

Des observations empiriques encourageantes pour la théorie dualiste

Some encouraging firm level evidence for duality theory

J. A. Breslaw et J. B. Smith

Volume 59, numéro 2, juin 1983

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/601214ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/601214ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Résumé de l'article

De récents résultats empiriques suggèrent que les caractéristiques estimées des technologies de production dépendent du modèle postulé (primal ou dual). Dans cet article nous nous intéressons à ce problème. Nous concluons que de différences significatives n'existent pas en ce qui concerne les données de Bell Canada.

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)

1710-3991 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Breslaw, J. A. & Smith, J. B. (1983). Des observations empiriques encourageantes pour la théorie dualiste. *L'Actualité économique*, 59(2), 230–239.
<https://doi.org/10.7202/601214ar>

DES OBSERVATIONS EMPIRIQUES ENCOURAGEANTES POUR LA THÉORIE DUALISTE*

J.A. BRESLAW

et

J.B. SMITH

Département d'Économie et

Institut de Recherche Économique Appliquée

Université Concordia

De récents résultats empiriques suggèrent que les caractéristiques estimées des technologies de production dépendent du modèle postulé (primal ou dual). Dans cet article nous nous intéressons à ce problème. Nous concluons que de différences significatives n'existent pas en ce qui concerne les données de Bell Canada.

I. INTRODUCTION

Des résultats empiriques présentés récemment par Burgess (1975) et Appelbaum (1978) suggèrent que les caractéristiques estimées des technologies de production néoclassiques ne sont pas indépendantes du modèle postulé (primal ou dual). En particulier, Burgess et Appelbaum ont trouvé qu'il y avait des différences importantes entre les estimations des modèles de production et de coût en ce qui concerne les élasticités (partielles) de substitution des facteurs. Les deux auteurs concluent qu'il faut prêter beaucoup d'attention au choix du modèle et à l'interprétation des résultats. De même, Burgess a noté que les estimations des caractéristiques techniques des modèles de production apparaissaient plus fiables que celles des modèles de coût.

Dans leur analyse respective, les auteurs ont élaboré des mesures de quantité et de prix de la production agrégée comme indice Divisia des intrants et des prix des facteurs. De plus, les auteurs ont retenu l'hypothèse d'homogénéité de degré un des intrants et l'hypothèse de changement technique neutre de Hicks comme caractéristiques de la technologie sous-jacente. Finalement, les deux auteurs ont utilisé des modèles plus

* Cette recherche a bénéficié d'une subvention du ministère des Communications du Canada.

restrictifs du côté de la production que du côté des coûts. En particulier, ils ont posé comme hypothèse que la fonction de production pouvait être spécifiée en séparant extrants et intrants pour ainsi définir implicitement et estimer une technologie de production non séparable répondant aux conditions de rendements à l'échelle constants et de neutralité hicksienne.

Deux questions importantes se posent. Premièrement, les résultats de Burgess et Appelbaum sont-ils valables au niveau de la firme où des séries indépendantes d'intrants et d'extrants sont disponibles et où les hypothèses de rendements à l'échelle constants et de neutralité hicksienne peuvent être testées? Deuxièmement, les résultats sont-ils significativement dépendants de l'hypothèse de production séparable?

Dans cet article, nous nous intéressons à la première question. Nous effectuons une comparaison des approches de type dual à la modélisation des technologies de production pour une grande entreprise de communication canadienne: Bell Canada. Les résultats de l'analyse empirique suggèrent qu'il n'y a pas de différence significative dans les caractéristiques technologiques estimées qui émergent de l'un ou l'autre des modèles. Nous considérons ceci comme un appui solide à la théorie dualiste au niveau de la firme.

II. UN TEST DE DUALITÉ POUR BELL CANADA

Préambule

Bell Canada est la plus grande entreprise de communications du Canada. Elle détient virtuellement un monopole pour la fourniture de plusieurs types de services au Québec et en Ontario. De même, Bell est réglementée quant aux prix et au taux de profit. Dans un article récent, il fut démontré que Bell Canada n'est pas contrainte de façon effective par rapport à la réglementation du taux de profit¹. De plus, la réglementation des prix apparaît très importante au niveau agrégé. L'élasticité-prix de la demande de l'indice de production utilisé dans les modèles qui suivent a été estimée à $-0,38$. Ainsi, l'hypothèse de maximisation des profits ne peut être soutenue au niveau d'un type de production. L'hypothèse, moins forte, de minimisation des coûts sous contrainte de production déterminée (réglementée) de façon exogène, fut introduite et elle s'est avérée compatible avec les données.

Le modèle de production

Le modèle de production est spécifié de la façon suivante.

$$\text{Minimiser } C = wL + vM + rK \quad (1)$$

1. Voir Breslaw et Smith (1981b).

sujet à la fonction de production translog séparable:

$$\begin{aligned} \text{Ln}Q &= C_0 + CL \text{Ln} \hat{L} + CK \text{Ln} \hat{K} + CM \text{Ln} \hat{M} \\ &+ 0,5[CLL(\text{Ln} \hat{L})^2 + CKK(\text{Ln} \hat{K})^2 + CMM(\text{Ln} \hat{M})^2] \\ &+ CLK \text{Ln} \hat{L} \text{Ln} \hat{K} + CLM \text{Ln} \hat{L} \text{Ln} \hat{M} + CKM \text{Ln} \hat{K} \text{Ln} \hat{M} \\ &+ CT \text{Ln} \hat{T} + 0,5(\text{Ln} \hat{T})^2 + CLT \text{Ln} \hat{L} \text{Ln} \hat{T} \\ &+ CKT \text{Ln} \hat{K} \text{Ln} \hat{T} + CMT \text{Ln} \hat{M} \text{Ln} \hat{T} \end{aligned} \quad (2)$$

où $\hat{X} = X/\bar{X}$ et \bar{X} est la moyenne de $X \in (L, K, M, T, Q)$.

C = Coût total, en dollars courants.

Q = Production agrégée, calculée comme indice Divisia de quantité de services locaux, tarifs des messages téléphoniques et autres tarifs.

L = Homme-heures pondérés par la structure salariale de 1967.

K = Stock de capital net, en dollars de 1967.

M = Indice de quantité des matières premières.

w = Taux de salaire (facture salariale totale divisée par L).

v = Coût unitaire des matières premières (valeur courante des matières premières divisée par M).

r = Prix unitaire du capital à l'aide de la dérivée de Hall et Jorgenson (1971) en tenant compte des gains de capital.

T = Indicateur de technologie représenté par l'interurbain automatique.

La minimisation de (1) sujet à (2) donne un système de quatre conditions du premier degré dont la fonction de production. Le multiplicateur de Lagrange correspondant à la contrainte de production s'élimine en exprimant les trois autres conditions du premier degré sous la forme du rapport:

$$\frac{Vm}{wL} = \frac{CM + CLM \text{Ln} \hat{L} + CKM \text{Ln} \hat{K} + CMM \text{Ln} \hat{M} + CMT \text{Ln} \hat{T}}{CL + CLL \text{Ln} \hat{L} + CLK \text{Ln} \hat{K} + CLM \text{Ln} \hat{M} + CLT \text{Ln} \hat{T}} \quad (3)$$

et

$$\frac{rK}{wL} = \frac{CK + CLK \text{Ln} \hat{L} + CKK \text{Ln} \hat{K} + CKM \text{Ln} \hat{M} + CKT \text{Ln} \hat{T}}{CL + CLL \text{Ln} \hat{L} + CLK \text{Ln} \hat{K} + CLM \text{Ln} \hat{M} + CLT \text{Ln} \hat{T}} \quad (4)$$

2. Les données pour la période 1956-1978 ont été obtenues du rapport annuel de Bell Canada et des audiences du CRTC. (Voir Bibliographie).

Les données sont les mêmes que celles décrites dans Breslaw et Smith (1981a). De même, Denny, Fuss, Everson et Waverman (1981) présentent une discussion des données et de leurs sources.

En terminant, les séries sur le stock de capital ont été construites par Bell Canada sous forme d'un indice composé de plusieurs types d'actifs physiques. Bell Canada doit régulièrement fournir des mises à jour de ces données aux audiences du CRTC.

Le modèle de production général est composé des équations (2), (3) et (4) incluant les termes d'erreur qui représentent les erreurs d'optimisation aléatoires. Les erreurs ont été spécifiées pour covarier entre les équations. Les estimations des paramètres des systèmes simultanés ont été obtenues à l'aide d'une procédure Zellner non linéaire. Un modèle partiel de production fut également utilisé en parallèle avec le modèle général décrit ci-haut. Ce modèle ne comprenait pas l'équation (2). De même, il importe de noter que le changement technique a été spécifié de façon très générale.

Le modèle de coût

La fonction de coût est spécifiée sous une forme translog symétrique :

$$\begin{aligned} \text{Ln}C = & C_o + C_w \ln\hat{w} + C_v \ln\hat{v} + C_r \ln\hat{r} + C_Q \ln\hat{Q} + C_T \ln\hat{T} \\ & + 0,5[C_{ww}(\ln\hat{w})^2 + C_{vv}(\ln\hat{v})^2 + C_{rr}(\ln\hat{r})^2 \\ & + C_{QQ}(\ln\hat{Q})^2 + C_{TT}(\ln\hat{T})^2] \\ & + C_{wv} \ln\hat{w} \ln\hat{v} + C_{wr} \ln\hat{w} \ln\hat{r} + C_{wQ} \ln\hat{w} \ln\hat{Q} + C_{wT} \ln\hat{w} \ln\hat{T} \\ & + C_{rv} \ln\hat{r} \ln\hat{v} + C_{rQ} \ln\hat{r} \ln\hat{Q} + C_{rT} \ln\hat{r} \ln\hat{T} + C_{rQ} \ln\hat{r} \ln\hat{Q} \\ & + C_{rT} \ln\hat{r} \ln\hat{T} + C_{QT} \ln\hat{Q} \ln\hat{T} \end{aligned} \quad (5)$$

où le signe (^) signifie rapporté à l'échelle de la moyenne, et toutes les variables sont définies comme dans le modèle de production. Le lemme de Sheppard donne les équations de répartition suivantes :

$$\frac{wL}{C} = C_w + C_{ww} \ln\hat{w} + C_{wv} \ln\hat{v} + C_{wr} \ln\hat{r} + C_{wT} \ln\hat{T} + C_{wQ} \ln\hat{Q} \quad (6)$$

$$\frac{rK}{C} = C_r + C_{wr} \ln\hat{w} + C_{rv} \ln\hat{v} + C_{rr} \ln\hat{r} + C_{rT} \ln\hat{T} + C_{rQ} \ln\hat{Q} \quad (7)$$

$$\frac{vM}{C} = C_v + C_{wv} \ln\hat{w} + C_{vv} \ln\hat{v} + C_{rv} \ln\hat{r} + C_{vT} \ln\hat{T} + C_{vQ} \ln\hat{Q} \quad (8)$$

L'homogénéité de degré un des prix des facteurs implique que les paramètres de la fonction de coût doivent satisfaire l'ensemble des contraintes indépendantes suivantes :

$$\begin{aligned} C_w + C_r + C_v &= 1 \\ C_{ww} + C_{wr} + C_{wv} &= 0 \\ C_{wr} + C_{rr} + C_{rv} &= 0 \\ C_{wT} + C_{rT} + C_{vT} &= 0 \\ C_{wQ} + C_{rQ} + C_{vQ} &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Aux fins de l'estimation, les contraintes ont été imposées aux coefficients de matières premières. Comme telles les équations de répartition des matières premières ont pu être éliminées du modèle et les paramètres furent récupérés et analysés plus tard. Un terme d'erreur, reflétant les

erreurs d'optimisation et spécifié pour covarier entre les équations, a été ajouté à chaque équation. Le modèle général de coût était donc composé des équations (5), (6) et (7) alors que le modèle partiel était composé des équations (6) et (7).

Les paramètres furent estimés à l'aide d'une technique Zellner. À nouveau, le changement technique a été spécifié de façon très générale.

III. RÉSULTATS

Estimations du modèle de coût

Une caractéristique intéressante de l'ensemble de données utilisées a eu un effet important sur les estimations des modèles de coûts général et partiel. En particulier, la part des matières premières dans les coûts est demeurée approximativement constante sur la période d'échantillonnage. Par contre, étant donné que les prix relatifs des facteurs, la production et l'indicateur de technologie ont varié constamment dans l'échantillon, on aurait pu croire que les paramètres de matières premières, excluant la constante (voir équation (8)) ne seraient pas significativement différents de zéro. En fait, il fut vérifié statistiquement (à l'aide d'un test de vraisemblance) que les paramètres (C_{wv} , C_{rv} , C_{rv} , C_{vT} , C_{vQ}) n'étaient pas significativement différents de zéro au niveau 1%. Les nouvelles contraintes imposées par l'homogénéité de degré un des prix des facteurs furent alors données par l'équation (9) en posant égaux à zéro les coefficients de matières premières définis ci-haut. De même, des tests additionnels portant sur les modèles général et partiel, effectués à l'aide du rapport de vraisemblance au niveau 1%, ont montré que plusieurs autres paramètres n'étaient pas non plus significativement différents de zéro; ces paramètres sont, $\{C_{wv}, C_{wQ}\}$. Étant donné les nouvelles contraintes, cela signifiait donc que $\{C_{wr}, C_{rr}, C_{rQ}\}$ n'étaient pas non plus significativement différents de zéro. Les autres estimations et erreurs standards des paramètres sont présentées au tableau 1.

L'examen des paramètres estimés montre que le modèle général de coût se rapproche beaucoup d'un Cobb-Douglas. En fait, le modèle de coût suggère que les extrants sont séparables des intrants car il peut être écrit sous la forme $C = f(Q,T)g(w,r,v,T)$. L'hypothèse à l'effet que le modèle de coût est séparable en $(Q, \{w,r,v\}T)$ est rejetée au niveau 1%, ce qui implique que le progrès technique n'est pas Hicks-neutre. De plus, dans le modèle partiel il y a seulement cinq paramètres différents de zéro. De même, les estimations de paramètres du modèle partiel ne sont pas significativement différentes des estimations obtenues à l'aide du modèle général. En fait, elles sont identiques à trois décimales près.

Ce résultat suggère que les équations de répartition sont compatibles avec la fonction de coût et, par conséquent, que la minimisation des coûts

est une description plausible du processus de production de Bell Canada. D'autres preuves de cette affirmation ressortent de l'examen des statistiques de régression ; plus précisément, la fonction de coût dont le R^2 est égal 0,99, l'équation de répartition du travail (0,98) et celle du capital (0,97), et cela, pour les deux modèles. Un examen des résidus des équations des deux modèles de même que la statistique de Durbin-Watson suggèrent que les erreurs sont peu importantes et vraiment aléatoires.

Estimations du modèle de production

La part du coût des matières premières est demeurée constante sur la période et cela a eu un effet *direct* sur l'estimation des modèles de coût par l'intermédiaire des équations de répartition. Mais, elle n'a eu qu'un effet *indirect* sur les modèles de production car seuls les rapports des parts apparaissent dans les équations de contrainte. Néanmoins, un problème additionnel s'est présenté lors de l'estimation des modèles de production. Ainsi, étant donné que les équations de contrainte (3) et (4) sont homogènes de degré zéro dans leurs paramètres, il aurait fallu normaliser ces paramètres avant d'estimer le modèle partiel de production. Cela est dû au fait que la technologie de production n'est pas contrainte a priori pour répondre aux exigences de rendements constants à l'échelle. Malheureusement, il n'y a pas de solution satisfaisante à ce problème.

La normalisation nécessaire pour estimer le modèle aurait biaisé directement les calculs des caractéristiques de production comme l'élasticité de substitution et d'échelle. Mais, si l'hypothèse de rendements constants à l'échelle attachée à cet ensemble de données est raisonnable, elle devrait fournir l'information de normalisation nécessaire. Après avoir consacré beaucoup d'efforts à cette question, il a été décidé de n'estimer que le modèle général de production.

Même si nous obtenons moins d'information, la qualité de cette information sera meilleure que si nous avons fait usage d'hypothèses arbitraires.

Les estimations des paramètres et les erreurs standards du modèle général sont présentés au tableau 2. Comme pour les modèles de coût, l'ajustement sur les données est de qualité supérieure. La statistique R^2 de la fonction de production est de 0,99 et celles des contraintes capital-travail et matières premières-travail s'établissent respectivement à 0,99 et 0,94. À nouveau, les résidus apparaissent complètement aléatoires. Finalement, les tests d'hypothèses n'ont pas permis d'effectuer de simplifications dans le modèle. Le tableau 2 montre que certains paramètres ne semblent pas significatifs au niveau de 95%. Ce résultat reflète en partie la colinéarité des intrants, des extrants et de la technologie physique de l'échantillon. Contrairement aux modèles de coût, le modèle de production est très sensible à la colinéarité. L'explication réside dans le fait que le

TABLEAU 1
ESTIMATIONS DES PARAMÈTRES DU MODÈLE DE COÛT

Paramètre	Modèle général		Modèle partiel	
	Estimation	Erreur standard	Estimation	Erreur standard
C_o	0,129	0,089		
C_{ir}	0,427*	0,003	0,427*	0,003
C_r	0,377*	0,003	0,377*	0,003
C_r	0,196*	0,001	0,196*	0,001
C_q	0,758*	0,100		
C_T	-0,289	0,200		
C_{TT}	0,083	0,239		
C_{qq}	0,050	0,042		
C_{wT}	-0,151*	0,005	-0,151*	0,005
C_{rT}	0,151*	0,005	0,151*	0,005
C_{qr}	-0,222	0,127		

* Significatif à 95%.

Log de la fonction de vraisemblance: 260,098.

TABLEAU 2
ESTIMATIONS DES PARAMÈTRES DU MODÈLE GÉNÉRAL DE PRODUCTION

Paramètre	Estimation	Erreur standard	Paramètre	Estimation	Erreur standard
C_o	0,002	0,121	C_{TT}	0,569	0,383
C_L	0,635*	0,091	C_{LK}	-0,029	0,068
C_K	0,764*	0,107	C_{LM}	-0,082*	0,021
C_M	0,330*	0,048	C_{KM}	-0,076	0,038
C_T	-0,276	0,294	C_{LT}	-0,098	0,121
C_{LL}	0,345*	0,056	C_{KT}	0,139	0,139
C_{KK}	0,201*	0,081	C_{MT}	0,029	0,066
C_{MM}	0,097*	0,023			

* Significatif à 95%.

Log de la fonction de vraisemblance: 189,05.

modèle de coût doit répondre à la condition d'homogénéité de degré un dans les prix des facteurs. Par conséquent, même si les prix des facteurs sont reliés, l'homogénéité des modèles de coût implique que le modèle de production est effectivement spécifié en termes des rapports des prix des facteurs, qui démontrent une corrélation moins forte.

Il est intéressant de noter que l'hypothèse de neutralité hicksienne (impliquant que la fonction de production peut être écrite sous la forme $Q = L(T)Z(L, M, K)$) a été rejetée au niveau de 1%. La forte colinéarité de la série de données empêche effectivement de tester si l'extrant est séparable des intrants.

IV. COMPARAISON DES RÉSULTATS DU MODÈLE

Conditions d'optimalité additionnelle

En plus des conditions reliées aux contraintes estimées, d'autres conditions découlent de la procédure de minimisation des coûts. En particulier, les conditions du deuxième degré du modèle général de coût seront satisfaites si la fonction de production est quasi-concave au niveau des intrants. Cela a été vérifié pour chaque couple de données en évaluant le déterminant hessien approprié. Il existe une exigence additionnelle pour la fonction de coût. Elle doit être concave dans les prix des facteurs. Étant donné que les fonctions translog n'étaient pas contraintes a priori pour satisfaire ces restrictions additionnelles, il a fallu faire une vérification pour chaque couple de données. Il s'est avéré que les conditions du second degré étaient respectées pour chaque couple de données dans tous les modèles.

Élasticités d'échelle

L'hypothèse de rendements constants à l'échelle a été testée pour les deux modèles de coût et de production. Dans les deux cas, elle fut rejetée sur la base du test du rapport de vraisemblance. Le tableau 3 présente les estimations des élasticités d'échelle pour toute la période d'échantillonnage. Les deux approches convergent et elles indiquent qu'il s'agit de rendements croissants à l'échelle. De plus, les estimations des deux modèles sont très semblables. Elles diffèrent légèrement au début et à la fin, mais elles sont très rapprochées (3% de différence) au milieu de la période.

Élasticités de substitution

Il fut noté plus tôt que les formes finales des modèles de coût sont plus simples que les formes translog initiales en raison et, comme conséquence, des tests d'hypothèses. En fait, les derniers modèles de coût se caractérisaient par des élasticités de substitution unitaires Hicks-Allen-Uzawa entre les facteurs de production. Les estimations des élasticités de substitution du modèle général de production sont présentées au tableau 4. Elles sont toutes très rapprochées de l'unité. Ainsi, à nouveau les résultats des modèles de coût et de production sont très semblables.

En terminant, il importe de noter que les intervalles de confiance à 95% des élasticités d'échelle et de substitution ont été construits à partir des moyennes échantillonales pour les deux modèles. Les intervalles de confiance se recoupaient, ce qui fournit un appui statistique à la similitude des résultats des deux modèles.

TABLEAU 3
ESTIMATIONS DES ÉLASTICITÉS D'ÉCHELLE

Année	Modèle de coût	Modèle de production	Année	Modèle de coût	Modèle de production
1956	1,43625	1,67733	1968	1,72521	1,78253
1957	1,43965	1,69724	1969	1,73557	1,78543
1958	1,51126	1,71262	1970	1,72292	1,79436
1959	1,55548	1,72139	1971	1,71554	1,78895
1960	1,63840	1,73049	1972	1,71582	1,79301
1961	1,69365	1,73254	1973	1,70220	1,80186
1962	1,66334	1,73261	1974	1,68650	1,81647
1963	1,68013	1,74453	1975	1,67666	1,82245
1964	1,72910	1,76047	1976	1,66511	1,83375
1965	1,72699	1,76817	1977	1,65524	1,84157
1966	1,71774	1,77884	1978	1,66816	1,86011
1967	1,69521	1,78019			

TABLEAU 4
ESTIMATIONS DE L'ÉLASTICITÉ DE SUBSTITUTION DU MODÈLE GÉNÉRAL DE PRODUCTION

Année	σ_{LK}	σ_{LM}	σ_{KM}	Année	σ_{LK}	σ_{LM}	σ_{KM}
1956	1,00150	1,00203	1,00140	1968	1,00064	1,00114	1,00029
1957	1,00132	1,00187	1,00124	1969	1,00059	1,00105	1,00025
1958	1,00125	1,00185	1,00103	1970	1,00054	1,00097	1,00024
1959	1,00117	1,00180	1,00088	1971	1,00053	1,00094	1,00021
1960	1,00114	1,00182	1,00073	1972	1,00050	1,00088	1,00019
1961	1,00110	1,00181	1,00062	1973	1,00044	1,00078	1,00017
1962	1,00101	1,00166	1,00055	1974	1,00039	1,00069	1,00016
1963	1,00095	1,00159	1,00051	1975	1,00035	1,00063	1,00014
1964	1,00088	1,00152	1,00045	1976	1,00032	1,00058	1,00013
1965	1,00081	1,00139	1,00041	1977	1,00030	1,00054	1,00013
1966	1,00073	1,00127	1,00037	1978	1,00027	1,00048	1,00012
1967	1,00067	1,00119	1,00034				

V. CONCLUSIONS

Cet article a fait état d'un test de dualité au niveau de la firme à l'aide de données relatives à une grande entreprise canadienne de communications. Il en ressort que les modèles primal et dual donnent les mêmes estimations des propriétés de la technologie sous-jacente. Ce résultat vient en contradiction avec les résultats de Burgess et Appelbaum. Une piste de recherche future serait de déterminer si la question de la séparabilité dont il fut question au début, a eu un effet important sur les résultats de Burgess et Appelbaum.

BIBLIOGRAPHIE

- APPELBAUM, E. (1978), « Testing Neoclassical Production Theory », *Journal of Econometrics*, 7, 1, pp. 87-102.
- BELL CANADA, *Annual Reports*, 1952 à 1978.
- BRESLAW, J.A. et J.B. SMITH (1981a), « Efficiency, Equity and Regulation : An Optimal Pricing Model of Bell Canada », *Canadian Journal of Economics* (à paraître).
- BRESLAW, J.A. et J.B. SMITH (1981b), « The Restrictiveness of Flexible Functional Forms and the Measurement of Regulatory Constraint », *Land Economics* (à paraître).
- BURGESS, D.F. (1975), « Duality Theory and Pitfalls in the Specification of Technologies », *Journal of Econometrics*, 3, 2, pp. 105-121.
- CHRISTENSEN, L.D., D.W. JORGENSON, et L.J. LAU (1971), « Conjugate Duality and the Transcendental Logarithmic Production Function », *Econometrica*, 39, 4, pp. 255-256.
- CRTC, 1978, Rate Hearings, Bell Canada P(NAPO) 03 mars 78-732.
- DENNY, M., M. FUSS, C. EVERSON et L. WAVERMAN (1981), « Estimating the Effects of Diffusion of Technological Innovations in Telecommunications : The Production Structure of Bell Canada », *Canadian Journal of Economics*, XIV, pp. 24-43.
- DIEWERT, W.E. (1974), « Applications of Duality Theory », in M. Intriligator and D. Kendrick (éd.), *Frontiers of Quantitative Economics*, vol. II, Amsterdam : North Holland Publishing Company.
- HALL, R.E. et JORGENSON, D.W., « Application of the Theory of Optimum Capital Accumulation », in G. Fromm (éd.) *Tax Incentives and Capital Spending*, chapitre 2 (Washington : The Brookings Institution, 1971).