Horizons philosophiques

Claude-Paul Bruter, *Comprendre les mathématiques. Les dix notions fondamentales*, Paris : Éditions Odile Jacob, Flammarion, 1996, 293 p.

Yvon Gauthier

Le Monde de Michel Serres
Volume 8, numéro 1, automne 1997

URI : https://id.erudit.org/iderudit/801067ar
DOI : https://doi.org/10.7202/801067ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

Collège Édouard-Montpetit

ISSN

1181-9227 (imprimé)
1920-2954 (numérique)

Découvrir la revue

Claude-Paul Bruter, *Comprendre les mathématiques. Les dix notions fondamentales*, Paris : Éditions Odile Jacob, Flammarion, 1996, 293 p.

Cet ouvrage, qui devrait s'intituler *Comprendre la géométrie*, est en réalité un plaidoyer pour le retour aux mathématiques informelles en général et à l'intuition géométrique en particulier. L'auteur, spécialiste des matroïdes (géométrie combinatoire), n'en est pas à ses premières armes dans la défense et l'illustration des mathématiques concrètes (voir son ouvrage *Sur la nature des mathématiques*, Gauthier-Villars, Paris, 1973); il expose ici en dix chapitres les dix notions qu'il juge fondamentales pour comprendre les mathématiques élémentaires, de la géométrie des théorèmes de Thalès et Pythagore au «calcul extérieur et formes différentielles». Ce dernier chapitre est le plus difficile de l'ouvrage, mais il traite de calcul infinitésimal et non de géométrie au sens propre du terme que l'A. veut promulguer. Il s'agit en fait d'une initiation destinée d'abord aux élèves du premier cycle universitaire. Ces rudiments du savoir géométrique contiennent en réalité beaucoup de vérités élémentaires et quelques faussetés non élémentaires. La philosophie des mathématiques de l'A. est, elle aussi, plutôt rudimentaire : elle se résume à une attitude pédagogique qui privilégie l'intuition et les applications des mathématiques à l'univers physique.

À vouloir ainsi mettre l'accent sur la géométrie à l'exclusion de la théorie des nombres (l'arithmétique), par exemple, l'A. n'échappe pas à une certaine distorsion de l'histoire des mathématiques et à une évaluation biaisée du savoir contemporain. Prenons l'exemple des formes quadratiques (chap. V); l'A. négligera d'en relever l'importance en théorie des nombres, comme s'il oubliait que les *Eléments* d'Euclide contiennent aussi des livres arithmétiques. Lorsqu'il discute des conjectures en mathématiques, *e.g.* le dernier théorème de Fermat, il affirme à tort que le théorème de Wiles qui le démontre dispose du même coup de la conjecture de Shimura-Tanyama-Weil (p. 42), alors que ce n'est que le cas semi-stable qui est résolu.

Une première partie de l'ouvrage est intitulée «Des mathématiques, pour quoi faire?», la seconde partie portera sur «Faire des mathématiques». La réponse à la question initiale est l'attitude naturaliste qui consiste simplement à dire que nous construisons des modèles mathématiques pour représenter les formes spatiales. Ce constructivisme primaire n'est pas faux, il est insuffisant puisqu'il se limite aux constructions géométriques élémentaires. Un constructivisme plus sophistiqué pourrait montrer comment la géométrie est arithmétique et comment les formes ou polynômes modulaires qui occupent l'avant-scène mathématique contemporaine sont en réalité une arithmétisation des courbes elliptiques, c'est-à-dire d'objets géométriques fondamentaux.

L'illustration de la thèse élémentaire de l'A. va du théorème de Thalès (chap. I) aux formes différentielles (chap. X) en passant par l'algèbre linéaire et la notion d'espace vectoriel (chap. II à IV), des géométries en deux dimensions (chap. VI) aux surfaces topologiques (chap. VIII) en passant par la notion de produit scalaire (chap. V) et la caractéristique d'Euler-Poincaré en topologie combinatoire. Chaque chapitre comporte des notes de lecture et un dernier chapitre est consacré à des questions et réponses qui couvrent toute la matière du livre; c'est là un chapitre fort utile à l'étudiant ou au néophyte qui voudra s'initier à la géométrie classique.

Il s'agit, en dernière analyse, d'un ouvrage sérieux, bien pensé pédagogiquement, mais mal fondé en principes. L'A. veut se démarquer de toute attitude logiciste qu'il associe vaguement au formalisme (p. 75), mais il ne suffit pas de dénoncer le mal pour le réfuter. Au demeurant, l'hypothèse d'une construction de l'espace à l'origine de la géométrie est tout à fait défendable si l'on rappelle que l'intuition, au sens kantien, a une portée «productive» qui est étrangère à un réalisme qui verrait dans une métaphysique des formes intelligibles plutôt que dans un intuitionnisme constructif la justification dernière du savoir mathématique.

Yvon Gauthier
Université de Montréal