman (éd.), Chicago, 1956.

[2] COCHRANE, D. et ORCUTT, G.H., « An Application of Least-Squares Regressions to Relationships Containing Auto-Correlated Error Terms », *Journal of the American Statistical Association,* vol. 44, pp. 356-372, 1949.

[3] COPAS, J.B., « Monte-Carlo Results for Estimation in a Stable Markov Time Series », *Journal of Royal Statistical Society,* vol. 10, 1966.

[4] DHRYMES, P.J., « Efficient Estimation of Distributed Lags with Auto-Correlated Errors », *International Economic Review,* vol. 10, pp. 47-67, février 1969.

[5] DURBIN, J., « Testing for Serial Correlation in Least-Squares Regression when Some of the Regressors Are Lagged Dependent Variables », Mimeographed, 1967.

[6] FULLER, W.A. et AMEMIYA, T., « A Comparative Study of Alternative Estimators in a Distributed Lags Model », *Econometrica,* vol. 35, pp. 509-529, octobre 1967.

[7] GUPTA, Y.P., « Least-Squares Variant of the Dhrymes Two Steps Estimation Procedure of the Distributed Lags Model », *International Economic Review,* vol. 10, pp. 112-113, février 1969.

[8] HANNAN, E.J., « The Estimation of Relation Involving Distributed Lags », *Econometrica*, vol. 33, pp. 206-224, janvier 1965.

[9] KLEIN, L.R., « The Estimation of Distributed Lags », *Econometrica*, vol. 26, pp. 553-565, octobre 1958.

[10] LIVIATAN, N., « Consistant Estimation of Distributed Lags », *International Economic Review*, vol. 4, pp. 44-52, 1963.

[11] MALINVAUD, E., « Estimation et prévision dans les modèles économiques autorégressifs », *Revue de l'Institut International de Statistique*, vol. 29, 1961.

[12] MALINVAUD, E., « The Estimation of Distributed Lags : a Comment », *Econometrica*, vol. 29, pp. 430-433, juillet 1961.

[13] MALINVAUD, E., *Méthodes statistiques de l'économétrie*, Dunod, Paris, 1964.

[14] MORRISON, J.L., JR., « Small Sample Properties of Selected Distributed Lag Estimators », Discussion Paper No. 42, Department of Economics, University of Pennsylvania, 1967.

[15] NERLOVE, M., *Distributed Lags and Demand Analysis for Agricultural and other Commodities*, U.S.D.A., Agricultural Handbook, n° 141, Washington, juin 1958.

[16] TAYLOR, L.A. et WILSON, T.A., « Three Pass Least-Squares : a Method of Estimating Models with Lagged Dependent Variable », *Review of Economics and Statistics*, vol. 46, pp. 329-346, novembre 1964.

[17] TINOLEY, P.A., « An Application of Variable Weight Distributed Lags », *J.A.S.A.*, vol. 62, pp. 1277-1289, 1967.

[18] WALLIS, K.F., « Lagged Dependent Variables and Serially Correlated Errors : Reappraisal of Three Pass Least-Squares », *Review of Economics and Statistics*, vol. 49, pp. 555-567, novembre 1967.

[19] WALLIS, K.F., « Some Recent Developments in Applied Econometrics : Dynamic Models and Simultaneous Equations Systems », *Journal of Economic Literature*, 1969.

[20] WAUD, R.N., « Misspecification in the « Partial Adjustment » and « *Adaptive Expectations* » Models », *International Economic Review*, vol. 9, pp. 204-217, 1968.