Études littéraires

Description et formalisation mathématique

Robert Marty

Volume 21, numéro 3, hiver 1989

La culture et ses signes

URI : https://id.erudit.org/iderudit/500867ar
DOI : https://doi.org/10.7202/500867ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

Département des littératures de l'Université Laval

ISSN

0014-214X (imprimé)
1708-9069 (numérique)

Découvrir la revue

Citer cet article

Marty, R. (1989). Description et formalisation mathématique. *Études littéraires*, *21*(3), 21–27. https://doi.org/10.7202/500867ar

Résumé de l'article

Exposé des rapports qu'entretiennent les sciences humaines, dont la sémiotique fait partie, avec les sciences exactes auxquelles appartient la mathématique. La production actuelle rangée sous les vocables «sémiotique » ou « sémiologie» relèverait de la théorie de l'informe. Par le recours à la mathématisation, l'auteur entend jeter les bases d'une sémiotique scientifique.

ÉTUDES LITTÉRAIRES, VOL. 21 — N° 3, HIVER 1988-1989, pp. 21-27

DESCRIPTION ET FORMALISATION MATHÉMATIQUE

robert marty

> **The result of this rule will necessarily be that the new concept of a « sign » will be defined exclusively by the forms of its logical relationships; and the utmost pains must be taken to understand those relations in a purely formal, or, as we may say, in a purely mathematical way.**
>
> **C.S. PEIRCE, MS 283 (vers 1905).**

Il nous semble nécessaire, avant d'exposer notre conception des rapports entre la sémiotique et la mathématique, de les situer dans le cadre des relations qu'entretiennent les sciences humaines, dont la sémiotique fait aujourd'hui partie, avec les sciences exactes auxquelles appartient la mathématique. Nous évoquerons donc la question tant débattue de la mathématisation en sciences humaines, de sa valeur cognitive qui va de l'inutilité (la mathématique « ornementale ») à la scientificité. En effet si, comme le prétend Kant, « dans toute théorie particulière de la nature il n'y a de scientifique au sens propre du mot, que la quantité de mathématiques qu'elle contient » et si l'on inclut l'homme dans la nature, alors la mathématisation doit être l'horizon de toute démarche scientifique et les théories relatives à une même région du réel seront hiérarchisées selon la « quantité » de mathématiques qu'elles contiendront.

Pour bien aborder ce débat, un premier concept qui paraît s'imposer est celui de « doctrine informe ». En Juin 1970 s'est tenu à Paris un colloque présidé par Georges Canguilhem consacré à la « mathématisation des doctrines informes ». Les intervenants ont immédiatement noté la contradiction apparente entre « doctrine » et « informe », opinion résumée ainsi par Georges Canguilhem : « une doctrine informe est, puisque c'est une doctrine, c'est-à-dire une opinion donnée pour savoir communicable, un système plus ou moins bien cohérent de concepts, relatifs à un secteur ou à un champ local de l'expérience humaine[1] ». À l'évidence, une part considérable des productions actuelles rangées sous les vocables « sémiotique » ou « sémiologie » paraît relever de l'informe. Notre jugement sur ces productions n'a rien de péjoratif. Il vise simplement à justifier quelque peu notre prétention à jeter les bases d'une sémiotique scientifique, ce qui nous contraint à préciser notre conception de la scientificité vis-à-vis des phénomènes étudiés et d'abord, nous plaçant sur le plan de la sociologie de la recherche, à rejeter par avance les accusations d'impérialisme portées envers la mathématique.

En tant qu'opinion, une doctrine informe est marquée par la singularité de l'expérience ou des expériences du ou de ses auteurs. Elle se réfère à un champ limité de l'expérience humaine, par exemple un texte, un tableau, parfois même un signe. Mais d'un autre côté, le savoir produit sur ce champ restreint est particulièrement dense et fouillé ; le discours y épouse de très près les arêtes du réel. En revanche, des difficultés apparaissent au niveau de la communicabilité de ce savoir. Car la doctrine informe, exprimée le plus souvent en langue courante ou à l'aide de signes ad hoc, ne peut être communiquée qu'à ceux qui possèdent une expérience collatérale de ce champ restreint. La communication qui lui est associée est quasiment interindividuelle. C'est la communication « horizontale », inter-spécialistes, limitée à ce champ particulier. Plus importante est la communication « verticale » avec la communauté, ce mot étant pris dans le sens le plus large possible qui, dans notre perspective, englobe tous les chercheurs qui centrent leurs travaux sur les phénomènes sémiotiques ou dont les travaux sont fortement tributaires de leur étude. Car le champ de la doctrine n'est pas isolé ; il participe à un recouvrement de l'expérience humaine dont il ne retient que des aspects fragmentaires. Son découpage est arbitraire; il participe des surdéterminations d'autres champs et est lui-même surdéterminé par d'autres. De ce point de vue, la cohérence de la doctrine que Canguilhem évoque dans sa définition est davantage un impératif à respecter pour assurer la communicabilité de la doctrine que pour répondre à l'on ne sait quelles exigences de rigueur transcendentale. En résumé, une doctrine informe, difficile à communiquer, ne peut être validée par la communauté scientifique et il arrive quelquefois que l'on cultive l'informe pour échapper à cette validation. C'est, nous semble-t-il, ce qu'on peut lire dans cette phrase de J.-J. Rousseau citée par Bourdieu et Passeron en exergue de leur livre :

> **On pourrait, pour élaguer un peu les tortillages et les amphigouris, obliger tout harangueur à énoncer au commencement de son discours la proposition qu'il veut faire (*le Gouvernement de Pologne*)** [2].

Plutôt que de doctrines informes on pourrait donc parler de doctrines incommunicables ou peu communicables et donc non soumises à validation sociale. La modélisation des doctrines aurait alors pour fonction essentielle d'assurer leur communicabilité afin de permettre leur mise à l'épreuve par l'ensemble d'une communauté qui peut l'adopter, au moins provisoirement, comme l'un des éléments de la manière dont elle conçoit collectivement la région du réel à laquelle se rapporte chaque doctrine. Ce programme ne peut se réaliser qu'au moyen d'une activité formelle qui saisit la nécessité au travers du divers empirique, autrement dit qui abstrait l'universel du singulier par ce processus que nous avons nommé avec Peirce « observation abstractive ». Telle est, semble-t-il, la conception que Peirce exprime dans MS 1345 à propos de la classification des sciences qu'il divise en :

> **I — Mathématiques, l'étude des constructions idéales sans référence à leur existence réelle ;**
>
> **II — Empiriques, l'étude des phénomènes dans le but d'identifier leurs formes avec celles que les mathématiques ont étudiées ;**
>
> **III — Pragmatiques, l'étude des comportements possibles à la lumière de la vérité des empiriques.**

Nous arrivons donc à la conclusion qu'une doctrine est communicable à proportion des mathématiques qu'elle contient, puisque la production des mathématiques et celle du contenu empirique varient en sens inverse. Plus il y a de mathématiques, plus une doctrine s'affranchit des médiations naïves et des inductions hasardeuses qui portent les marques de la singularité des expériences individuelles. Ainsi s'accroissent les possibilités de diffusion de cette doctrine puisque ces expériences diverses peuvent être in-formées par la même construction formelle (qui, à cette occasion, est formellement niée dans la particularité de son application). Cette thèse, qui lie mathématisation et communicabilité des doctrines, peut paraître paradoxale si l'on se réfère aux idées reçues sur la difficulté des mathématiques et des sciences dites « dures », c'est-à-dire fortement mathématisées. C'est qu'il faut peut-être renverser la perspective et au lieu d'attribuer aux mathématiques une « dureté » qu'elles conféreraient à toute doctrine qui les utilise, on devrait attribuer les difficultés et les résistances bien réelles que l'on observe à la difficulté qu'ont les individus à se dégager de leurs propres constructions qui sont finalement liées à une sorte de comportement homéostatique dans leurs visions du monde.

Cependant, puisque les mathématiques pures s'intéressent aux constructions idéales pour elles-mêmes indépendamment de leur réalisation dans des formes existantes, il n'est pas acquis *a priori* que les universaux mathématiques spécifiques que nous recherchons figurent déjà dans l'arsenal élaboré par les mathématiques pures, même si l'on peut soutenir que ces dernières tirent leurs schémas de l'observation des formes applicables au monde réel. Dans *Paraboles et catastrophes* [3] René Thom examine les rapports de la physique et des mathématiques pures. Questionné sur le point de savoir si ce sont les mathématiques qui fournissent aux physiciens leurs « instruments à penser » ou plutôt si ce sont les physiciens qui posent aux mathématiciens les questions qu'ils doivent résoudre en les amenant à forcer leurs limites conceptuelles, il constate que, historiquement, les schémas mathématiques ont toujours préexisté aux exigences de l'expérience, et ne voit guère que quelques cas (théorie des séries de Fourier, fonction δ de Dirac) véritablement suggérés par la physique.

Le « Rapport sur les applications des mathématiques aux sciences de l'homme, aux sciences de la société et à la linguistique » publié par la revue *Mathématiques et Sciences Humaines* indique une perspective semblable de la part des mathématiciens « appliqués », même si dans ce rapport il apparait qu'il n'y a pas entre mathématiques et sciences humaines, comme entre mathématiques et physique, un simple rapport d'application (l'exemple le plus célèbre étant celui des chaînes de Markov définies à partir de l'étude de la succession des graphèmes dans un chant d'Eugène Onéguine). Dans la dernière partie les auteurs du rapport décrivent ainsi l'activité du chercheur en mathématiques appliquées aux sciences humaines :

> **Le problème précis, le phénomène à modéliser ne se proposent pas d'eux-mêmes ; il faut les avoir extraits d'un contexte souvent très flou, en séparant l'essentiel de l'accessoire. Cette opération préalable consomme du temps, elle nécessite des connaissances étendues dans le domaine empirique concerné, et des qualités intellectuelles qu'on ne doit pas sous-estimer. D'autre part, une fois dégagés, ce problème ou ce phénomène, sont à prendre tels qu'ils sont, et non comme on aimerait peut-être qu'ils fussent. Ils appellent des moyens mathématiques appropriés : pas moins mais PAS PLUS.**
>
> **La pertinence et la qualité d'une modélisation ne peuvent donc pas être jugées en prenant pour critère (encore moins comme unique critère) le degré de sophistication de la mathématique mise en œuvre [5].**

Hormis sa présentation en forme de plaidoyer qui révèle le sentiment d'infériorité des mathématiciens appliqués, sentiment induit par l'élitisme traditionnel des mathématiciens purs, nous ne pouvons que partager les vues exprimées ci-dessus comme nous partageons d'ailleurs les analyses symétriques du rapport au sujet des relations des mathématiques avec les milieux des sciences humaines. Ces derniers deviennent en effet très critiques dès lors que la mathématique utilisée atteint des degrés de sophistication qui détournent un utilisateur éventuel de son emploi, quelle qu'en soit la pertinence.

Il y a là de vraies questions et de la réponse qu'on leur donne dépend la possibilité du développement d'activités scientifiques en sciences humaines. En ce qui nous concerne, nous considérons qu'un chercheur doit être au service de son objet et se donner les moyens, mathématiques ou autres, de le servir honnêtement en essayant de produire des formes qui épousent au plus près les résultats de l'observation abstractive. Si ce sont des formes mathématiques existantes il doit se les approprier, sinon il doit les inventer. Il est certes plus confortable de se livrer à l'étude des formes en se disant qu'un jour leur utilité sera prouvée et qu'elles reviendront aux réalités dont elles sont issues ; il est plus confortable aussi d'amasser des opinions, de se livrer à des médiations naïves en laissant à l'avenir ou à d'autres le soin de construire les édifices formels nécessaires. Peirce nous donne l'exemple d'un chercheur qui répondait au plus haut degré aux exigences des objets qu'il s'était donnés, dans tous les domaines.

En ce qui concerne notre démarche, il est donc clair qu'il y a lieu de scruter les mathématiques en nous demandant dans quel domaine nous pourrions puiser les universaux spécifiques que nous recherchons, en prenant toutes les précautions d'usage, la plus élémentaire étant d'éviter de plaquer tout schéma *a priori* (dans ce cas nous aurions choisi de mauvais universaux). Les premiers universaux à choisir doivent prendre en charge les notions liées à la perception puisqu'il y a toujours une perception à l'origine d'un phénomène sémiotique. Or, on peut associer à chaque percept une configuration perceptive qui est constituée d'un ensemble de stimuli sélectionnés et d'une famille de jugements perceptuels (équivalente à l'assertion de prédicats à *n* places concernant l'ensemble des stimuli), composés de façon à constituer un «tout». La notion de structure relationnelle telle qu'elle est présentée notamment par Jiri Adàmek dans son ouvrage *Theory of Mathematical Structures* nous paraît s'imposer à tous égards comme cadre formel naturel dans lequel nous pouvons rassembler les concepts et les relations entre concepts que nous a livrés l'observation abstractive. Ce choix d'universaux joint à la mise en œuvre d'un ensemble de notions, éventuellement adaptées, définies dans la catégorie des structures relationnelles, nous a permis, non seulement de modéliser la totalité des conceptions sémiotiques de Peirce, mais encore d'en pousser plus loin le développement de façon cohérente et rationnelle[7].

Université de Perpignan

Notes

[1] *La Mathématisation des doctrines informes*, Paris, Hermann, 1972.
[2] *La Reproduction*, Paris, Éd. de Minuit, 1970.
[3] Paris, Flammarion, 1984.
[4] Éditions de l'École des hautes études en sciences sociales.
[5] *Ibid.*, p. 49.
[6] Dordrecht, D. Reidel Publishing Co., 1983.

[7] Le lecteur pourra se référer à notre ouvrage à paraître : *l'Algèbre des signes* (John Benjamins éd., collection Foundations of Semiotics dirigée par Achim Eschbach) qui constitue l'illustration parfaite des thèses soutenues dans cet article.