Assurances

Assurances

L'ESTIMATION DU FLUX MONÉTAIRE À RISQUE SELON LA MÉTHODE DES VALEURS EXTRÊMES

Pierre Laroche et Emmanuel Phaneuf

Volume 68, numéro 3, 2000

SYMPOSIUM SUR LA GESTION INTÉGRÉE DES RISQUES
INTEGRATED RISK MANAGEMENT SYMPOSIUM

URI : https://id.erudit.org/iderudit/1105329ar
DOI : https://doi.org/10.7202/1105329ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0004-6027 (imprimé)
2817-3465 (numérique)

Découvrir la revue

Citer cet article

Laroche, P. & Phaneuf, E. (2000). L'ESTIMATION DU FLUX MONÉTAIRE À RISQUE SELON LA MÉTHODE DES VALEURS EXTRÊMES. *Assurances*, *68*(3), 355–366. https://doi.org/10.7202/1105329ar

Résumé de l'article

Dans cet article, nous passons en revue les approches classiques de mesure du flux monétaire à risque (FMAR). Nous expliquons ensuite une approche récemment proposée, celle fondée sur la théorie des valeurs extrêmes, qui comble une lacune importante des approches classiques en question. Un exemple compare les résultats de l'estimation du FMAR selon la méthode Monte Carlo (l'une des approches classiques les plus connues) et celle de la méthode des valeurs extrêmes. Cet exemple montre que, dans des circonstances, ne présentant aucune complication particulière, l'estimation du FMAR issue de la méthode Monte Carlo et celle issue de la méthode des valeurs extrêmes diffèrent substantiellement.

Assurances, volume 68, numéro 3, octobre 2000, 355-366

L'ESTIMATION DU FLUX MONÉTAIRE À RISQUE SELON LA MÉTHODE DES VALEURS EXTRÊMES

par Pierre Laroche et Emmanuel Phaneuf

RÉSUMÉ

Dans cet article, nous passons en revue les approches classiques de mesure du flux monétaire à risque (FMAR). Nous expliquons ensuite une approche récemment proposée, celle fondée sur la théorie des valeurs extrêmes, qui comble une lacune importante des approches classiques en question. Un exemple compare les résultats de l'estimation du FMAR selon la méthode Monte Carlo (l'une des approches classiques les plus connues) et celle de la méthode des valeurs extrêmes. Cet exemple montre que, dans des circonstances, ne présentant aucune complication particulière, l'estimation du FMAR issue de la méthode Monte Carlo et celle issue de la méthode des valeurs extrêmes diffèrent substantiellement.

Mots clés : Flux monétaire à risque, théorie des valeurs extrêmes, risques financiers, gestion des risques financiers.

ABSTRACT

This article reviews the classical approaches to measure cashflows at risk (CAR). We then present a new measurement methodology based on Extreme-value theory (EVT). EVT is well established in other sciences for problems requiring the modeling of the distribution of unlikely events (i.e. extreme results). Using an example with no special complications, we show how the EVT methodology yields a CAR estimation that is substantially higher than the one obtained by using the Monte Carlo approach.

Keywords : *Cashflows at risk, extreme-value theory, financial risks, financial risk management.*

Les auteurs :

Pierre Laroche est professeur agrégé de finance à l'École des Hautes Études Commerciales et Emmanuel Phaneuf est étudiant à la M.Sc. Finance à l'École des Hautes Études Commerciales.

INTRODUCTION

La gestion des risques est de plus en plus répandue au sein des entreprises non financières. Les entreprises les plus engagées dans cette avenue pratiquent une gestion intégrée des risques financiers et d'affaires alors que les autres, qui constituent encore la grande majorité, s'en tiennent à gérer individuellement le ou les principaux risques financiers auxquels elles sont exposées, soit le risque de change commercial ou, plus rarement, le risque de taux d'intérêt.

Peu importe leur degré de sophistication, les opérations de gestion des risques (financiers, réels ou l'intégration des deux)[1] doivent être encadrées par une procédure administrative adéquate, dont les composantes font maintenant l'objet d'un assez large consensus.

Dans un premier temps, il faut que l'entreprise détermine avec précision les objectifs que vise son programme de gestion des risques. Ces objectifs doivent couvrir non seulement l'identification du ou des facteurs de risque à couvrir, mais aussi le type de couverture désirée, l'horizon de couverture et le pourcentage de l'exposition qui doit être couverte. Idéalement, ces objectifs seront résumés par un FMAR-cible.

La deuxième étape de la procédure de gestion des risques consiste à mesurer avec le plus d'exactitude possible l'exposition de l'entreprise au(x) risque(s) qu'elle a décidé de couvrir. Bien qu'elle ne soit pas dépourvue de problèmes, l'estimation du FMAR[2] constitue la mesure de l'exposition aux risques qui est la plus recommandable, du moins comme point de départ, et ce pour plusieurs raisons. D'une part, la notion de FMAR se comprend facilement et correspond assez bien à l'idée intuitive que les administrateurs se font de l'exposition de leur entreprise aux différents risques. D'autre part, lorsqu'il est bien calculé, le FMAR intègre adéquatement l'impact des différents facteurs de risque sur les résultats de l'entreprise.

Les autres composantes de la procédure recommandée de gestion des risques ont trait à la mise en place des positions de couverture, à leur suivi (incluant leur contrôle et l'évaluation de la performance du programme de couverture) et à la communication des résultats à la direction de l'entreprise, qui doit périodiquement donner son accord à la poursuite du programme en place, ou à une version modifiée si elle décide de modifier les objectifs poursuivis.

La majorité des articles sur le FMAR ainsi que des applications en entreprise définissent ce dernier comme l'écart entre le FM espéré au sens statistique ($E(FM_h)$) sur une certaine période de h jours, et le flux monétaire minimum désiré, FMM_p, qui correspond à un certain percentile de sa distribution de probabilité :

$$FMAR(h; p) = E(FM_h) - FMM_p \qquad (1)$$

où h est le nombre de jours sur lequel on mesure le flux monétaire et p est la probabilité que la direction accepte de voir le flux monétaire qui sera réalisé être inférieur au niveau minimum désiré. Par exemple, si une entreprise prévoit générer un flux monétaire de 20 000 000 \$ au cours des six prochains mois ($h \approx 182$) et que les analyses statistiques montrent qu'il n'y a que 1 % des chances ($p = 1$ %) que le flux monétaire soit inférieur à 15 000 000 \$ (le niveau minimum acceptable) pour cette même période, alors :

$$FMAR(182; 0{,}01) = 20\,000\,000 - 15\,000\,000 = 5\,000\,000 \text{ \$}$$

Si cette valeur est supérieure au montant que veulent risquer les dirigeants de l'entreprise, ces derniers mettront de l'avant un programme de gestion des risques. Il s'agira par exemple d'utiliser des contrats à terme pour diminuer l'exposition au risque de change et de calculer le nouveau FMAR qui résulte de cette mesure. Si l'objectif est atteint, alors des instructions seront émises par le comité de gestion des risques. Dans le cas contraire, la couverture du risque de change sera augmentée, ou la couverture de l'exposition à un autre facteur de risque sera évaluée, ainsi de suite jusqu'à ce que le FMAR-cible soit atteint.

La mesure du FMAR suppose que les dirigeants s'entendent non seulement sur l'horizon (six mois dans l'exemple ci-dessus), mais qu'il est possible de déterminer avec assez de précision la distribution de probabilité du flux monétaire semestriel et que les dirigeants s'entendent pour résumer à une probabilité (1 % dans l'exemple) leur degré d'aversion collective pour le risque.

Dans cet article, nous nous concentrons sur les problèmes posés par l'estimation de la distribution de probabilité. Actuellement, les trois méthodes d'estimation du FMAR les plus connues et les plus utilisées sont :

– la méthode paramétrique,

– la méthode de simulation historique, et

– la méthode de simulation Monte Carlo.

La méthode paramétrique se fonde sur l'hypothèse que le flux monétaire est distribué normalement. Dans ce cas le FMAR(h; p) correspond à m écarts types du flux monétaire, où m est le nombre d'écarts types qui correspond à la probabilité p sous une loi normale. Par exemple, lorsque p = 0,01, alors m = 2,35. Ainsi, si l'écart type du flux monétaire semestriel est de 2 000 000 $, alors le FMAR(182; 0,01) = 4 700 000 $.

L'estimation du FMAR selon la méthode paramétrique est de loin la plus simple des trois méthodes énumérées ci-dessus ; puisque le flux monétaire n'est habituellement pas distribué normalement, elle se révèle aussi la plus imprécise.

La méthode d'estimation du FMAR par la simulation historique consiste à utiliser des observations antérieures des facteurs de risque et à entrer ces dernières dans le calcul du flux monétaire pour en estimer la distribution de probabilité. Cette méthode a pour principal avantage de tenir compte des relations entre les facteurs de risque. Elle présente toutefois trois principales lacunes :

1. elle n'est pas adéquate si l'exposition de l'entreprise aux risques financiers change beaucoup dans le temps,

2. elle pose des problèmes dans la gestion des bases de données, et

3. elle se prête mal à l'analyse de scénarios qui représentent des conditions économiques différentes de celles qui ont été observées.

Au lieu d'utiliser des données historiques, la méthode Monte Carlo consiste à générer des valeurs possibles du flux monétaire à partir de tirages aléatoires à même les distributions des facteurs de risque[3]. Cette méthode ressemble à la simulation historique, mais elle est plus souple, car elle admet différents scénarios. Sa principale lacune réside dans le choix des distributions des facteurs de risque et dans l'estimation des corrélations entre ces derniers. Il en résulte que l'estimation du FMAR qu'on en tire est habituellement considéré comme étant plus imprécise que celle obtenue à l'aide des deux méthodes précédentes.

Un autre problème important que présentent les deux dernières méthodes d'estimation du FMAR est qu'elles sont très influencées par la majorité des observations, mais très peu par les observations extrêmes (plus rares). Or, ce sont justement les observations extrêmes inférieures à la moyenne qui présentent le plus d'intérêt en gestion des risques. C'est cette lacune que tente de résoudre la méthode des valeurs extrêmes; nous l'expliquons dans la prochaine section.

■ L'ESTIMATION DU FMAR À L'AIDE DE LA MÉTHODE DES VALEURS EXTRÊMES

Plutôt que d'estimer le FMAR à l'aide de l'ensemble des données disponibles, la méthode des valeurs extrêmes n'utilise que le sous-ensemble des valeurs extrêmes qui présentent de l'intérêt, soit celles qui sont inférieures au flux monétaire minimum visé.

Danielsson & Vries (1997) ont été parmi les premiers à appliquer la méthode des valeurs extrêmes à l'estimation de la valeur à risque. L'application qui fait l'objet du présent article constitue une fusion des procédures proposées par Kofman (1993), Longin (1995, 1996 et 1999) ainsi que Davison & Smith (1990).

Lorsqu'on utilise la méthode des valeurs extrêmes, le calcul du FMAR de l'équation (1) demeure inchangé ; il s'agit seulement d'estimer la probabilité de se retrouver sous le niveau minimum désiré (FMM_p) uniquement à l'aide des observations extrêmes, qui sont ici les écarts à la moyenne négatifs. Cette probabilité implique par la suite une certaine fonction de distribution, notons F(x), que nous souhaitons décrire. Le reste de cette section explique plus en détail comment on estime FMM_p à l'aide de la méthode des valeurs extrêmes[4].

Soit une variable aléatoire X dont les valeurs observées au cours des périodes successives 1, 2, ..., n (ces valeurs sont dénotées par les expressions $X_1, X_2, \ldots, X_n$) sont statistiquement indépendantes et tirées d'une même distribution F.

Soit aussi $M_n = \mathrm{Max}(X_1, X_2, \ldots, X_n)$.

Supposons enfin qu'il existe des paramètres $\alpha_n > 0$ et β_n tels que[5] :

$$\lim_{n \to \infty} \Pr\left(\frac{M_n - \beta_n}{\alpha_n} \leq x \right) = G(x) \tag{2}$$

où G(x) est une fonction de distribution asymptotique non dégénérée (c'est-à-dire qui ne prend pas de valeur nulle).

La forme fonctionnelle de G(x) présentée ci-dessous à l'équation (3) permet de regrouper un grand nombre de distributions limites possibles de la variable X:

$$G(x;\tau,\beta_n,\alpha_n)=\exp\left\{-\left(1-\tau\frac{x-\beta_n}{\alpha_n}\right)^{\frac{1}{\tau}}\right\} \tag{3}$$

où τ est un paramètre qui caractérise la forme de la distribution limite (*tail index*).

Une variante, dite «*peak over threshold*» (POT), utilise le sous-ensemble X' des observations dont les valeurs sont supérieures ou inférieures à un seuil donné (μ). Selon cette approche, on estime la même fonction de distribution généralisée qu'à l'équation (3), mais en ne prenant que le sous-ensemble X' des observations plutôt que l'ensemble complet (X).

Pour estimer les paramètres τ, α_n et β_n de la fonction G(x'), qui est la version POT de G(x) présentée à l'équation (3), nous utilisons la méthode du maximum de vraisemblance, dont voici la fonction[6]:

$$\begin{aligned}&-\frac{1}{\tau}\,In(\alpha_n)+\frac{1}{\tau}\left[In\left(\alpha_n+\tau\cdot(x_i'-\beta_n)\right)\right]\\&=In\left[-In\left(\frac{n+1-i}{n+1}\right)\right];\tau\neq 0\end{aligned} \tag{4}$$

où x_i' est la i[e] observation ordonnée[7] de l'ensemble X' des n valeurs inférieures au seuil μ. Il s'agit de trouver les valeurs des trois paramètres qui minimisent l'écart entre les deux expressions de part et d'autre de l'équation (4), pour l'ensemble des valeurs x_i'.

On s'entend généralement à dire que la méthode POT présente les avantages suivants :

– elle constitue une méthode bien connue et utilisée depuis plus de 40 ans dans d'autres sciences (la météorologie et l'hydrologie, par exemple),

– elle est fondée sur une analyse rigoureuse de la distribution des résultats extrêmes, soit l'ensemble des situations qui importent dans le contexte de la gestion des risques financiers,

– l'utilisation de cette méthode tient aussi compte du petit nombre d'observations extrêmes dont on dispose habituellement par rapport à l'approche extrême classique.

Le principal inconvénient de la méthode POT tient au fait que les valeurs estimatives des paramètres de la distribution G(x) des résultats extrêmes présentent habituellement un écart type élevé, ce qui a un impact sur l'exactitude des résultats :

"[...] *the low frequency and inaccuracy of tail return leads to predictions which exhibit a very high variance* [...] *As a result, the highest realization lead to poor estimates of the tail.*" (Danielsson & de Vries, 1997)

Néanmoins, plusieurs considèrent que les avantages de l'approche POT de la méthode des valeurs extrêmes dépassent ses inconvénients, qui, de toute façon, sont présents dans d'autres méthodes d'estimation du FMAR (notamment la méthode Monte Carlo).

■ UN EXEMPLE COMPARATIF

Supposons que le flux monétaire annuel d'une entreprise soit surtout exposé aux facteurs de risque suivants[8] :

Facteur de risque	Type de distribution
Quantité vendue (Q)	Triangulaire
Prix de vente (USD)	Triangulaire
Frais fixes (CAD)	Lognormale
Frais variables - % (CAD)	Lognormale
Frais variables - % (USD)	Normale
Taux de change CAD/USD	Normale
Taux d'intérêt - marge de crédit	Triangulaire
Dépenses d'investissement	Lognormale
Autres sorties de fonds	Lognormale

Le choix de la distribution des facteurs de risque dépend des contrats que l'entreprise a déjà signés et de l'expérience des gestionnaires. Pour la quantité vendue, la distribution triangulaire est réaliste et pratique, car la borne inférieure correspond au carnet de commandes déjà conclues, le paramètre mitoyen correspond à la quantité vendue prévue dans un scénario réaliste, et la borne supérieure correspond à la capacité de production maximale. Quant aux facteurs de risque pour lesquels des contrats sont déjà signés, des distributions de probabilité simples, comme la distribution triangulaire ou la distribution uniforme, sont aussi adéquates. Pour les autres facteurs dont l'incertitude est approximativement symétrique autour de la moyenne et en l'absence d'information plus complète, la distribution normale est la plus couramment utilisée. Les distributions log-normales ou beta font habituellement l'affaire lorsqu'il faut modéliser un facteur de risque asymétrique[9].

Par ailleurs, dans notre exemple, nous supposons que la corrélation entre les facteurs de risque est nulle, sauf pour les deux cas suivants :

– corrélation entre le prix de vente et la quantité vendue: – 0,5,

– corrélation entre le taux de change et le taux d'intérêt : 0,7.

Le tableau 1 contient les résultats d'une simulation Monte Carlo de 10 000 itérations (voir l'annexe pour une illustration de la distribution du flux monétaire). Selon cette approche, le FMAR(365 ; 0,05) est d'environ 7 275,00 $.

Pour la méthode des valeurs extrêmes (approche POT), nous prenons les valeurs « extrêmes » inférieures à un certain seuil[10]. Le seuil choisi pour l'exemple en cours est de (9 000) $[11]. Ces observations servent à estimer la valeur des paramètres de la fonction $G(x)$ de l'équation (3), puis le FMAR.

Le tableau 2 contient les principaux résultats de cette approche. Pour une probabilité de 5 %, le FMAR estimatif est d'environ 11 640 $.

On constate que les valeurs du FMAR diffèrent substantiellement selon la méthode d'estimation utilisée. Peu importe la probabilité correspondant au seuil de tolérance de l'entreprise, la méthode Monte Carlo sous-estime le FMAR, un résultat attribuable à la faible leptokurticité (3,77) qu'affiche la distribution des flux monétaires, une caractéristique que la méthode des valeurs

TABLEAU 1
PRINCIPAUX RÉSULTATS DE LA SIMULATION MONTE CARLO

STATISTIQUE	VALEUR
Moyenne ($E(FM_{365})$)	1 101,29 $
Écart type	3 871,94 $
Asymétrie	(0,25)
Kurtose	3,77
Percentiles :	
10 %	5 907,00 $
5 %	7 275,00 $

extrêmes capte mieux que la méthode Monte Carlo. Les écarts entre les valeurs estimatives du FMAR selon les méthodes classiques et celles des valeurs extrêmes seraient encore plus prononcés si la distribution du flux monétaire était davantage asymétrique ou si elle affichait un coefficient d'aplatissement plus élevé.

TABLEAU 2
PRINCIPAUX RÉSULTATS DE LA MÉTHODE DES VALEURS EXTRÊMES

Percentile	Valeur
10 %	11 417,26 $
5 %	11 640,01 $

CONCLUSION

L'estimation du flux monétaire à risque est de plus en plus utilisée par les entreprises qui désirent mesurer leur exposition intégrée aux risques, dans le but de mettre en place des couvertures adéquates.

Le FMAR s'estime habituellement selon l'une des trois méthodes suivantes : la méthode paramétrique, la méthode des simulations historiques ou la méthode Monte Carlo. Une caractéristique que partagent ces trois mesures est que l'estimation du FMAR est très influencée par la tendance de la variable aléatoire que représente le flux monétaire.

Or, ce sont les cas extrêmes, soit les cas où le flux monétaire se situera sous un niveau minimum acceptable, qui présentent le plus d'intérêt en ce qui a trait à la gestion des risques. Les trois méthodes classiques d'estimation du FMAR en tiennent mal compte, une lacune à laquelle veut remédier la méthode des valeurs extrêmes.

Cette dernière estime le FMAR uniquement à partir de la distribution des résultats extrêmes qui intéressent les gestionnaires, soit les écarts à la moyenne négatifs. Un exemple simple montre que les valeurs estimatives issues respectivement de la méthode Monte Carlo et de la méthode des valeurs extrêmes, peuvent afficher un écart important, même si la distribution des flux monétaires n'affiche pas une asymétrie et une kurtose élevées.

En dépit du fait qu'elle peut paraître plus complexe (ce qui n'est pas le cas), l'utilisation de la méthode des valeurs extrêmes pour estimer le FMAR semble très recommandable lorsque l'entreprise dispose d'un nombre suffisamment grand d'observations, soit quelques centaines. Plus précisément, cette méthode constitue un complément, voire une extension, très valable aux méthodes Monte Carlo ou de simulation historique qu'utilisent déjà nombre d'entreprises.

☐ Références

Brealey, R.A., Myers, S.C. et Laroche, P. « Principes de gestion financière des sociétés », 2ème édition, Chenelière McGraw-Hill, 1992.

Danielsson, J. et de Vries, C. G. « Value-at-Risk and Extreme Returns », London School of Economics, 1997.

Davison, A.C. et Smith, R.L. « Models for Exceedances Over High Threshold », *Journal of the Royal Statistical Society B*, 52, 393-442.

Kofman, P. et de Vries, C. G. « Potato Futures Returns : A Tail Investigation ». *Review of Futures Markets*, Vol. 8, No. 2, 1989.

Longin, F. M. « The asymptotic Distribution of Extreme Stock Market Returns », *Journal of Business*, Vol. 69, No. 3, 1996.

Longin, F. M. « Optimal Margin Level in Futures Markets : A Parametric Extreme-Based Method », Ninth Chicago Board of Trade Conf. On Futures and Options, Bonn, Allemagne, 1995.

Longin, F. M. « Optimal Margin Level in Futures Markets : Extreme Price Movements », *The Journal of Futures Markets*, 19, 1999.

McNeil, A.J. « Extreme Value Theory for Risk Management », Internal Modeling and CAD II published by RISK Books, 93-113, 1999 (http://www.math.ethz.ch/~mcneil).

Phaneuf, E., « Variations extrêmes et niveaux de marge dans le marché des contrats à terme BAX et CGB », Mémoire, Maîtrise en sciences de la gestion, HEC Montréal, 2000.

Tiago de Oliveira, J., «Statistical extremes - A Survey», Center of Applied Mathematics, Faculty of Science, University of Lisbon, 1973.

☐ Notes

1. Dorénavant, pour ne pas alourdir le texte, nous utiliserons l'expression « risques » pour désigner les risques financiers ou les risques réels.

2. Le FMAR constitue l'adaptation aux entreprises non financières de la notion de capital à risque qui est au cœur de la gestion des risques des établissements financiers. Bien que nous nous en tenons au FMAR, cet article s'applique aussi à ses variantes, comme le bénéfice net à risque (BNAR), qui peut se révéler plus pertinent pour les entreprises dont les opérations sont réglementées.

3. Par facteur de risque, nous entendons les variables incertaines qui sous-tendent les principaux postes budgétaires. Par exemple, le taux de change USD/CAD est un facteur de risque pour le poste « Encaissement des comptes clients américains » d'un budget de caisse libellé en dollars canadiens.

4. Un exemple comparatif de cette méthode avec celle de la simulation Monte Carlo est présenté à la section suivante. Le lecteur qui ne s'intéresse pas aux détails algébriques peut donc directement passer à cette dernière.

ANNEXE
ILLUSTRATION DU RÉSULTAT DE L'EXEMPLE : LA DISTRIBUTION DU FLUX MONÉTAIRE PRÉVU

Figure – Distribution empirique des flux monétaires simulés