Philosophiques

La dispute de Bolzano avec Kant
Fragment d'un dialogue sur la connaissance mathématique

Jan Sebestik

Volume 30, numéro 1, printemps 2003

Bernard Bolzano. Philosophie de la logique et théorie de la connaissance

URI : https://id.erudit.org/iderudit/007731ar
DOI : https://doi.org/10.7202/007731ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)
1492-1391 (numérique)

Citer cet article

Sebestik, J. (2003). La dispute de Bolzano avec Kant : fragment d'un dialogue sur la connaissance mathématique. *Philosophiques*, *30*(1), 47–66. https://doi.org/10.7202/007731ar

Résumé de l'article

Ce dialogue confronte deux conceptions qui dominent jusqu'à nos jours la philosophie des mathématiques : d'un côté la conception kantienne qui souligne l'irréductible apport de l'intuition dans la formulation des axiomes, ainsi que l'effectivité des procédés de construction ; de l'autre côté la conception bolzanienne qui s'efforce d'éliminer toute intervention de l'intuition au profit des démonstrations et des procédés purement conceptuels.

La dispute de Bolzano avec Kant.

Fragment d'un dialogue sur la connaissance mathématique

JAN SEBESTIK
IHPST- Paris
jan.sebestik@libertysurf.fr

RÉSUMÉ. – Ce dialogue confronte deux conceptions qui dominent jusqu'à nos jours la philosophie des mathématiques : d'un côté la conception kantienne qui souligne l'irréductible apport de l'intuition dans la formulation des axiomes, ainsi que l'effectivité des procédés de construction ; de l'autre côté la conception bolzanienne qui s'efforce d'éliminer toute intervention de l'intuition au profit des démonstrations et des procédés purement conceptuels.

ABSTRACT. – In this dialogue, two opposed conceptions, which dominate the philosophy of mathematics till today, are confronted. Kant's account of mathematics is based upon the activity of constructing mathematical objects in pure intuition (time and space). In yielding objects for mathematics, our intuition contributes in an essential way to the formulation of mathematical truths. Against Kant, Bolzano argues that intuition has place neither in arithmetic nor in geometry and that mathematical existence consists in the possibility of the defined objects. i.e. in non-contradiction. For Bolzano, the central idea of mathematics is that of rigorous proof.

Bolzano – Votre *Critique* la plus importante a paru l'année même de ma naissance. J'ai passé des heures et des heures à la lire et la méditer, mais je ne saurais dire que j'ai tout compris. Au moins une fois, cela vous est-il aussi arrivé. N'avez-vous pas écrit dans une lettre à Beck (le 1er juillet 1794) que vous-même n'arrivez pas à bien vous comprendre lorsque vous essayez d'expliquer la différence entre la spontanéité et la réceptivité ?

Kant – L'esthétique transcendantale et la dialectique transcendantale devraient être suffisamment claires. En ce qui concerne la logique transcendantale qui forme le noyau de ma *Critique*, vous avez peut-être raison. J'en ai considérablement retravaillé une partie essentielle dans la deuxième édition, mais je ne suis toujours pas satisfait de ce que j'ai écrit.

Bolzano – J'ai beaucoup appris de vous. Non pas à l'Université de Prague, ma ville natale, mais dans vos livres. À l'Université, votre nom était mal vu des autorités et au moment où j'amorçais mes études, il était même interdit d'enseigner votre philosophie. Le style de vos livres était tout à fait différent de celui de mes professeurs et des livres qu'on nous recommandait de lire. C'est pourquoi, dès que ce fut possible, je m'y suis plongé et j'ai passé deux ans à étudier votre *Critique de la raison pure*. Je ne faisais aucun secret de cette lecture et voilà le résultat ! En 1805, lorsque que je terminai mes études, la chaire de mathématiques de mon université se libéra et on a en même temps créé celle de science de la religion. J'ai longtemps hésité. J'aime les mathématiques et je crois que ne suis pas tout à fait dépourvu de talent, mais j'ai d'abord voulu agir auprès du public, par la parole, pour transformer la société, pour l'imprégner d'un ordre véritablement chrétien - si différent des régimes despotiques qui régnaient alors sur les peuples d'Europe centrale et ailleurs. La création de la nouvelle chaire semblait répondre à mon vœu d'agir en faveur de la réforme de la société. N'ayant pas voulu abandonner les mathématiques, j'ai postulé au concours pour les deux chaires. J'étais premier pour les deux postes et c'est le destin qui décida de mon sort. Pour les mathématiques, on prit mon collègue, d'un an mon aîné, et on me proposa la chaire de science de la religion. Je fus promptement consacré prêtre et je pris mes fonctions. Or, au bout de trois mois d'enseignement, on m'a fait savoir que devais me démettre de mes fonctions parce que j'étais kantien !

Kant – Juste un mot pour dire que même si, au dernier moment, vous avez abandonné le choix de votre profession au destin, vous y pensiez néanmoins depuis bien longtemps. Comme vous l'expliquez dans votre autobiographie, vous avez pris comme prétexte pour devenir prêtre la vocation de votre cousin, qu'il ne fallait pas détourner de la prêtrise. Mais le vrai mobile était bien plus personnel. Ce fut le vœu de votre mère, vœu jamais exprimé mais que vous croyiez avoir deviné et qui vous a accompagné pendant toute votre jeunesse. Plus tard, lorsque les dés furent jetés, vous avez avoué que vous n'étiez pas tout à fait heureux dans votre profession, et que votre cas dût servir d'avertissement aux autres.

Bolzano – Dans plusieurs de mes travaux, j'ai critiqué vos idées. Cependant, j'ai toujours reconnu avoir adopté quelques-unes unes de vos doctrines les plus importantes tout en étant amené à les modifier.

Kant – Je connais l'engouement que vous avez ressenti pour ma philosophie dans votre jeunesse mais je sais aussi que, tout en gardant certains de mes concepts essentiels, vous avez très vite pris un chemin opposé. Relisons la note ajoutée à votre *Autobiographie :*

> Dans la Critique de la raison pure de Kant qu'il [= Bolzano] a commencé à étudier dans sa 18e année, il a tout de suite aimé la distinction entre les jugements *a priori* et les jugements *a posteriori*, entre les jugements analytiques et les jugements synthétiques, et la division des représentations en intuitions et concepts, bien qu'il n'ait jamais réussi à s'accommoder des définitions données par Kant. Il a trouvé choquant que, au début même de la *Critique*, le concept d'expérience ainsi que celui de nécessité, sont supposés sans une définition préalable. Les premiers points au sujet desquels il a cru de manière déterminée pouvoir accuser Kant de s'être trompé étaient les suivants : son principe suprême de la morale, sa méthode de postuler, sa doctrine des antinomies, l'hypothèse contradictoire des choses en soi dont nous ne devons pourtant rien savoir, etc. En revanche, il n'a osé contredire Kant dans sa doctrine de l'espace et du temps que très tard, bien qu'il n'ait jamais compris et admis que nos jugements syn-

> thétiques *a priori* dussent être médiatisés par l'intuition. En particulier, il n'a jamais cru que les jugements synthétiques de l'arithmétique sont fondés sur l'intuition du temps et que [en géométrie] il est permis de se fier autant à ce qui se voit à l'œil, comme cela se faisait selon la manière euclidienne. Il pouvait l'admettre d'autant moins qu'il a très tôt trouvé un chemin pour déduire à partir de concepts plusieurs vérités géométriques connues seulement grâce à la vision[1].

Il est vrai, je n'ai pas défini l'expérience au début de ma *Critique*, mais vous y trouverez cette définition à plusieurs endroits, de même que dans les *Prolégomènes* et dans d'autres de mes écrits, par exemple celle-ci : l'expérience est un « continuel assemblage (synthèse) de perceptions »[2]. Même si vous avez cru devoir modifier les définitions de mes concepts — mais je crois pouvoir vous montrer qu'ils ne sont pas essentiellement différents des vôtres —, vous les avez gardés et c'est eux qui commandent la structure de votre logique.

Bolzano – Revenons à vos divisions des jugements. Comme vous, je pense que les deux divisons ne se recouvrent pas et que le domaine de l'analytique est plus étroit que celui de l'*a priori*, qu'il y a donc des jugements synthétiques *a priori*. C'est un de vos très grands mérites que d'avoir prouvé leur existence. J'ai cependant quelques objections contre votre procédé. Premièrement, la classification des jugements en *a priori* et *a posteriori* est fondée sur leur origine et non sur leur structure, comme c'est le cas lors de la division des jugements en analytiques et synthétiques. Ma deuxième remarque touche les jugements analytiques. Dans mes premiers travaux, y compris dans mon *Traité de science de la religion*, j'ai adopté votre concept d'analyticité. Cependant, dans ma *Théorie de la science*, j'ai réussi à généraliser le concept de proposition analytique à l'aide duquel j'ai ensuite pu expliquer ce qu'on appelle depuis le vingtième siècle la validité ou la vérité logique. Il découle de ma nouvelle définition que la vôtre est inadéquate : d'une part, il y a des jugements analytiques qui ne sont pas conformes à votre définition, d'autre part, certains jugements synthétiques satisfont votre condition d'analyticité. Voici deux exemples : 1) *Tout objet est B ou non B* et 2*) Alexandre, fils du roi de Macédoine, fut roi de Macédoine*. Le premier est analytique, alors que ni B ni non-B ne figurent dans le concept d'objet, le second est synthétique, alors que le prédicat est contenu dans le concept de sujet.

Kant – Vous-même m'accordez que votre deuxième exemple ne contredit pas ma définition des jugements analytiques. En l'établissant, j'ai pensé aux caractères constitutifs des concepts, non aux caractères accidentels comme être fils du roi de Macédoine. Quant au premier exemple, c'est l'énoncé même du principe de non-contradiction ; or, comme je l'ai écrit dans la deuxième édition de ma *Critique*, les jugements analytiques reposent sur ce principe. Mes deux versions de l'analyticité correspondent donc aux deux aspects de votre

---

1. *Bolzano, Gesamtausgabe,* 2 A 12/1, p. 67-68.
2. Kant, 1783, § 5, AK IV, p. 275 (trad. fr. p. 242).

concept d'analyticité logique : la première est explicative (la substitution du définissant au défini rend manifeste l'inclusion du prédicat dans le sujet), la deuxième découle du principe de non-contradiction. Mais je reconnais que c'est vous qui avez pour la première fois expliqué ces questions de manière claire, distincte et complète.

Bolzano – L'analyticité dépend donc des lois logiques. J'ai complètement transformé votre définition par ma méthode de variation. Une proposition est *(logico-)analytique* lorsque, une fois les substitutions admises pour les variables non logiques effectuées, elle engendre uniquement des propositions qui ont la même valeur de vérité, éventuellement après la substitution du définissant au défini. Elle est (logico-)analytiquement *vraie* lorsque tous les résultats de cette substitution sont vrais. À partir de cette définition, j'ai pu développer mon système de logique qui se fonde sur la notion de déductibilité — qu'on appelle aujourd'hui conséquence logique. Et je n'étais pas le premier philosophe après Aristote à avoir apporté quelques innovations en logique. J'ai toujours pensé que c'était un de vos péchés littéraires que d'avoir déclaré que depuis Aristote, la logique n'a pu faire « aucun pas en avant et que, par conséquent, selon toute apparence, elle semble close et achevée »[3]. Pensez aux écrits de Leibniz, même seulement à ceux que nous avons pu connaître pendant notre existence terrestre. — Autre question liée à l'analyticité : un de vos lecteurs les plus pénétrants, Jan Berg (c'est aussi celui qui a donné l'impulsion décisive à la diffusion de mes concepts), se demande pourquoi les propositions *Tous les corps sont pesants* ou *La droite est la ligne la plus courte entre deux points* sont synthétiques.

Kant – Sa réponse est très ingénieuse. J'avoue que moi-même n'y ai pas prêté assez d'attention bien que j'aie observé que « mon concept de ce qui est droit ne contient rien de quantitatif, mais seulement une qualité. Le concept du plus court est donc entièrement ajouté et ne peut être tiré par aucune analyse du concept de la ligne droite. Il faut recourir ici à l'intuition qui seule rend la synthèse possible »[4]. Ayant analysé tous mes exemples, Jan Berg a trouvé un critère suffisant du caractère synthétique des jugements : « *Un jugement est synthétique lorsque son sujet et son prédicat appartiennent à différents groupes de catégories* »[5]. Par contraposition, on obtient l'analyticité.

Bolzano – Est-ce vrai des propositions arithmétiques comme 7 + 5 = 12 ?

Kant – Nous en reparlerons lorsque nous traiterons des jugements arithmétiques. De toute façon, le problème central de ma *Critique* était de légitimer la connaissance humaine, y compris la connaissance mathématique, de montrer son domaine de validité. J'ai voulu fixer les bornes — celles de l'expé-

3. Kant, 1781, Préface à la seconde édition, B VIII (trad. fr. p. 15).
4. Kant, 1781, Introduction à la seconde édition, B 416 (trad. fr. p. 41).
5. Berg, 1999, p. 106.

rience possible — que notre connaissance ne saurait franchir. J'y suis parvenu en examinant les structures originaires de notre faculté de connaître qui sont à l'œuvre dans chacun des actes de notre connaissance. Ma *Critique* répond donc à la question de savoir qu'est-ce que l'expérience, dans quelles conditions est-elle possible et si nous sommes capables de parvenir à une vraie connaissance des objets qui sont au-delà de toute expérience possible. C'est pourquoi la division des jugements selon leur origine est pour moi si importante. Seuls les jugements synthétiques peuvent élargir notre connaissance. Or, il y a une connaissance humaine authentique qui sans dépendre de l'expérience permet de la structurer, et qui contient uniquement des jugements universels et nécessaires, à savoir la connaissance mathématique. Par conséquent, il y a nécessairement des jugements synthétiques *a priori*.

Bolzano – Vous caractérisez les jugements mathématiques par deux propriétés : l'universalité et la nécessité. Il est cependant évident que certaines propositions mathématiques — nous verrons plus tard pourquoi je préfère parler de propositions et même de propositions en soi plutôt que de jugements — sont particulières et non universelles, et sont donc quantifiées existentiellement, comme par exemple la proposition « certains nombres sont des nombres premiers ». D'un autre côté, bon nombre de propositions empiriques sont universelles, par exemple la suivante : « Tous les enfants de Niobé sont morts avant la mort de leur mère ». L'universalité, la quantification universelle n'est donc pas suffisante pour distinguer les jugements *a priori* et les jugements empiriques.

Kant – Je distingue deux sortes d'universalité. La première est la généralisation empirique et elle admet des exceptions. La généralisation stricte n'admet pas d'exceptions et elle est propre aux jugements mathématiques.

Bolzano – Votre distinction de la généralisation inductive et de la généralisation stricte suppose la distinction entre les jugements *a priori* et les jugements empiriques. Comment pouvez-vous savoir à laquelle vous avez à faire dans un cas particulier ?

Kant – Peut-être aurais-je dû être plus attentif dans ma formulation. Votre objection repose sur un malentendu. Je n'ai en aucun cas voulu exclure des mathématiques les jugements particuliers. Ce que j'avais à l'esprit était non pas la quantification universelle des jugements, mais leur *validité* universelle. Comme moi, vous-même l'accordez aussi à certains jugements particuliers.

Bolzano – Qu'en est-il de votre deuxième critère, celui de nécessité ? Vous définissez la nécessité comme l'existence donnée par la simple possibilité. Or, si nous admettons l'existence des vérités logiques en tant que vérités en soi — le mot existence n'est pas vraiment approprié — nous ne pouvons pas leur appliquer votre définition, parce que les vérités en soi n'existent pas dans le monde réel. Quant à moi, « j'appelle nécessaire tout ce dont le non-être est impossible, c'est-à-dire ce qui contredit une vérité conceptuelle pure. […] Si j'ai bien défini ici le concept de nécessité, il se laisse appliquer à proprement parler uniquement aux objets réels c'est-à-dire aux objets qui existent; seulement ce qui existe peut être nécessaire »[6]. C'est seulement au sens figuré qu'on attribue parfois la nécessité aussi aux objets qui n'existent pas réellement, par exemple aux vérités en soi. Je crois que mon usage linguistique s'accorde mieux avec l'usage courant : pour moi, une vérité est nécessaire si elle découle des vérités conceptuelles pures. Autrement dit, une vérité est nécessaire si sa négation contredit quelque vérité conceptuelle pure. Étant donné que chaque vérité découle d'elle-même, chaque vérité conceptuelle pure est nécessaire. Dans ce deuxième sens, le concept de nécessité se rattache à celui de vérité conceptuelle pure et on comprend pourquoi j'ai remplacé votre classification des jugements en *a priori* et *a posteriori* par celle que je fais entre les propositions purement conceptuelles et les propositions empiriques, plus exactement les *Anschauungssätze*, celles qui contiennent des intuitions.

Kant – Votre distinction ne me semble pas plus avantageuse et plus claire que la mienne, au contraire. Qu'est-ce que votre vérité conceptuelle pure ? C'est une proposition qui ne contient que des concepts. Pour vous, un concept est pur si, ni lui, ni aucune de ses parties ne contient des intuitions. Vous définissez donc les vérités conceptuelles pures négativement, mais toujours à l'aide du concept d'intuition. Vous critiquez ma notion d'intuition, mais comment la définissez-vous ? Comme une représentation qui est non seulement singulière, mais en même temps simple. Et comme une représentation *en soi* ! À votre avis, il y a donc des intuitions en soi, en dehors du sujet, qui n'ont pas d'existence mais seulement une certaine espèce d'être. Et c'est à l'aide de telles « intuitions pures » que vous voulez définir les concepts et les vérités conceptuelles purs. Toute votre conception des vérités mathématiques repose sur ce genre d'intuitions *an sich*[7].

Bolzano – Si nous admettons les propositions et les vérités en soi, nos devons également admettre l'être en soi des parties dont elles se composent, qui sont les représentations et les concepts. Certains énoncés contiennent en effet, parmi d'autres expressions, également celles qui désignent les intuitions. Or, les énoncés expriment des propositions (pour faire plus simple, utilisons ce terme pour parler des propositions *en soi*), et les parties des énoncés expriment des représentations en soi dont les concepts (en soi) forment une sous-espèce. Tout dépend donc des propositions. Pourquoi devons nous les admettre ? Parce nous devons être en mesure de parler des vérités qui ne seront découvertes que dans un avenir lointain et peut-être même jamais — des vérités que personne sauf Dieu ne connaît. Il y a de telles vérités, par exemple la proposition qui énonce le nombre de fleurs sur un certain arbre au printemps dernier.

---

6. Bolzano, 1834, I, p. 181.

7. Sur la notion bolzanienne d'intuition, on consultera l'article de Rolf George dans le même numéro. *Note de l'éditeure.*

Personne sauf Dieu ne connaît ce nombre et la proposition qui l'énonce n'a été pensée ni énoncée par personne. Par rapport aux jugements qui sont des événements dans mon esprit et, en tant que tels, donc réels (effectivement pensés), les propositions forment leur « matière » (*Stoff*) ; par rapport aux énoncés qui sont également tous réels (ce sont certains signes sonores ou écrits), elles sont leurs significations. Les significations sont antérieures au langage, elles ont un certain être (que je n'appelle pas existence), même si elles n'existent pas dans la réalité. Les significations n'appartiennent pas au monde réel dont font partie les jugements par lesquels je les appréhende et les énoncés qui les expriment. On peut alors concevoir chaque langue comme un certain codage phonétique du système universel des significations, plus une grammaire également universelle[8].

Kant – Comme moi, votre ami Franz Exner n'a pas pu, non plus, admettre des objets dont l'existence est aussi fantomatique. Les significations sont notre œuvre, nous les formons par l'activité spontanée de nos facultés de connaître, et les langues résultent d'un travail continu des peuples et des communautés humaines. Souvenez-vous de ce qu'ont écrit J.G. Herder et Guillaume de Humboldt sur la formation et l'évolution des langues et sur leurs liens intimes avec l'histoire et le mode de vie des peuples.

Bolzano – Si nous admettons uniquement les significations qui ont été pensées par quelqu'un ou exprimées dans une langue, non seulement ne pourrons-nous plus parler de vérités inconnues ; nous ne pourrons même plus parler des vérités connues. Si j'énonce le théorème de Pythagore en grec, en allemand ou en français, je pense la *même* proposition. Les propositions et les vérités sont indépendantes des langues particulières ; une langue ne sert que pour les saisir et les exprimer en vue de les communiquer aux autres. Si nous acceptons les objets mathématiques, par exemple les nombres, les fonctions, les courbes et en général les collections et les ensembles — j'ai montré dans ma *Théorie des grandeurs* que tous les objets mathématiques sont des collections, des ensembles — comme indépendants de la subjectivité humaine, nous devons également accepter leurs propriétés et donc aussi les propositions qui les leurs attribuent.

Kant – C'est là où notre divergence est essentielle. Les mathématiques sont une œuvre humaine et elles ne s'étendent qu'aux *sensibilia*. Elles consistent dans une activité, à savoir une activité de construction. C'est tout à fait manifeste en géométrie où, depuis Euclide, on apprend à construire les objets géométriques et à démontrer leurs propriétés par des constructions. Cela est moins évident en arithmétique où l'on doit néanmoins construire le nombre à partir du schème temporel de succession. Même les équations de l'algèbre sont des constructions symboliques.

8. Cette dernière phrase dépasse quelque peu les formulations de Bolzano.

Bolzano – Plusieurs différences découlent de ce désaccord fondamental. Ne peut-on envisager d'appliquer l'arithmétique aux êtres suprasensibles et à leurs propriétés ? Ne peut-on pas les compter ? Dieu par exemple est *un*, il a des forces infinies et sa capacité de connaître embrasse un ensemble infini de vérités. On peut même envisager « une faculté de connaître qui, sans être omnisciente, est capable d'embrasser n'importe quel ensemble infini de vérités, ne serait-ce, par exemple, que la suite infinie tout entière des décimales de la seule grandeur $\sqrt{2}$ »[9].

Kant – Les êtres suprasensibles ne sont pas objets de notre connaissance. Au sens propre du terme *connaître*, nous ne connaissons pas leurs propriétés.

Bolzano – Contrairement à Leibniz, les propositions de la mathématique sont pour vous synthétiques, et là, je peux vous suivre même si certaines sont analytiques. Mais je ne peux pas vous accorder qu'elles sont fondées sur les deux formes de l'intuition que sont l'espace et le temps.

Kant – Je voudrais rappeler ma conception des intuitions. Une intuition est « le mode par lequel [la connaissance] se rapporte immédiatement aux objets »[10], plus exactement « une représentation dépendant immédiatement de la présence de l'objet »[11]. Nous pouvons donc avoir une intuition uniquement en présence d'un objet et toute représentation qui nous est donnée par un seul objet est une intuition. Une intuition est le produit de notre sensibilité. Une intuition empirique — je dois me servir de cette expression parce qu'il y a aussi des intuitions non empiriques — est celle « qui se rapporte aux objets par le moyen de la sensation »[12]. Les objets de l'intuition empirique sont les phénomènes. Lorsque nous analysons un phénomène, nous y trouvons non seulement le contenu concret qui correspond à la sensation, mais aussi la forme. Cette forme est ce qui unifie les impressions particulières. Comme vous l'avez rappelé, ces deux formes sont l'espace et le temps et elles sont *a priori*. La forme temporelle est la condition de toute intuition et donc de toute expérience ; l'espace est la condition des phénomènes externes. J'ai démontré que les représentations de l'espace et du temps sont des intuitions et non des concepts.

Bolzano – Comment pouvez vous tenir l'espace et le temps pour des intuitions ? Vous-même dites que l'intuition suppose un objet réel puisqu'elle représente son influence immédiate sur notre sensibilité. Or, l'espace et le temps ne sont rien de réel, ils ne font pas partie des chaînes causales, ils ne font que les rendre possibles. Ce sont des relations, des déterminations des substances créées. Le temps par exemple est cette détermination dont la représentation « doit s'ajouter à celle de la substance, afin de permettre, étant donné un couple quelconque

9. Bolzano, 1851, § 12, p. 11 (trad. fr. p. 70).
10. Kant, 1781, § 1, A 19 (trad. fr. p. 53).
11. Kant, 1783, § 8, AK, IV, p. 282. (trad. fr. p. 49).
12. Kant, 1781, § 1, A 20 (trad. fr. p. 53).

de deux *propriétés contradictoires, b* et *non-b*, d'attribuer l'une en vérité à ladite substance, et de lui refuser l'autre »[13].

Kant – Moi aussi, je pense que l'espace et le temps ne sont rien de réel. Ce sont des intuitions parce que ce sont des représentations singulières : leur objet unique est l'espace et le temps tout entier. Prenons, à titre d'exemple, l'espace. Ses propriétés sont analysées par la géométrie. Étant donné que les principes (axiomes) de la géométrie ne sont pas analytiques et ne sauraient donc être déduits à partir de concepts seuls, nous avons besoin de l'intuition pour pouvoir lier le prédicat au sujet. Les propositions géométriques sont nécessairement vraies, elles sont donc indépendantes de l'expérience. L'intuition à l'œuvre en géométrie doit donc être *a priori*, pure, donc ; elle est la *forme* de l'intuition. Je ne nie pas qu'on démontre certaines propositions géométriques de manière discursive, mais les principes de la géométrie reposent sur l'intuition. Depuis ses commencements, depuis la découverte de la première démonstration, la géométrie a procédé en recourant à l'intuition. « Le premier qui démontra le triangle isocèle (qu'il s'appelât Thalès ou comme l'on voudra) eut une révélation ; car il trouva qu'il ne devait pas suivre pas à pas ce qu'il voyait dans la figure, ni s'attacher au simple concept de cette figure comme si cela devait lui en apprendre les propriétés, mais qu'il lui fallait réaliser (ou construire) cette figure, au moyen de ce qu'il y pensait et s'y représentait lui-même *a priori* par concepts (c'est à dire par construction), et que, pour savoir sûrement quoi que ce soit *a priori*, il ne devait attribuer aux choses que ce qui résultait nécessairement de ce que lui-même y avait mis, conformément à son concept »[14].

Bolzano – L'évidence intuitive d'une proposition ne nous délivre pas de l'obligation de la démontrer. « Que pouvait sembler plus inutile que la peine considérable que s'est donné Thalès (ou celui qui a trouvé les premières démonstrations géométriques) pour prouver que les angles à la base d'un triangle isocèle sont égaux. Il n'a pas douté qu'il en fût ainsi ; il a seulement voulu savoir pourquoi la raison énonce cette proposition nécessaire. Et voilà, en dévoilant les éléments d'une conclusion cachée, il a trouvé la clé qui conduit à de nouvelles vérités qui, elles, ne sont pas si évidentes à la raison humaine ordinaire »[15]. Il ne s'agit donc pas de l'intuition et de la construction, mais de la découverte des relations cachées entre les concepts dont se compose une proposition géométrique. C'est à partir de ces relations que nous construisons non pas l'objet géométrique mais la démonstration de ses propriétés.

Kant – « La connaissance *philosophique* est une *connaissance rationnelle* par *concepts* et la connaissance mathématique est une connaissance rationnelle

---

13. Bolzano, 1851, § 39, p. 76 (trad. fr. p. 136). Sur le rôle des déterminations temporelles dans la théorie bolzanienne, on consultera l'article de Mark Textor dans le même numéro. *Note de l'éditeure.*

14. Kant, 1781, B 11-12 (trad. fr. p. 17).

15. Bolzano, 1804, p. 9-10.

par *construction* des concepts. Mais *construire* un concept, c'est représenter [*darstellen*] *a priori* l'intuition qui lui correspond »[16]. La mathématique nous offre un exemple excellent de la manière dont l'entendement pur réussit à élargir notre connaissance, justement parce qu'il procède non pas par la méthode discursive comme en philosophie, mais par la voie des constructions. « Que l'on donne à un philosophe le concept de triangle et qu'on le charge de trouver à sa manière quel peut être le rapport de ses angles avec l'angle droit. Tout ce qu'il a, c'est le concept d'une figure renfermée entre trois lignes droites et, dans cette figure, le concept d'un égal nombre d'angles. Il aura beau réfléchir, tant qu'il voudra, sur ce concept, il n'en fera sortir rien de nouveau. Il peut analyser et rendre clair le concept de la ligne droite, ou celui d'un angle, ou celui du nombre trois, mais non pas arriver à d'autres propriétés qui ne sont pas du tout contenues dans ces concepts. Mais que le géomètre s'empare de cette question, il commence aussitôt par construire un triangle. Sachant que deux angles droits pris ensemble valent autant que tous les angles adjacents qui peuvent être tracés d'un point pris sur une ligne droite, il prolonge un côté de son triangle et obtient deux angles adjacents dont la somme égale deux droits. Il partage ensuite l'angle externe en traçant une ligne parallèle au côté opposé du triangle et voit qu'il en résulte un angle adjacent qui est égal à un angle externe, etc. De cette manière, il arrive, par une chaîne de raisonnements, toujours guidés par l'intuition, à la solution parfaitement claire et en même temps générale de la question »[17].

Bolzano – Si le géomètre procède comme vous le dites, c'est uniquement parce que sa science est encore trop imparfaite. « On peut cependant penser une méthode de démonstration qui n'exige point de se représenter un triangle dans l'imagination, ou bien en tout cas seulement pour faciliter son travail, à peu près de la même manière que nous écrivons les propositions particulières l'une au-dessous de l'autre dans un sorite pour savoir d'où nous sommes partis et où nous en sommes »[18]. Le géomètre ne doit pas se contenter du témoignage de ses *yeux*, il doit pouvoir le conclure aussi de ses *concepts*. Je voudrais aussi ajouter une remarque générale. Les mathématiciens et tout particulièrement les géomètres ont mis arbitrairement des obstacles sur le chemin qu'ils entendent suivre. Ils ont en effet décidé « de ne jamais reconnaître un objet comme *existant* tant qu'ils n'ont pas montré la *manière* dont il pourrait être réalisé à l'aide de certains instruments. Comme on sait, dans la géométrie euclidienne, on n'admet aucun objet comme réel tant qu'on n'a pas montré sa construction par le moyen du plan, du cercle et de la droite. Cette limitation trahit d'une manière suffisamment claire son origine empirique. Une table, un compas et une règle sont en effet parmi les outils les plus simples qui

16. Kant, 1781, A 713 (trad. fr. p. 493).
17. Kant, 1781, A 716 (trad. fr. p. 495).
18. Bolzano, 1837, § 305.6, vol. 3, p. 187.

aient servi aux gens pour dessiner. Or, une droite, un cercle et finalement le plan tout entier, considérés en eux-mêmes, sont des objets si complexes qu'on ne saurait en aucun cas admettre leur possibilité à titre de postulat. Au contraire : leur possibilité doit être démontrée à partir de la possibilité des choses qu'Euclide enseigne à construire par le moyen de la droite, du cercle et du plan »[19].

Kant – Premièrement, il y a bien longtemps que les mathématiciens ont montré que ce que vous appelez une limitation arbitraire est en fait fondé dans la chose elle-même et qu'elle correspond à une classe bien délimitée d'objets mathématiques. Deuxièmement, mon but était d'empêcher que l'on puisse considérer la mathématique comme un simple jeu de signes ou symboles, indépendamment du fait que quelque chose leur corresponde ou non dans la réalité. Vous-même reconnaissez aussi que l'existence d'un objet mathématique ne découle pas de sa définition et qu'il faut donc la prouver. C'est à ce but que sert la construction des concepts dans l'intuition pure qui seule garantit l'existence des objets dont parlent les mathématiciens.

Bolzano – « Pour un exposé théorique de la mathématique, il suffit de montrer la *possibilité* de chaque combinaison de concepts qu'on introduit. Comment et de quelle manière faut-il présenter *l'objet dans la réalité* en analogie avec ce concept, cela appartient à la *mathématique pratique* »[20].

Kant – Pour connaître un objet, je dois être en mesure de prouver sa possibilité ou bien *a priori* ou bien par le témoignage de l'expérience, car si un objet est réel, il est certainement possible. Pour garantir la validité objective des concepts mathématiques, il me faut des démonstrations *a priori* de l'existence de leurs objets, de leur présentation dans l'intuition pure. Leur simple possibilité, c'est-à-dire leur caractère non-contradictoire ne me suffit pas. Si c'était le cas, il se pourrait qu'on ait une géométrie avec des théorèmes démontrés analytiquement, mais qui ne portent sur aucun objet. On aurait des mots : *ligne, triangle, cercle*, etc., mais on n'aurait ni lignes, ni cercles, ni triangles. On peut aller encore plus loin : non seulement les mots n'auraient-ils pas de référence, ils n'auraient même pas de sens. On écrirait juste les mots ou les formules enchaînés selon les règles logiques, mais ceux-ci ne signifieraient rien. Voici ce qu'écrit à ce sujet un de mes amis, Johann Schultz :

> Si donc les démonstrations géométriques sans la construction des concepts étaient possibles, il devrait être possible d'offrir un système démontré de la géométrie sans savoir ce que signifient les mots qui figurent dans les définitions et les propositions, et même s'ils indiquent quelque chose de réel ou non[21].

---

19. Bolzano, 1810, § 37, p. 228-229.
20. *Ibid.*, p. 229.
21. Schultz 1789-92, p. 131.

Bolzano – « Personne ne veut nier qu'il est impossible de prouver la vérité d'une proposition ou même de l'accepter dans son for intérieur tant qu'on ne sait pas quels concepts sont désignés par les mots qui y figurent »[22]. Mais votre appel à l'intuition tient au fait que, encore aujourd'hui, des définitions correctes de nombreux concepts fondamentaux font défaut à la mathématique. Tout le monde croit savoir ce qu'est une droite, une ligne, une surface, un solide, une distance, une limite, etc., mais en réalité, nous n'avons pas encore même une définition correcte du concept dont la géométrie explore les propriétés, à savoir le concept d'espace. Tant que l'on travaille avec des concepts mal définis ou qui ne sont pas définis du tout, on est forcé de recourir à l'intuition pour combler les lacunes de nos démonstrations. En géométrie nous ne pouvons pas, non plus, nous satisfaire de cette méthode. Mais le pire, c'est l'ordre chaotique de la présentation de la géométrie, qui reste toujours encore essentiellement celui d'Euclide. Nous devons remplacer l'ordre euclidien par un ordre véritablement scientifique fondé sur la dépendance objective des vérités de la géométrie. Nous devons ordonner ces vérités, conformément à la relation de fondation objective que j'appelle *Abfolge* et qui ne dépend pas des limitations imposées aux constructions. D'après la relation de fondation, une vérité plus complexe ne peut qu'être la conséquence d'une vérité plus simple[23]. En mathématique, y compris en géométrie, nos démonstrations doivent être purement conceptuelles. Nous ne devons rien déduire d'une simple inspection des figures, de ce qu'on appelle intuition. Tout doit être déduit uniquement à partir de concepts purs et de vérités conceptuelles pures, et de telle sorte que l'on puisse en principe se convaincre de la justesse de cette déduction sans avoir devant nous dans l'intuition ou dans l'imagination la figure à laquelle cette déduction se rapporte.

Kant – Je ne peux qu'insister : la mathématique ne saurait se contenter de simples concepts et de la méthode discursive. Elle doit démontrer que ses concepts représentent des objets. Je demande aux mathématiciens de démontrer que leurs combinaisons de concepts correspondent aux objets et cela n'est possible que par l'effectivité de leurs procédés, à savoir par des constructions. Les définitions mathématiques ne sont correctes que dans la mesure où l'on peut présenter leur objet *a priori* dans l'intuition. Maintenant, nous trouvant ici, dans le monde suprasensible, nous savons que certains mathématiciens qui nous ont rejoint plus tard, par exemple Poincaré et Brouwer, sont du même avis. Ils insistent que tant qu'on n'a pas construit les objets mathématiques ou qu'on n'a pas défini la méthode de leur construction, on ne peut parler de leur existence. Pour donner un exemple, selon Poincaré, le procédé de l'induction mathématique (que vous utilisez pour prouver l'exis-

22. Bolzano, 1837, §§ 305.7, vol. 3, p. 193.

23. Sur la fondation objective (Abfolge) et la relation de fondement à conséquence, voir l'article d'Armin Tatzel dans le même numéro. *Note de l'éditeure.*

tence des vérités en soi mais que vous mentionnez tout juste dans un paragraphe de la *Théorie de la science*) qui est à la base de l'arithmétique est fondé sur l'intuition.

Bolzano – Se limiter aux constructions signifie sous-estimer la puissance de notre entendement. C'est comme si un soldat renonçait volontairement à certaines armes, comme s'il voulait combattre avec des flèches et des lances contre l'ennemi équipé de fusils et de canons. Notre entendement est capable de pénétrer l'infini. J'ai essayé de le mesurer dans *les Paradoxes de l'infini*, mon dernier livre. Même si le développement ultérieur de la mathématique ne m'a pas donné entièrement raison — et je dois dire que, malheureusement, sur certains aspects, c'était justifié — ma pensée fondamentale, qui a inspiré Cantor et que Dedekind a adoptée pour définir l'infini, était tout à fait juste. — Revenons encore à votre thèse sur la construction des concepts dans l'intuition pure. Prenons par exemple le concept d'une ligne infinie. « Il est certainement impossible à l'imagination productive de produire un objet qui corresponde à ce concept, car aucune imagination ne nous rend capables de dessiner une ligne infinie ; nous pouvons et devons la penser uniquement par l'entendement. Et je passe sous silence le fait que notre imagination n'est même pas en état de nous peindre le premier et le plus simple objet géométrique, à savoir le point ; car ce qu'elle nous dépeint est un petit tas ayant trois dimensions, desquelles nous devons faire l'abstraction par l'entendement »[24]. Comment peut-on représenter dans l'intuition pure la fonction continue qui oscille en chaque point et qui n'a donc pas de dérivée ? Je l'ai définie et ai démontré son existence dans ma *Théorie des fonctions* et c'est seulement une quarantaine d'années plus tard que Weierstrass en a construit une semblable. Or, au sens propre, on ne saurait *construire* cette fonction elle-même ; tout ce qu'on peut faire, c'est définir une suite de fonctions dont ma fonction est la limite. L'existence de cette fonction doit être démontrée de manière purement conceptuelle, aucune intuition ne peut me guider. Je ne peux même pas construire une suite *infinie* de fonctions dont j'ai pourtant besoin ; la construction effective ne saurait aller à l'infini.

Kant – Cependant, vos cahiers contiennent une quantité de dessins de courbes très étranges. N'est-ce pas l'intuition qui vous a guidé dans vos découvertes ?

Bolzano – Dans mes découvertes, certainement. Mais un concept mathématique doit être défini sans référence à la figure, à son expression ou à sa construction symbolique, et les vérités mathématiques doivent être démontrées sans l'intervention de figures. C'est ainsi que procèdent aujourd'hui les mathématiciens, par exemple Lagrange. C'est la notion de démonstration analytique qui est au cœur des mathématiques, et non l'intuition. De plus, l'illustration des concepts par des figures ou dessins n'est pas propre à la géométrie.

---

24. Bolzano, *Gesamtausgabe*, 2 A 7, p. 77 (*Von der mathematischen Lehrart*, §11).

« […] [M]ainte autre science contient également des concepts qui peuvent être rendus intuitifs par une figure. Par exemple, même en logique, Euler, Lambert et d'autres, n'ont-ils pas rendu intuitif le concept d'extension d'une représentation et les relations extensionnelles en les représentant par des figures géométriques ? N'a-t-on pas rendu sensible également la doctrine des syllogismes (*Schlüsse*) par des figures ? En ce qui concerne ce qu'on appelle les constructions symboliques de l'algèbre, il est clair que les désignations des grandeurs par des lettres, et des opérations diverses de l'addition, de la soustraction etc. par des signes bien connus +, – etc., ne changent en rien la manière dont ces concepts doivent être conçus ; ces signes facilitent seulement leur fixation dans la mémoire et leur évocation. On a introduit et utilisé de tels moyens dans plusieurs autres sciences, par exemple en logique, en chimie et en géographie, sans qu'on fût amené à dire que dans ces sciences les concepts sont désormais produits d'une autre manière qu'auparavant. Et même, ne doit-on appeler les mots (dont on se sert pourtant dans toutes les sciences et même en métaphysique), lorsque qu'ils sont représentés par l'écriture alphabétique ordinaire, des signes intuitifs de nos concepts, de même que a+b en algèbre ? La différence ne consiste-t-elle pas au plus en ceci que ces derniers signes sont plus faciles à produire et à saisir dans leur ensemble »[25] ?

Kant – Dans la *Théorie de la science* et ailleurs, vous parlez de principes (axiomes) qui doivent servir de fondement aux sciences, en particulier en mathématiques. Néanmoins, dans vos travaux mathématiques, vous ne les formulez guère. Votre géométrie est déduite d'un seul axiome ; il est vrai, vous y énoncez également des hypothèses que vous ne savez pas encore démontrer. Cependant, dans votre grand traité des mathématiques, la *Théorie des grandeurs* (*Grössenlehre*), vous formulez tout juste un principe pour la théorie des collections et des ensembles. Est-ce suffisant ? Et d'où viennent vos principes sinon de l'intuition ?

Bolzano – Dans mes *Considérations sur les objets de la géométrie élémentaire*, j'ai présenté la géométrie de manière purement conceptuelle, je n'avais besoin d'aucune intuition. Quant aux principes, ou mieux, aux vérités primitives (*Grundwahrheiten*), nous les connaissons grâce aux concepts qui y figurent.

Kant – Votre réponse est un peu courte et ce que vous dites dans *De la méthode mathématique* au sujet des vérités primitives est certes important (vous y parlez des critères de simplicité et de généralité) mais ne répond pas vraiment à la question.

Bolzano – Encore plus problématique est votre conception du nombre, fondée sur le temps comme forme *a priori* du sens interne. Rappelons-nous la

25. *Ibid*., p. 77-78 (§11).

démonstration de l'addition des nombres que propose Leibniz dans les *Nouveaux essais sur l'entendement humain* (IV, VII, § 10) :

Définitions :

1) 2 = 1 + 1
2) 3 = 2 + 1
3) 4 = 3 + 1

Axiome : Mettant des choses égales à la place, l'égalité demeure.

Démonstration :

2 + 2 = 2 + 1 + 1 (par la déf. 1),
2 + 1 + 1 = 3 + 1 (par la déf. 2),
3 + 1 = 4   (par la déf. 3).
Donc (par axiome) 2 + 2 = 4.

Kant – C'est justement à la lumière de tels exemples qu'on peut voir que les vérités arithmétiques ne sont pas analytiques. Le concept d'addition exige la fusion de deux nombres en un seul, mais ne dit pas quel est ce nombre. Pour obtenir ce nouveau nombre, je dois d'abord sortir des concepts de ces deux nombres et de celui d'addition, recourir ensuite à l'intuition qui correspond au premier nombre (par exemple les doigts ou les points) et ajouter successivement d'autres unités. C'est ainsi que j'obtiens le résultat qui est une proposition synthétique *a priori*.

Bolzano – L'intuition n'est point nécessaire. N'avez-vous pas dit vous-même que le temps n'influe pas sur les propriétés des nombres ? A quoi sert-il donc en arithmétique ? En fait, il suffit de compléter la démonstration leibnizienne par une proposition générale, à savoir par la loi de l'associativité de l'addition, qui est pour moi une conséquence immédiate de la définition de la somme. Une somme est en effet une collection telle « que rien d'essentiel en elle n'est changé si nous concevons les parties des parties comme parties du tout lui-même »[26]. De cette définition découle la formule :

a + (b + c) = (a + b) + c.

Cette formule dit que, dans le cas d'une somme arithmétique, on ne s'occupe pas « de l'*ordre* des éléments (un concept qui comprend assurément celui de succession dans le temps, (*Zeitfolge*)). Cette proposition, loin de présupposer le concept de *temps*, l'exclut bien au contraire »[27]. Appliquons-la à la formule 7 + 5 = 12, ou plutôt à une formule plus simple 7 + 2 = 9 :

1 + 1 = 2 (définition)
7 + 1 = 8 (définition)
8 + 1 = 9 (définition)
7 + 2 = 7 + (1 + 1) = (7 + 1) + 1 = 8 + 1 = 9.

---

26. Bolzano, 1851, § 5, p. 4 (trad. fr. p. 60).
27. Bolzano, 1810, Appendice, § 8, p. (trad. fr. Laz, 1993, p. 179-180).

De telles formules sont des applications de la définition de la somme et sont donc des propositions purement *analytiques* qui n'ont besoin d'aucune intuition. Même en appliquant le critère de Jan Berg, on devrait les trouver analytiques : on ne sort pas de la catégorie de la quantité.

Kant – Mais si ! Dans ce jugement, vous avez bien les nombres 7, 5 et 12 qui tombent sous la catégorie de la quantité ; cependant, l'opération d'addition appartient à la catégorie de la relation. Comme l'écrit Jan Berg, « c'est ici que s'opère le passage de l'opération de l'addition, qui correspond à une relation, à une quantité »[28].

Bolzano – Pour vous, les formules arithmétiques sont synthétiques et reposent sur le temps comme forme de l'intuition parce que, au cours de l'addition, nous ajoutons les unités dans le temps. Avec le même droit, nous pourrions donc également fonder la logique sur le temps, puisque dans chaque démonstration compliquée — dans n'importe quel sorite — nous accomplissons les pas successifs dans le temps. Vous parlez des doigts ou des points comme des images des nombres là où, moi, je préfère parler du nombre concret ou, encore mieux, d'un exemple ou d'une application du concept de nombre. Cinq doigts seraient pour moi un exemple ou, comme on dit aujourd'hui, une instance du nombre 5.

Kant – Même les logiciens du vingtième siècle commencent à parler des constructions. Prenons encore un exemple arithmétique. « De la même grandeur, je peux, par différents modes de composition et de division (mais toutes deux, aussi bien l'addition que la soustraction, sont des synthèses) me former un concept, qui objectivement est certes identique (comme dans chaque équation), mais subjectivement, selon le type de composition que je pense pour obtenir ce concept, est très différent [...] Je peux ainsi, par $3 + 5$, par $12 - 4$, par 2×4, par 2^3 parvenir à la même détermination d'une grandeur $= 8$. Mais dans ma pensée de $3 + 5$, la pensée 2×4 n'était absolument pas contenue ; tout aussi peu que l'était le concept de 8, qui a pour toutes deux la même valeur »[29]. Or, ces différentes manières de parvenir au même nombre sont autant de constructions de ce nombre.

Bolzano – Ce que vous avez écrit sur l'intuition en géométrie confirme mon opinion qu'entre l'intuition empirique et intuition *a priori* pure il n'y a qu'une différence de degré, pas une différence de nature. Comment pouvons-nous les distinguer ? Quelle est la différence dans leurs procédés et dans les résultats de leur activité ? Il me semble qu'on peut négliger la différence entre un triangle réel, dessiné sur le papier, et le triangle qui est seulement représenté dans l'imagination.

---

28. Berg, 1999, p. 108.

29. Kant, AK p. 340 (trad. fr. p. 327-328 ; À J. Schultz, 25. 11. 1788). Cf. Tichy, 1986 et 1988.

Kant – Même sur le papier, donc dans l'intuition empirique, je peux construire un triangle de manière entièrement *a priori*. La figure concrète dessinée sur le papier est empirique, mais elle sert néanmoins à exprimer la généralité du concept, parce qu'avec cette intuition empirique, nous prenons en considération uniquement l'acte de la construction du concept et nous faisons abstraction des différences qui ne touchent pas le concept du triangle lui-même. L'imagination empirique produit des images, l'imagination pure, des schèmes. Dans une construction mathématique, que ce soit un objet géométrique ou un nombre, ce qui compte, ce n'est pas la figure dessinée ou les points qui représentent les nombres, mais uniquement l'opération qu'on exécute selon une certaine règle. C'est cette règle ou « représentation d'un procédé général de l'imagination pour procurer à un concept son image que j'appelle le schème de ce concept »[30]. Le schème d'un concept est donc une fonction qui lui associe une image. Le schème d'un concept ne doit donc pas être confondu avec une image ; c'est une méthode ou règle qui permet de représenter un concept par une image qui, elle, résulte de cette activité schématique.

Bolzano – Je ne peux me faire aucune idée d'un procédé que devrait suivre notre imagination pour fournir des images à nos concepts si par images je dois entendre certains objets subsumés par ces concepts, parce que je ne peux considérer l'imagination en aucun sens de ce terme comme une faculté qui produirait autre chose que des représentations. Comment peut-on appeler intuition la représentation d'une méthode ou d'une règle ?

Kant – Les images dans notre esprit sont des représentations. « Lorsque je dispose cinq points les uns à la suite des autres : •••••, c'est là une image du nombre 5. Au contraire, quand je ne fais que penser à un nombre en général, qui peut être cinq ou cent, cette pensée est la représentation d'une méthode pour représenter une multitude (par exemple, mille) dans une image conformément à un certain concept, plutôt que cette image même, qu'il me serait difficile, dans le dernier cas, de parcourir des yeux et de comparer au concept »[31]. Le schème ne peut exister qu'en pensée, il est donc une représentation, « une règle pour déterminer notre imagination selon un certain concept général »[32]. Ce ne sont jamais les images mais toujours les schèmes qui permettent de fonder les concepts purs de la sensibilité, donc les concepts mathématiques. Aucune image de triangle ne peut saisir l'essence du triangle. *A fortiori*, aucune image et même aucun objet particulier ne permet de saisir le concept d'un objet empirique. « Le concept de chien signifie une règle d'après laquelle mon imagination peut exprimer en général la figure d'un quadrupède, sans être astreinte à quelque chose de particulier que m'offre l'expérience, ou mieux à quelque image possible que je puisse représenter *in concreto* »[33].

30. Kant, 1781, A 140-141 (trad. fr. p. 152).
31. Kant, 1781, A 140 (trad. fr. p. 152).
32. Kant, 1781. A 141 (trad. fr. p. 153).
33. Kant, 1781, A 142 (trad. fr. p. 153).

Bolzano – « Si le schème du cercle ne doit être rien d'autre que la représentation de la méthode grâce à laquelle on peut procurer un objet au concept du cercle, le schème n'est rien d'autre que la représentation de la manière dont se produit un cercle. Ce n'est donc rien d'autre que la définition bien connue du cercle qu'on appelle génétique, à savoir le concept d'une ligne décrite par un point qui se meut dans un plan tout en gardant la même distance d'un autre point donné »[34]. Vos schèmes ne sont donc en réalité rien d'autre que des *définitions*, à savoir des définitions *génétiques*. N'avez-vous pas vous-même écrit au sujet de la définition que donne Apollonius de la parabole qu'« elle est déjà elle-même la présentation d'un concept dans l'intuition, à savoir dans la section du cône effectuée sous certaines conditions, et que la réalité objective du concept, ici comme partout en géométrie, est à la fois définition et construction du concept »[35] ? S'il en est ainsi, on a le droit de se demander à quoi servent les constructions : « Si on connaît la vérité d'une proposition synthétique par une réflexion sur le schème du concept du sujet de cette proposition, on la connaît par une réflexion sur le concept seul »[36].

Kant – « Quand le cercle est défini à partir d'une ligne courbe dont tous les points sont à même distance d'un autre (le centre), n'y a-t-il pas là alors un concept donné dans l'intuition, quoique la proposition pratique qui en découle, consistant à décrire un cercle (par rotation d'une ligne droite dans un plan autour d'un point fixe), ne soit pas le moins du monde effleurée »[37] ?

Bolzano – Pour le cercle également, vous devez prouver sa possibilité à partir de concepts plus simples, il ne suffit pas d'inspecter la figure dans l'intuition. « Il se pourrait bien que même ce qui nous vient à l'esprit en considérant une figure repose en fin de compte uniquement sur des inférences pensées obscurément à partir de simples concepts »[38].

Kant – C'est là le nœud de notre controverse, au moins en ce qui concerne la connaissance mathématique. Nous laisserons pour une autre occasion beaucoup d'autres questions, y compris celles qui touchent les mathématiques : le problème des définitions et des axiomes, votre concept d'intuition, mon système des catégories, mes preuves des antinomies, les fondements métaphysiques de la physique, les fondements de l'éthique et, enfin, la métaphysique. En lisant votre *Athanasia*, on pourrait penser que vous faites partie de ces auteurs de programmes les plus variés qui prétendent pouvoir démontrer, entre autres choses, la nature simple de l'âme. Je préfère penser que pour

34. Bolzano, 1837, § 305.5c, vol. 3, p. 182-183.

35. Kant, AK XI/2, p. 42-43 (trad. fr. p. 356 ; À C. R. Reinhold, 19. 5. 1789) ; Kant, 1783, trad. fr. p. 831.

36. Bolzano, 1837, § 305.5c, vol. 3, p. 183.

37. Kant, AK XI/2, p. 43 (trad. fr. p. 357 ; À C. R. Reinhold, 19. 5. 1789) ; Kant, 1783, trad. fr. p. 831.

38. Bolzano, *Gesamtausgabe,* 2 A 7, p. 88 (*Von der mathematischen Lehrart*, §14).

vous, la métaphysique n'est pas une science mais un art, que vous voulez donc tenir « le langage modeste d'une foi raisonnable » et que vous *supposez* seulement ce qui est au-delà des limites de toute expérience possible et qui « peut servir et est même indispensable pour la conduite de l'entendement et de la volonté dans la vie »[39].

Biblographie

Bolzano, Bernard, *Bernard-Bolzano Gesamtausgabe*, Stuttgart (Bad Cannstatt), Fromann-Holzboog, 1969-.

Bolzano, Bernard, *Betrachtungen über einige Gegenstände der Elementargeometrie,* Prague, 1804 (je cite la rééd. in *Spisy, Schriften*, 5 : *Geometrische Arbeiten*, Prag 1948).

Bolzano, Bernard, *Beyträge zu einer begründeteren Darstellung der Mathematik*, Prag, 1810.

Bolzano, Bernard, *Lehrbuch der Religionswissenschaft*, Sulzbach, 1834.

Bolzano, Bernard, *Über die mathematische Lehrart*, dans *Bernard-Bolzano Gesamtausgabe*, Stuttgart (Bad Cannstatt), Fromann-Holzboog, 2 A 7, 1975 (trad. fr. par D. Lelarge *et al*. en cours de publication).

Bolzano, Bernard, *Paradoxien des Unendlichen*, Leipzig, 1851. (Je cite l'éd. Hamburg, F. Meiner, 1975 ; trad. fr. par H. Sinaceur *Paradoxes de l'infini*, Paris, Seuil, 1992).

Kant, Immanuel, *Critique de la raison pure* (1781) ; trad. fr. par A. Tremesaygues et B. Pacaud, 3e éd., Paris, P. U. F., 1963. J'indique la pagination de l'édition originale (A/B).

Kant, Immanuel, *Prolégomènes à toute métaphysique future* (1783), trad. fr. par J. Rivelaygue, *Bibliothèque de la Pléïade*, II, Paris, Gallimard, 1985. (Nous donnons aussi la référence de l'édition de l'Académie (AK IV))

Kant, Immanuel, *Correspondance*, traduit de l'allemand par M.-C. Challiol, M. Halimi, V. Séroussi, N. Aumonier, M.B. de Launay et M. Marcuzzi, Paris, Éditions Gallimard, 1991.

Berg, Jan, « Kant über analytische und synthetische Urteile mit Berücksichtigung der Lehren Bolzanos », dans *Bernard Bolzanos geistiges Erbe für das 21. Jahrhundert*, dir. Edgar Morscher, Sankt Augustin, Akademia Verlag, 1999.

Coffa, J. Alberto, *The Semantic Tradition from Kant to Carnap : To the Vienna Station* , Cambridge, Cambridge University Press, 1991.

Lapointe, Sandra, « Analyticité, universalité et quantification chez Bernard Bolzano », *Les Etudes philosophiques*, Octobre-décembre 2000, p. 454-470.

Laz, Jacques, *Bolzano critique de Kant*, Paris, Vrin, 1993.

39. Kant, 1783, § 5, AK IV, p. 278 (trad. fr., p. 45).

Prihonsky, Frantisek, *Neuer Anti-Kant oder Prüfung der Kritik der reinen Vernunft nach den in Bolzano's Wissenschaftslehre niedergelegten Begriffen*, Bautzen, 1850.

Rusnock, Paul, *Bolzano's Philosophy and the Emergence of Modern Mathematics*, Amsterdam, Rodopi, 2000.

Rusnock, Paul « Bolzano's responses to Kant and Lagrange », *Revue d'histoire des sciences* 52 (1999), n°3/4, 399-427.

Johann Schultz, *Prüfung der Kantischen Kritik der reinen Vernunft*, Königsberg, 1789-1792.

Sebestik, Jan, *Mathématique et logique chez Bernard Bolzano*, Paris, Vrin, 1992.

Tichy, Pavel, « Constructions », *Philosophy of Science*, 53, 1986, p. 514-534.

Tichy, Pavel, *The Foundations of Frege's Logic*, Berlin, de Gruyter, 1988.