L'Actualité économique

Modèle d'estimation de l'élasticité de substitution et du progrès technologique
Estimation of the elasticity of substitution and technological change: a model

Richard G. Zind

Volume 57, numéro 2, avril–juin 1981

URI : https://id.erudit.org/iderudit/600969ar
DOI : https://doi.org/10.7202/600969ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)
1710-3991 (numérique)

Découvrir la revue

Citer cet article

Zind, R. G. (1981). Modèle d'estimation de l'élasticité de substitution et du progrès technologique. *L'Actualité économique*, *57*(2), 148–159. https://doi.org/10.7202/600969ar

Résumé de l'article

We derive in the present study a set of equations that yield, through regression analysis, estimates of the elasticity of substitution and of the indexes of technical change attributed to Hicks, Harrod and Solow. On the basis of data drawn from the U.S. non-farm economy, we obtain estimates that are consistent with other findings namely a value for the elasticity of substitution (between labour and capital) that is less than unity and indexes which imply that technology has tended to be Hicks labour-saving, Harrod capital-saving and Solow labour-saving.

MODÈLE D'ESTIMATION DE L'ÉLASTICITÉ DE SUBSTITUTION ET DU PROGRÈS TECHNOLOGIQUE

L'étude du progrès technologique est généralement faite à l'aide de la fonction de production, qui relie le niveau de production (que nous dénotons par Y) aux niveaux des facteurs utilisés. À un degré élevé d'agrégation, il est d'usage de limiter l'analyse aux deux facteurs fondamentaux de production, la main-d'oeuvre (que nous dénotons par L) et le capital (que nous dénotons par K). Une fonction de production groupant les variables Y, L et K se présente somme suit:

$$Y = G(L,K) \tag{1}$$

où la fonction G est stable, représentant une technologie donnée.

Le progrès technologique peut être introduit dans cette formulation par le biais d'indices de la forme $\alpha(t)$ et$\beta(t)$, qui mesurent les rendements des facteurs, comme suit:

$$Y = G_1(\alpha(t)L,\ \beta(t)K) \tag{2}$$

où à nouveau la fonction G_1 est stable, le progrès technologique agissant sur Y par son effet sur les indices. Ces derniers sont exprimés en fonction du temps (t) qui reflète l'avance temporelle de la technologie. Ainsi, dans le temps, des augmentations enregistrées dans la variable Y sont compatibles avec des valeurs constantes de L et K, d'une part, et imputables à des variations dans les indices $\alpha(t)$ et $\beta(t)$, d'autre part.

La variable t peut aussi constituer un des arguments de la fonction comme suit:

$$Y = F(L,\ K;\ t) \tag{3}$$

Cette relation est d'une portée plus générale puisque sa dérivation n'est pas sujette à certaines des restrictions imposées à l'équation (2) [1]. Toutefois, F n'est pas stable mais subit des déplacements dans le temps que nous attribuons à t. De nouveau, nous pouvons constater des augmentations dans la variable Y qui sont compatibles avec des valeurs

1. L'équation (2) est dérivée sous la contrainte que l'élasticité de substitution entre L et K est constante (sur ce point, voir l'article de H. Rose). De plus, l'équation est dérivée à partir de l'hypothèse que la fonction de production est homogène au premier degré.

constantes de L et K et sont imputables à t. Dans l'espace tri-dimensionnel de Y, L et K, ces augmentations se manifestent par un déplacement de la fonction F.

La dérivée totale de l'équation (3) par rapport à t nous donne :

$$\frac{dY}{dt} = F_L \frac{dL}{dt} + F_K \frac{dK}{dt} + F_t \tag{3a}$$

où la dérivée partielle de Y par rapport à ses arguments est dénotée par les termes F_L, F_K et F_t. À ce niveau de dérivation, la variable t n'entre pas dans les termes F_L et F_K. Évidemment, ces derniers représentent les rendements des facteurs L et K.

Au niveau de la dérivée seconde, (par exemple $\frac{\partial^2 F}{\partial L . \partial t} = F_{Lt}$) t affecte le rendement des facteurs et l'analyse du progrès technologique est donc centrée sur les dérivées secondes. À titre d'exemple, le terme F_{Lt} mesure l'effet du temps (ou de la technologie) sur le rendement de la main-d'oeuvre qui, en régime de concurrence, est équivalent au taux réel de salaire. Une analyse de l'effet du temps sur les taux réels de salaire et de rentabilité du capital permet ainsi d'évaluer la nature du progrès technologique.

Suite aux travaux de J. Hicks[2], il est convenu de classer le progrès technologique en progrès neutre et en progrès biaisé. Ce dernier peut être, à son tour, « épargnant » en capital ou en main-d'oeuvre.

Plusieurs définitions de neutralité ont été formulées[3] et dans la présente étude nous en retenons trois, attribuées à Hicks, Harrod et Solow.

Selon J. Hicks[4], les grandes accumulations de capital dans les économies du monde occidental ont eu pour effet de réduire le coût (et le rendement) du capital induisant ainsi les entreprises à adopter des innovations intensives en capital (et épargnant en main-d'oeuvre). Ceci aida à relever le rendement du capital et permit plus de souplesse dans l'utilisation conjointe du capital et de la main-d'oeuvre qui se refléta dans des valeurs plus grandes de l'élasticité de substitution, σ. Ainsi, de par son effet sur σ, le progrès technologique semble avoir affecté la distribution du revenu national en faveur du capital.

Dans cette optique, Hicks examina la neutralité du progrès technologique et la formula en fonction d'une relation qui relie les rapports $\frac{F_L}{F_K}$ et $\frac{K}{L}$. Si cette relation demeure invariable dans le

2. Voir J. Hicks, chapitre IV.
3. Voir les articles de Sato et Beckman (1968 et 1969) pour un examen approfondi de ces définitions.
4. Voir J. Hiks, chapitre IV.

temps, la technologie est qualifiée de neutre ; autrement elle est biaisée. Nous dérivons à partir de cette relation un indice de neutralité technologique H attribué à Hicks qui se définit comme suit :

$$H = \frac{F_{Lt}}{F_L} - \frac{F_{Kt}}{F_K}.$$

Selon Harrod, le progrès technologique est neutre si la relation reliant les termes $\frac{Y}{K}$ et F_K demeure invariable dans le temps. Dans cette formulation l'accent est mis sur le capital à l'exclusion de la main-d'oeuvre. L'inverse a lieu dans la définition de neutralité technologique attribuée à Solow. Selon cet auteur, la technologie est neutre si la relation entre $\frac{Y}{L}$ et F_L demeure invariable dans le temps.

Évidemment, les trois définitions ne sont pas indépendantes et à l'aide de deux d'entre elles nous pouvons dériver la troisième.

Nous exprimons sous une forme fonctionnelle qui incorpore la variable t les relations qui caractérisent ces trois définitions. Ensuite nous en dérivons deux relations économétriques, qui par analyse de régression, fournissent des estimations des trois indices de progrès technologique et de l'élasticité de substitution.

Dans la section 2 de la présente étude, nous développons les équations préliminaires à la formulation du modèle d'estimation des indices de neutralité technologique et de σ. Les définitions de neutralité attribuées à Hicks, Harrod et Solow ainsi que les relations sont présentées dans la section 3. L'interdépendance entre les trois définitions est examinée dans la section 4 et dans la section 5 nous présentons les estimations des paramètres obtenues par analyse de régression. Ces estimations sont analysées dans la section 6 et sont suivies par une conclusion.

2) *Équations préliminaires*

Nous reprenons l'équation (3) de la section précédente et formulons l'hypothèse que la fonction F est homogène au premier degré. Ceci nous permet d'écrire :

$$Y = F(L, K; t) \tag{3}$$

et

$$Y = LF_L + KF_K \tag{4}$$

L'équation (4), représentant la répartition du revenu entre la masse salariale et la rente du capital, est dérivée à partir du Théorème d'Euler ayant trait aux fonctions homogènes au premier degré.

La dérivée totale des équations (3) et (4) par rapport à t nous donne les équations (3a) [voir la section précédente] et (4a) comme suit :

$$\frac{dY}{dt} = F_L \frac{dL}{dt} + F_K \frac{dK}{dt} + F_t \tag{3a}$$

$$\frac{dY}{\mathrm{dt}} = F_L \frac{dL}{\mathrm{dt}} + L \frac{dF_L}{\mathrm{dt}} + F_K \frac{dK}{\mathrm{dt}} + K \frac{dF_K}{\mathrm{dt}} \tag{4a}$$

Reprenant à titre d'exemple, le terme $F_L \frac{dL}{dt}$ de l'équation (3a), le multipliant et le divisant par L, nous obtenons : $LF_L \frac{\frac{dL}{dt}}{L}$

Procédant de la même manière pour les autres termes et divisant l'équation par Y, nous obtenons

$$\frac{\frac{dY}{dt}}{Y} = \frac{LF_L}{Y} \frac{\frac{dL}{dt}}{L} + \frac{KF_K}{Y} \frac{\frac{dK}{dt}}{K} + \frac{F_t}{Y}$$

Le terme $\frac{\frac{dY}{dt}}{Y}$ représente le taux de croissance de Y et nous le dénotons par $\hat{Y}$. L'expression $\frac{LF_L}{Y}$ représente la part de la masse salariale dans le revenu national, et nous la dénotons par Π. Finalement, nous représentons par Θ l'expression $\frac{KF_K}{Y}$ et par ϕ l'expression $\frac{F_t}{Y}$.

Ceci nous permet de ré-écrire comme suit les deux équations :

$$\hat{Y} = \Pi \hat{L} + \phi \hat{K} + \phi \tag{3b}$$

$$\hat{Y} = \Pi \hat{L} + \Pi \hat{F}_L + \phi \hat{K} + \phi \hat{F}_K \tag{4b}$$

Des équations (3b) et (4b), nous obtenons :

$$\phi = \Pi \hat{F}_L + \phi \hat{F}_K \tag{5}$$

L'élasticité de substitution est définie comme suit :

$$\sigma = d \log \left(\frac{K}{L} \right) \div d \log \left(\frac{F_L}{F_K} \right) = \frac{\hat{K} - \hat{L}}{\hat{F}_L - \hat{F}_K} \tag{6}$$

En raison de l'homogénéité au premier degré de F, la définition de σ se simplifie comme suit :

$$\sigma + \frac{F_L F_K}{Y F_{LK}} \tag{6a}$$

où $F_{LK} = F_{KL}$ représente la dérivée seconde de F par rapport à L et K.

Le développement de F_L par rapport aux arguments L, K et t nous donne :

$$\frac{dF_L}{dt} = F_{LL} \frac{dL}{dt} + F_{LK} \frac{dK}{dt} + F_{Lt}$$

Tenant compte que $F_{LL} = \frac{-K}{L} F_{LK}$ et en utilisant la définition de σ donnée dans l'équation (6a) nous obtenons :

$$\hat{F}_L = \frac{1}{\sigma} \left[\Theta(\hat{K} - \hat{L}) \right] + \frac{F_{Lt}}{F_L} \qquad (7)$$

Pour le développement de F_K nous procédons de la même manière en tenant compte que $F_{KK} = \frac{-L}{K} F_{LK}$:

$$\hat{F}_K = \frac{1}{\sigma} \left[\Pi(\hat{L} - \hat{K}) \right] + \frac{F_{Kt}}{F_K} \qquad (8)$$

L'impact de t (temps ou technologie) sur le rendement des facteurs L et K est donné par les termes F_{Lt} et F_{Kt}.

3) *Biais technologiques*

a) *Biais attribué à Hicks*

Par définition, le biais technologique attribué à Hicks, que nous dénotons par H, est donné par : $H = \frac{F_{Lt}}{F_L} - \frac{F_{Kt}}{F_K}$. Une relation incorporant H est obtenue à partir de la soustraction de l'équation (8) de (7) comme suit :

$$\hat{F}_L - \hat{F}_K = \frac{1}{\sigma} (\hat{K} - \hat{L}) + \mathrm{H} \qquad (9)$$

Sous forme équivalente, nous avons également :

$$\hat{L} - \hat{K} = \sigma (\hat{F}_K - \hat{F}_L) + \sigma\mathrm{H} \qquad (9a)$$

(Notez que les parts de L et K dans le produit national n'apparaissent plus dans ces formulations étant donné que, conformément à l'hypothèse que F est homogène du premier degré, $\Pi + \Theta = 1$).

La valeur de H peut être nulle, positive et négative comme suit :

1) Si $H = 0$, $(\frac{F_{Lt}}{F_L} = \frac{F_{Kt}}{F_K})$, la technologie est qualifiée de neutre. [L'équation (9) nous donne alors pour σ une relation identique à celle de l'équation (6)].

2) Si $H > 0$, $(\frac{F_{Lt}}{F_L} > \frac{F_{Kt}}{F_K})$, la technologie est dite « épargnante en capital ». Finalement,

3) Si $H < 0$, $(\frac{F_{Lt}}{F_L} < \frac{F_{Kt}}{F_K})$ la technologie est dite « épargnante en main-d'oeuvre ».

b) *Biais attribué à Harrod*

Étant donné que $\Pi + \Theta = 1$, l'équation (4b) peut être reformulée comme suit :

$$\hat{Y} = \hat{K} - \Pi (\hat{K} - \hat{L}) + \Pi (\hat{F}_L - \hat{F}_K) + \hat{F}_K$$

La valeur du second terme, notamment $- \Pi (\hat{K} - \hat{L})$, nous est donnée par une reformulation de l'équation (8) à savoir :

$$\sigma \hat{F}_K - \sigma \frac{F_{Kt}}{F_K} = - \Pi (\hat{K} - \hat{L}).$$

La valeur du troisième terme nous est donnée par l'équation (9) comme suit :

$$\Pi (\hat{F}_L - \hat{F}_K) = \frac{\Pi}{\sigma} (\hat{K} - \hat{L}) + \Pi H$$

Finalement, la valeur du dernier terme nous est donné par l'équation (8) que nous reproduisons :

$$\hat{F}_K = \frac{\Pi}{\sigma} (\hat{L} - \hat{K}) + \frac{F_{Kt}}{F_K}$$

La substitution de ces valeurs dans la formulation de Y nous donne :

$$\hat{Y} = \hat{K} + \sigma \hat{F}_K - \sigma \frac{F_{Kt}}{F_K} + \frac{\Pi}{\sigma} (\hat{K} - \hat{L}) + \Pi H - \frac{\Pi}{\sigma} (\hat{K} - \hat{L}) + \frac{F_{Kt}}{F_k}$$

$$\hat{Y} - \hat{K} = \sigma \hat{F}_K + \Pi H + (1 - \sigma) \frac{F_{Kt}}{F_K} \quad (10)$$

Dénotant le terme $(1 - \sigma) \frac{F_{Kt}}{F_K}$ par C_1, nous obtenons :

$$\hat{Y} - \hat{K} = \sigma \hat{F}_K + \Pi H + C_1 \quad (10a)$$

L'indice du biais technologique attribué à Harrod, que nous dénotons par H_A, consiste en la somme des derniers deux termes, à savoir $H_A = \Pi H + (1 - \sigma) \frac{F_{Kt}}{F_K}$.

Le progrès technologique est qualifié de neutre quand $H_A = 0$; si simultanément $H = 0$, ceci implique que $\sigma = 1$, ou $\frac{F_{Kt}}{F_K} = 0$, ou les deux ensembles.

Le progrès technologique est « épargnant » en capital quand $H_A > 0$ et « épargnant » en main-d'oeuvre quand $H_A < 0$.

c) *Biais attribué à Solow*

Une reformulation similaire des équations (4b), (8) et (9) nous permet d'établir la relation suivante :

$$\hat{Y} - \hat{L} = \sigma \hat{F}_L - \Theta H + (1 - \sigma) \frac{F_{Lt}}{F_L} \quad (11)$$

Dénotant le terme $(1 - \sigma) \frac{F_{Lt}}{F_L}$ par C_2, nous obtenons :

$$\hat{Y} - \hat{L} = \sigma \hat{F}_L - \Theta H + C_2 \tag{11a}$$

L'indice de biais technologique attribué à Solow, que nous dénotons par S, consiste en la somme des deux derniers termes, à savoir

$$S = - \Theta H + (1 - \sigma) \frac{F_{Lt}}{F_L}$$

Le progrès technologique est qualifié de neutre quand $S = 0$; si simultanément $H = 0$, ceci implique que $\sigma = 1$, ou $\frac{F_{Lt}}{F_L} = 0$, ou les deux ensembles.

Si la valeur de $(\hat{Y} - \hat{L})$ dépasse celle de $\sigma \hat{F}_L$ (c.à.d. si $S > 0$) le progrès technologique est qualifié d'« épargnant » en main-d'oeuvre. Inversement, il est « épargnant » en capital si $S < 0$.

4) *Relation entre les trois indices de biais*

Les trois indices développés dans la section précédente sont :

$$\sigma H = \sigma \left(\frac{F_{Lt}}{F_L} - \frac{F_{Kt}}{F_K}\right)$$

$$H_A = \Pi H + (1 - \sigma) \frac{F_{Kt}}{F_K}$$

$$S = - \Theta H + (1 - \sigma) \frac{F_{Lt}}{F_L}$$

L'absence de progrès technologique se traduit par une valeur nulle assumée par chacun des termes $\frac{F_{Lt}}{F_L}$ et $\frac{F_{Kt}}{F_K}$.

Si ces termes ont des valeurs positives et identiques

$$\left(\frac{F_{Lt}}{F_L} = \frac{F_{Kt}}{F_K} > 0\right)$$

$H = 0$ mais, tans que $\sigma < 1$, H_A et S accusent aussi des valeurs positives. Le progrès technologiques est alors qualifié de neutre selon la définition de Hicks, « d'épargnant » en capital selon la définition de Harrod et « d'épargnant » en main-d'oeuvre selon la définition de Solow.

Si la fonction de production est du type Cobb-Douglas ($\sigma = 1$), le biais technologique se limite à la définition attribuée à Hicks et il n'est plus possible de distinguer entre les trois définitions.

Finalement, l'interdépendance entre les trois définitions se dégage clairement quand nous déduisons l'indice de Solow de celui de Harrod, comme suit :

$$H_A - S = \Pi H + (1 - \sigma) \frac{F_{Kt}}{F_K} + \Theta H + (1 - \sigma)$$
$$\frac{F_{Lt}}{F_L} = H - H + \sigma H = \sigma H$$

5) *Estimation des paramètres*

L'interdépendance algébrique se distingue aussi au niveau des équations. L'équation (9) est obtenue à partir de la différence entre les équations (7) et (8). ; elle peut également être obtenue à partir de la différence entre les équations (10) et (11). Afin d'éviter des biais d'estimation causés par cette interdépendance, nous limitons notre analyse aux deux dernières équations, notamment (10a) et (11a), que nous reproduisons ci-après pour faciliter la lecture :

$$\hat{Y} - \hat{K} = \sigma \hat{F}_K + \Pi H + C_1 \quad (10a)$$
$$\hat{Y} - \hat{L} = \sigma \hat{F}_L - \Theta H + C_2 \quad (11a)$$

Une analyse de régression appliquée séparément à (10a) et (11a) est susceptible de donner des estimations différentes de l'élasticité de substitution. Afin de restreindre σ à une valeur unique, nous groupons les deux équations en une seule relation, comme suit [5] :

$$\begin{bmatrix} \hat{Y} - \hat{K} \\ \\ \hat{Y} - \hat{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{F}_K & \Pi & 1 & 0 \\ \\ \hat{F}_L & -\Theta & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma \\ H \\ C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Les équations furent appliquées à des données compilées par Kendrick et recueillies pour les années 1909-1960 pour le secteur privé non agricole de l'économie américaine [6]. Ces données ont déjà servi de base à plusieurs estimations de σ et nous les utilisons dans la présente étude en vue de comparer nos résultats à ceux déjà obtenus et tester ainsi la validité de nos équations. Une moyenne mobile sur cinq ans fut utilisée pour lisser les mouvements cycliques présents dans les données.

Les estimations obtenues par régression sont :

5. Pour les propriétés statistiques d'un tel groupement, voir l'article de Zellner.
6. Ces données sont reproduites dans les articles de Sato et Hoffman, Beckman et Sato, et Sato (1970).

Équation	σ	H	C_1	C_2	R^2	F
6a	0,62848	-0,6365	0,04754		0,5149	23,35
(valeur de t)	(4,44)	(-0,25)	(0,28)			
7a	0,64330	-0,24755		-0,07603	0,8467	121,56
(valeur de t)	(14,80)	(-4,12)		(-3,75)		
8	0,60757	-0,17063	0,11852	-0,04916	0,6381	52,90
(valeur de t)	(9,69)	(-1,71)	(1,78)	(-1,48)		

6) *Analyse des résultats*

En termes des mesures statistiques R^2 et F, l'analyse de régression donne des résultats satisfaisants pour chacune des trois équations. Les estimations de σ sont hautement significatives et cohérentes entre elles, étant centrées sur une valeur de 0,6. Elles sont également conformes aux résultats d'autres recherches[7] qui indiquent pour cette élasticité une valeur inférieure à l'unité.

Les trois équations indiquent pour H une valeur négative qui, selon la définition de Hicks, implique un biais technologique « épargnant » en main-d'oeuvre. L'estimation la plus significative est donnée par la deuxième régression (t = -4,12). Les résultats de cette régression impliquent également un biais technologique, qui selon la définition de Solow, est « épargnant » en main-d'oeuvre, la valeur moyenne de S étant positive. [La valeur de S est obtenue à partir de la relation $S = -\Theta H + C_2$, où les valeurs estimées de H et de C_2 sont relativement, ainsi qu'indiqué ci haut, -0,24755 et -0,07603. Pour Θ, nous calculons une valeur moyenne pour la période étudiée de 0,35848]. Quant aux deux autres équations, notamment (6a) et (8), nous obtenons également des valeurs positives pour S.

Les estimations de H et de C_1 obtenues des équations (10a) et (12) nous permettent de chiffrer la valeur de H_A ($= \Pi H + C_1$), la valeur moyenne de Π (la part de la main-d'oeuvre dans le revenu) pouvant être calculée à partir des données de base. Pour la période étudiée, la valeur moyenne de Π ($= 1 - \Theta$) est de 0,6415 et nous obtenons donc pour chacune des deux équations [(10a) et (12)] une valeur positive de H_A. Selon la définition de Harrod, ceci implique un biais technologique « épargnant » en capital.

Dans l'ensemble, pour les trois définitions du biais, nos estimations sont conformes à celles obtenues par d'autres chercheurs (voir, p.e., les résultats de Sato (1970) et de Takayama).

7. Une liste étendue des estimations de σ obtenues par divers chercheurs est donnée dans l'article de Takayama.

Il nous est aussi possible d'évaluer H par voie analytique, sans recours à la régression. Le taux de croissance de Π est relié à H comme suit[8] :

$$\hat{\Pi} = (1 - \Pi) \left[\left(\frac{1 - \sigma}{\sigma}\right) (\hat{K} - \hat{L}) + H \right] \tag{13}$$

Durant la période étudiée, la part de la main-d'oeuvre dans le revenu est demeurée quasi constante de sorte que comme approximation nous pouvons établir que $\hat{\Pi} = 0$. L'équation (13) peut donc être reformulée comme suit :

$$H = \frac{\sigma - 1}{\sigma} (\hat{K} - \hat{L})$$

La valeur de σ étant inférieure à l'unité, l'expression $\left(\frac{\sigma - 1}{\sigma}\right)$ est négative. Pour le second terme, le taux de croissance du capital a dépassé celui de la main-d'oeuvre de sorte que $(\hat{K} - \hat{L}) > 0$. La valeur de H est donc forcément négative confirmant ainsi les résultats de la régression.

7) *Conclusions*

Nous avons dérivé dans la présente étude un ensemble d'équations qui nous permettent d'obtenir des estimations de l'élasticité de substitution et du biais technologique formulé selon les définitions de Hicks, Harrod et Solow. Les résultats que nous obtenons sont hautement significatifs d'un point de vue statistique et sont aussi conformes aux estimations d'autres chercheurs.

Par le biais de la théorie de la dualité, il est possible d'obtenir des estimations des mêmes paramètres à partir d'une fonction de coûts correspondant à une fonction donnée de production[9]. Une forme spécifique de la fonction est alors adoptée, telle que la Cobb-Douglas, la CES, la Translog ou la Leontief généralisée. Le progrès technologique tel que défini par Hicks est incorporé à la fonction sous forme d'indice de biais. Le capital et la main-d'oeuvre sont souvent divisés en plusieurs sous-ensembles et l'analyse de régression fournit alors des estimations des élasticités partielles ainsi que des indices partiels de biais. Certaines études, basées sur des données tirées de l'économie américaine[10] ont été publiées et fournissent des estimations de ces élasticités et indices de biais[11].

---

8. Voir l'article de Zind pour la dérivation de cette équation.
9. Voir l'étude de W.E. Diewert.
10. Voir les études de Biswanger et de Berndt et Khaled.
11. Étant donné la nature partielle des élasticités et indices de biais estimés dans ces études, il n'est malheureusement pas possible de comparer ces résultats à nos estimations.

Dans la présente étude, nous mettons l'accent sur les deux facteurs fondamentaux de production. Ceci nous permet de dériver nos relations à partir d'une fonction de production de forme générale sujette à la contraite d'homogénéité au premier degré. Aucune forme spécifique de fonction n'est postulée. De plus, notre approche se prête mieux à notre désir de formuler des relations pour les trois indices de biais attribués à Hicks, Harrod et Solow et de déterminer l'interdépendance de ces indices.

Une estimation simultanée des paramètres des équations par la méthode des moindres carrés nous fournit une estimation de l'élasticité de substitution et des trois indices de biais. L'élasticité de substitution mesure la souplesse d'utilisation conjointe du capital et de la main-d'oeuvre et constitue ainsi un indice important des propriétés de la fonction de production. Quand au progrès technologique, il demeure un facteur déterminant de la croissance économique et affecte grandement la répartition du revenu entre le capital et la main-d'oeuvre. L'estimation de σ et de la nature du progrès technologique constitue donc un élément essentiel du processus d'évaluation et de formulation des politiques économiques.

Richard G. ZIND,
Université d'Ottawa

BIBLIOGRAPHIE

BECKMAN, MARTIN J., and RYUZO SATO, "Aggregate Production Functions and Types of Technical Progress: A Statistical Analysis", *The American Economic Review,* 59 (mars 1969), pp. 88-101.

BERNDT, E.R. et M.S. KHALED, "Parametric Productivity Measurement and Choice Among Flexible Functional Forms", *Journal of Political Economy,* 87, (déc. 1979), pp. 1220-1245.

DIEWERT, W.E. *Application of Duality Theory,* University of British Columbia and Research Projects Group, Strategic Planning and Research Division, Department of Manpower and Immigration, Canada, 1973.

HICKS, John R., *The Theory of Wages* (London: Macmillan and Co., Ltd., 1932).

ROSE, H., "The Condition for Factor-Augmenting Technical Change", *Economic Journal,* 78 (déc. 1968), pp. 966-971.

SATO, RYUZO, "The Estimation of Biased Technical Progress and the Production Function", *International Economic Review,* 11 (juin 1970), pp. 179-208. "The Most General Class of CES Functions", *Econometrica,* 43 (sept.-nov. 1975), pp. 999-1003.

SATO, RYUZO, and MARTIN BECKMAN, "Neutral Inventions and Production Functions", *Review of Economic Studies,* 35 (janv. 1968), pp. 57-66.

SATO, RYUZO, and R.F. HOFFMAN, "Production Functions with Variable Elasticity of Substitution: Some Analysis and Testing", *Review of Economics and Statistics,* 50 (nov. 1968), pp. 453-460.

TAKAYAMA, AKIRA, "On Biased Technological Progress", *The American Economic Review,* 64 (sept. 1974), pp. 631-639.

ZELLNER, ARNOLD, "An Efficient Method of Estimating Unrelated Regressions and Tests of Aggregation Bias", *Journal of the American Statistical Association,* 57 (1962), pp. 348-368.

ZIND, RICHARD G., "A Note on the Measurement of Technical Bias in the U.S. Economy", *Review of Economics and Statistics,* 61 (mai 1979), pp. 301-304.