L'analyse des données axée sur les développements éducatifs

Clément Dassa

Volume 8, numéro 3, 1982

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/900382ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/900382ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Revue des sciences de l'éducation

ISSN

0318-479X (imprimé)

1705-0065 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Dassa, C. (1982). L'analyse des données axée sur les développements éducatifs. *Revue des sciences de l'éducation*, 8(3), 415–429. <https://doi.org/10.7202/900382ar>

Résumé de l'article

L'auteur présente une nouvelle méthode¹ d'analyse des données longitudinales qui pallie les lacunes des techniques et des modèles existants. À partir des caractéristiques propres au changement dans le domaine éducatif et plus particulièrement à ses aspects cognitifs et affectifs, l'importance d'une information portant aussi bien sur la structure globale des données que sur les profils individuels est mise en évidence. La famille de modèles proposée répond à ce besoin en intégrant le domaine des courbes de développement au domaine de l'analyse factorielle.

1. Cette étude a fait l'objet d'une communication au Congrès International de l'A.S.U. à Nancy (France), le 3 juin 1981.

L'analyse des données axée sur les développements éducatifs

Clément Dassa*

Résumé — L'auteur présente une nouvelle méthode¹ d'analyse des données longitudinales qui pallie les lacunes des techniques et des modèles existants. À partir des caractéristiques propres au changement dans le domaine éducatif et plus particulièrement à ses aspects cognitifs et affectifs, l'importance d'une information portant aussi bien sur la structure globale des données que sur les profils individuels est mise en évidence. La famille de modèles proposée répond à ce besoin en intégrant le domaine des courbes de développement au domaine de l'analyse factorielle.

Abstract — The author presents a new method of longitudinal data analysis that responds to some of the difficulties found in existing techniques and models. Based on those characteristics specific to education, particularly changes within the cognitive and affective domains, the author stresses the importance of information related to the global structure of the data as well as to the individual profiles. The family of models proposed in this paper responds to the needs for integrating information from developmental curves with that of factor analysis.

Resumen — El autor presenta un nuevo método para analizar los datos longitudinales, el cual viene a remediar las lagunas que presentan las técnicas y los modelos existentes. A partir de las características propias del cambio educativo, particularmente en sus aspectos cognitivos y afectivos, se evidencia lo importante que es el disponer de una información que trate tanto de la estructura global de los datos como de los perfiles individuales. La familia de modelos propuesta responde a esta necesidad, integrando el campo de las curvas de desarrollo con el campo del análisis factorial.

Zusammenfassung — Der Verfasser legt eine neue Methode zur Analyse der Longitudinaldaten vor, die den Lücken in den bestehenden Verfahren und Modellen Abhilfe schafft. Ausgehend von den Besonderheiten, die für die Veränderungsvorgänge auf dem Gebiet der Erziehung, insbesondere ihre kognitiven und affektiven Aspekte, typisch sind, wird die Bedeutung einer Information herausgestellt, die sich gleicherweise auf die globale Struktur der Daten wie auf die einzelnen Profile bezieht. Die vorgeschlagene Modellgruppe entspricht dieser Forderung, da sie die Gebiete der Entwicklungskurven und der Faktorenanalyse integriert.

Introduction

La mesure du changement est un problème bien connu qui se trouve à l'origine de plusieurs travaux dans de nombreuses disciplines des sciences humaines, et particulièrement dans celles qui ont trait au développement du comportement. En éducation — des fondements à l'évaluation des diverses composantes reliées à l'apprentissage — l'étude du changement demeure une préoccupation majeure. Le terme « changement » est souvent employé de façon générique et son sens ne ressort pas clairement dans les

* Dassa, Clément : professeur, Université de Montréal.

textes. À cause de cela et à cause aussi de la nature intrinsèque du problème, certains modèles et procédures utilisés pour mesurer le changement présentent de sérieuses difficultés. Une façon pratique de catégoriser les différentes stratégies d'analyse dépend de l'intérêt central de la recherche. Il existe deux familles de stratégies définies par :

- a) les études centrées sur la variation du score moyen d'un groupe ;
- b) les études centrées sur la variation du développement individuel.

Cette dernière famille se subdivise elle-même en deux groupes dont les intérêts majeurs portent sur :

- i) la prédiction de la performance individuelle relative à des caractéristiques ou à des traits bien définis ;
- ii) les lois du changement et leurs définitions.

Quel que soit l'intérêt de la recherche, une des approches les plus utilisées pour analyser le changement consiste à suivre un axe temporel ; c'est-à-dire, à analyser des données à divers moments. Il est évident qu'on obtient un meilleur contrôle des sources d'erreurs reliées aux unités d'observation si on conserve ces dernières fixes et qu'on répète les mesures à travers le temps. L'analyse de ce type de données appelées « longitudinales » est essentiellement axée sur le développement ou l'évolution d'une entité (habituellement un individu) mesurée de façon répétée. Contrairement aux études transversales qui se réfèrent à une vue statique du domaine étudié, les études longitudinales sont « socio ou psycho-dynamiques et orientées vers le changement » (Wall et Williams, 1970, p. 7).

Il existe une grande variété de modèles et de techniques qui permettent au chercheur d'explorer divers aspects du changement. Lorsque l'intérêt porte sur la structure latente des données, on peut utiliser une approche d'analyse factorielle. En général, deux types d'information sont recherchés : celui relatif à la structure des variables et celui relatif aux profils de développement individuels. Dans ce dernier cas, les besoins sont grands en sciences humaines. Ainsi, en éducation, ceci est mis en relief par l'importance accordée récemment à l'apprentissage individuel — qu'on retrouve dans des approches bien connues, par exemple l'enseignement par objectifs et l'enseignement individualisé et qui nécessitent des modes d'évaluation adéquats tels que l'évaluation formative et diagnostique.

Bien que cet article porte essentiellement sur l'analyse de la variation du développement individuel, certains éléments relatifs à la variation du groupe sont pertinents à cette étude et seront abordés en premier.

1- Les modèles et les techniques d'analyse du groupe

L'expérimentation portant sur l'évolution de la moyenne du groupe relève de l'analyse de la variance univariée et multivariée. Dans ce contexte, les sujets sont mesurés de façon répétée par rapport à un trait *bien défini*. Quel que soit le nombre de facteurs expérimentaux (facteurs de classification), le facteur des occasions est obliga-

toirement présent. Dans le cas le plus simple, il est fixe et a deux niveaux correspondant à un pré-test et à un post-test. En général, le facteur des occasions aura plus que deux niveaux et pourra se combiner avec d'autres facteurs expérimentaux, tel que le facteur des sujets, généralement considéré comme aléatoire. Dans le cas le plus simple, le niveau unique de ce facteur est déterminé par un seul groupe ; de façon plus générale, on aura plusieurs groupes représentant différentes sous-populations ou différents traitements. Le facteur des sujets sera toujours croisé avec celui des occasions. Que l'analyse soit univariée ou multivariée, elle porte essentiellement sur l'évolution générale à travers le temps du (ou des) groupe(s) étudié(s) à l'aide de la moyenne des réponses individuelles. Son intérêt principal consiste à mettre en évidence l'existence d'un effet dû au facteur des occasions et, s'il existe, à le caractériser. Bien que des courbes de gain des variables mesurées soient disponibles, aucune recherche de la structure latente des variables n'est possible dans le cas multivarié. Il manque également un score relatif au profil propre à chaque sujet. Une telle lacune nous amène à parler du score de gain ou score de différence (aussi appelé score de changement). Ce score a été et reste très utilisé, bien qu'il soulève de nombreuses difficultés, abondamment discutées dans les écrits. Examinons rapidement et très schématiquement la nature du problème ainsi que des solutions proposées.

Le problème fondamental — comme cela est souvent le cas dans le domaine de la mesure en éducation — réside dans l'erreur de mesure du score de différence qui entraîne un biais négatif de la corrélation entre le score initial x et le score de différence g , soit r_{xg} (Thorndike, 1924 ; Thomson, 1924, 1925 ; Zieve, 1940). La corrélation observée r_{xg} ne traduit pas clairement la corrélation vraie, c'est-à-dire la corrélation ρ_{XG} entre le score initial vrai X et le score de différence vrai G : le biais négatif hausse — souvent de façon marquée — l'interprétation habituelle d'un coefficient de corrélation positif. Diverses formules de correction ont été proposées (Wiseman et Wrigley, 1953 ; Lord, 1956 ; McNemar, 1958 ; Thorndike, 1966) ; elles présentent divers avantages et inconvénients, et rendent le choix d'une formule de correction incertain. Il est toutefois plus utile d'aborder le problème différemment en retournant aux concepts de base. Ainsi, au lieu de formuler la question comme suit :

« Quelle est la relation entre le score initial X et la partie du score final Y différente » de X , c'est-à-dire le score de différence $(Y-X)$? »,

autrement dit de chercher à connaître ρ_{XG} , il est plus intéressant de la formuler comme suit :

« Comment peut-on connaître (prédire) Y à partir de X ? ».

On passe donc du point de vue de la « corrélation » à celui de la « régression ». L'argument et ses conséquences ont été clairement formulés par O'Connor (1972) à la suite de Garside (1956) et de Thorndike (1966) : $\rho_{XG} \geq 0$ est équivalent à $B_{Y.X} = 1$, où $B_{Y.X}$ est le coefficient de régression. Dans ce contexte, le coefficient de régression donne essentiellement la même information que la corrélation, tout en permettant d'éviter les erreurs d'interprétation.

Certaines préoccupations de recherche rendent pertinente l'utilisation des scores de différence (ou de gain) comme mesures de base incorporées à une analyse du changement à l'aide de modèles statistiques élaborés. Ainsi, lorsqu'on utilise les scores de gain pour comparer le changement entre des groupes subissant des traitements différents, on dispose de l'analyse de la variance des gains g ou de l'analyse de la covariance des scores y avec x comme variable concomitante. Chaque approche relève d'une question différente. On pourrait ainsi formuler la première de la façon suivante :

« Existe-t-il une différence entre les gains moyens des populations d'origine ? » ;

et la deuxième :

« Dans quelle mesure peut-on s'attendre à ce que les gains de deux sujets « typiques » appartenant à des groupes distincts soient différents, étant donné qu'ils ont le même score initial ? ».

Dans le premier cas, l'analyse est fondée sur une distribution inconditionnelle du score de gain. Dans le deuxième cas, l'analyse de la covariance est fondée sur une distribution du gain conditionnelle au score initial. Le choix entre les deux méthodes doit être établi en tenant compte de la procédure d'échantillonnage et du problème d'inférence. Il convient de noter que dans tous les cas, l'analyse de la covariance est soit équivalente, soit supérieure à l'analyse de la variance des gains ; en fait, dans le cas d'une répartition biaisée des sujets dans les groupes expérimentaux, l'analyse de la covariance est la seule méthode appropriée (Bock, 1975).

La formulation de la plupart des problèmes de changement (individuel ou de groupe) en termes de scores de gain est généralement inadéquate car elle cache des difficultés conceptuelles intrinsèques qui peuvent entraîner des interprétations erronées. À condition de formuler les questions de façon appropriée, la régression multiple et l'analyse de la covariance respectivement utilisées pour analyser le changement individuel et de groupe donnent des réponses plus claires (Cronbach et Furby, 1970 ; Linn et Slinde, 1977 ; Dassa, 1979).

2- Les modèles et les techniques d'analyse factorielle

Aucune des approches précédentes ne permet de réduire l'ensemble des variables observées à un ensemble de variables latentes et d'étudier le changement défini par ces « facteurs » latents. De ce point de vue, l'analyse factorielle peut être très utile. Il s'agit d'un modèle qui fait appel à des variables hypothétiques (facteurs) pour expliquer les relations linéaires existant entre les variables observées. L'équation fondamentale de l'analyse factorielle exprime les n variables observées y_j , $j = 1, \dots, n$, en termes de r variables x_i , $i = 1, \dots, r$, représentant les r facteurs communs et n variables v_j , représentant les n facteurs uniques :

$$y_j = \begin{matrix} \text{(partie relevant des} \\ \text{facteurs communs)} \end{matrix} + \begin{matrix} \text{(partie relevant des} \\ \text{facteurs uniques).} \end{matrix}$$

Il s'agit en fait d'une équation de régression où les variables « prédictrices » x_i et v_j sont des variables *hypothétiques* à déterminer ; x_i relève des facteurs communs et v_j des facteurs uniques. Les pondérations de ces variables sont appelées « saturations ». Différents ensembles de postulats peuvent être imposés aux variables x_i et v_j (communément appelées « facteurs »). Lorsqu'aucune corrélation n'existe, soit (a) entre les facteurs uniques, soit (b) entre les facteurs uniques et les facteurs communs, on obtient une famille de modèles dits « classiques ». Ces modèles, sous leur forme la plus générale, sont connus sous le nom de modèles « obliques », car les facteurs communs peuvent être en corrélation. Si on postule qu'ils ne le sont pas, on a alors des modèles « orthogonaux » qui sont assurément le type de modèle le plus utilisé.

L'analyse factorielle consiste à estimer les saturations, c'est-à-dire à déterminer les saturations qui satisfont certains critères statistiques². Généralement, ces critères ont pour effet de déterminer les saturations qui reproduisent le mieux les corrélations entre les variables observées. Dans ce qui suit, nous distinguerons les saturations des facteurs communs (dénotées F) et les saturations des facteurs uniques (dénotées U). L'interprétation des résultats consiste essentiellement à tenter à l'aide de F et de U de déterminer la structure des facteurs communs, puis l'importance des contributions des variables à cette structure. Le premier but soulève, entre autres, le problème de la détermination du nombre de facteurs (pour un compte rendu de ce problème et de ses solutions, voir Ajar, 1982). Le deuxième nécessite une interprétation des communautés, c'est-à-dire la partie de la variance totale qui est expliquée par les facteurs communs.

Dans le contexte des études longitudinales, le chercheur qui s'intéresse au changement devra se préoccuper du problème habituel d'identification de la structure factorielle et de celui de son invariance dans le temps ainsi que de la description du changement pour des profils individuels relatifs aux facteurs déterminés.

La technique d'analyse factorielle longitudinale la plus simple consiste à analyser la matrice des corrélations ou la matrice des variances-covariances pour chaque occasion *séparément*. Ainsi pour p occasions successives dans le temps on disposera, après p analyses séparées, des p ensembles de solutions : F et U. Dans ce cas, le problème principal réside dans la similitude des différents facteurs ainsi obtenus. En principe, on pourrait résoudre ce problème en opérant des rotations congruentes. Bentler (1973) et Ajar (1978) ont exposé les lacunes d'une telle approche. La difficulté fondamentale demeure l'incertitude relative aux différents ensembles de facteurs puisque les règles qui les définissent ne sont pas les mêmes pour chaque occasion. Examinons donc les modèles qui permettent d'examiner simultanément les données de toutes les occasions.

Dans le contexte d'une analyse unique, l'étude du changement se fait essentiellement à l'aide de la stabilité ou du changement des saturations et des scores attribués à chaque sujet pour chaque facteur commun, c'est-à-dire les scores factoriels. Les changements de saturations traduisent l'évolution de la structure ; ceux des scores factoriels, le développement individuel pour une structure donnée. On peut regrouper les divers modèles existants en trois familles. Avant de les examiner, notons que pour des raisons

qui seront exposées plus loin, seule la troisième famille de modèles est susceptible de fournir la base d'une nouvelle stratégie d'analyse des données longitudinales centrée sur les profils individuels.

La première consiste à maintenir constants les scores factoriels et à faire varier les saturations (Harris, 1963 ; Cattell, 1963 ; Evans, 1967 ; Jöreskog, 1969). Cette approche s'est avérée infructueuse. Les points suivants résument les trois critiques majeures qu'on peut lui faire :

- a) dans la mesure où les scores factoriels sont compris comme les résumés des scores observés, il n'est pas réaliste de maintenir constants les scores factoriels puisque les scores observés changent avec le temps ;
- b) en faisant varier les saturations, l'interprétation devient généralement difficile ;
- c) on obtient habituellement trop de facteurs pour une description parcimonieuse.

La deuxième consiste à utiliser des saturations constantes, associées à des scores factoriels variables. Cette approche suppose que les scores factoriels sont interprétables, ce qui n'est pas le cas dans le modèle d'analyse factorielle classique (Mulaik et McDonald, 1978 ; Steiger, 1979). Il faut donc se tourner vers la forme restreinte d'analyse factorielle qui consiste à ne tenir compte que des composantes principales. Les données longitudinales se présenteront donc sous la forme d'un « cube » de dimension n (variables) par N (sujets) par p (occasions). Tucker (1963, 1966) a proposé un modèle qui consiste à décomposer ce cube en trois composantes reliées aux trois modes suivants : les sujets, les traits mesurés, les occasions. Les composantes ont une dimensionalité égale ou inférieure à celle des modes observés à l'origine. Une généralisation de cette approche permettant d'utiliser des métriques variées est formulée par L'Hermier des Plantes (1976). Saporta (1981) présente une synthèse des méthodes d'analyse en composantes des cubes et propose des méthodes pour des problèmes non encore résolus, comme l'étude des processus qualitatifs. Cette famille de modèles souffre cependant des mêmes insuffisances que l'analyse en composantes principales. Plus précisément, cette approche vise à expliquer les variances et non les corrélations entre les variables ; par conséquent, les catégorisations qui en résultent ne sont pas fondées sur les interrelations entre les variables. Notons toutefois que récemment Bentler et Lee (1978), à partir d'une reformulation du modèle de Tucker par Bloxom (1968), ont ouvert la voie à des analyses factorielles à trois modes (tenant compte des facteurs uniques). Cependant, l'application à des données longitudinales reste à faire.

Dans la troisième approche enfin, les scores factoriels et les saturations sont libres de varier ; toutefois, on compte que les saturations restent constantes afin de simplifier l'interprétation (Corballis et Traub, 1970 ; Corballis, 1973 ; Swaminathan, 1978). Notons que la seule information relative au changement des scores factoriels est donnée par des indices de corrélation. L'absence de toute information relative au changement de chaque individu constitue une limitation majeure de tous ces modèles ainsi que des modèles des deux premières approches.

3- Une stratégie différente axée sur le développement individuel

À la lumière de ce qui précède, il nous semble que la préoccupation majeure de toute modélisation ou élaboration de techniques d'analyse portant sur le développement ou la croissance devrait être de faire ressortir les fonctions de développement ou de croissance, les « lois de changement ». Dans les études longitudinales de très longue durée, on peut les définir comme étant « la forme ou le mode de relation (qui existe) entre l'âge d'un individu et les changements manifestés quant à certaines dimensions données du comportement tout au long de sa vie » (Wohlwill, 1970, p. 151). En éducation et particulièrement dans le domaine des apprentissages, on peut définir les fonctions de développement d'une façon similaire. Il convient bien sûr de noter qu'habituellement, les études longitudinales en éducation durent beaucoup moins longtemps : une période de trois à cinq années constitue la norme.

Par ailleurs, il est clair que toute méthodologie longitudinale est centrée sur les variations inter-individuelles ainsi qu'intra-individuelles. Dans le domaine des apprentissages scolaires, il est essentiel de trouver un cadre de référence qui permette d'exprimer ces dernières variations. Or, en analyse factorielle elles sont représentées par les scores factoriels. Ces derniers étant les scores relatifs aux facteurs attribués aux sujets, on peut les interpréter comme étant les scores qui auraient été obtenus à des tests potentiels. Il est alors évident qu'on doit leur permettre de varier puisque les scores des tests varient habituellement dans le temps. On peut donc exprimer les courbes d'apprentissage en termes de scores factoriels. Quant aux saturations qui expriment la structure latente des données, il est préférable d'assurer que leur invariance soit vérifiable empiriquement au lieu de les définir *a priori* comme constantes (comme c'est le cas pour la deuxième famille de modèle vue à la Section 2). Cette vérification simplifie l'interprétation des résultats. Par conséquent, il nous semble qu'un modèle d'analyse factorielle propre aux données longitudinales devrait permettre la vérification de l'existence d'une structure des saturations, tout en spécifiant certaines lois exprimant le changement des scores factoriels. Ceci soulève les problèmes de l'indétermination des scores factoriels et du choix décrivant leur évolution.

Le problème de l'indétermination est bien connu et déjà en 1955 Guttman démontrait que tout score factoriel peut s'exprimer à l'aide d'un score arbitraire. Depuis, de nombreuses publications ont tenté d'évaluer l'étendue de cette indétermination et d'en interpréter le sens (McDonald et Mulaik, 1979 ; Steiger, 1979). Quoiqu'il en soit, il est certain qu'on ne peut déterminer uniquement les scores factoriels dans le modèle classique. Un autre type d'indétermination vient compliquer les choses, celui de la structure des facteurs (communément appelé « problème de rotation »). L'école américaine de psychométrie, « façon Thurstone », règle le problème en choisissant une structure (dite « simple ») qui favorise une certaine interprétation des facteurs ; en termes très schématiques, disons que les facteurs sont déterminés de façon à accentuer au maximum leur différence. Ainsi, à titre d'illustration, on peut dire qu'une des structures simples « idéales » d'une analyse à 8 variables et 2 facteurs peut être représentée par les saturations suivantes (dénotées par F) :

	Variables							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Facteurs	1	α_1	α_2	α_3	0	0	0	0
	2	0	0	0	α_4	α_5	α_6	α_7

où les α sont les saturations non nulles. Le premier facteur est donc défini par les 3 premières variables et le deuxième facteur par les 5 variables subséquentes. De cette façon, seule l'indétermination de la structure des facteurs est résolue dans les modèles classiques. Pour résoudre le problème de l'indétermination des scores factoriels, une approche nouvelle qui permette l'estimation des saturations et des scores factoriels est nécessaire. McDonald (1979) a exposé les fondements théoriques d'une telle approche. Dassa (1979) a approfondi cette approche en l'appliquant au contexte des études longitudinales. Il a proposé une famille de modèles dont les caractéristiques sont les suivantes :

- Les contraintes imposées aux facteurs correspondent à des considérations a priori ; par exemple, l'invariance de la structure des saturations dans le temps.
- Les contraintes structurales applicables aux scores factoriels doivent refléter des lois de développement pertinentes. En d'autres termes, les scores factoriels suivent des lois définies par des fonctions données.

Examinons à présent quelques lois pouvant décrire le changement des scores factoriels. Dans ce qui suit on supposera que les facteurs latents sous-tendant une batterie de tests sont préalablement connus, puis on exposera quelques relations potentiellement utiles entre le temps et les traits latents (ou les habiletés) expliquant les résultats individuels.

Le type de fonction retenu dépend généralement du domaine étudié, de la durée de l'étude et de l'âge des sujets qui y participent. Ainsi, dans le domaine du développement de l'intelligence, des chercheurs utilisant des tests différents semblent s'accorder sur l'allure générale de l'évolution de l'intelligence. Elle augmente graduellement jusqu'à une limite supérieure quelconque, c'est-à-dire qu'une « personne atteint un niveau de compétence mentale de base qui n'est pas dépassé par la suite » (Munn, 1974). S'il y a désaccord concernant cette limite — à 15 ans, à 20 ans ou, comme certaines études (Bayley, 1970) semblent le confirmer, à 26 ans, ce qui nous importe ici, c'est l'allure non linéaire et asymptotique de la courbe. Keats (1978) a ainsi proposé d'exprimer l'habileté a_{ij} d'un individu i au temps t_j à l'aide de son habileté ultime m_i , soit $a_{ij} = m_i t_j / (t_j + h_i)$. L'allure générale d'une telle loi est illustrée à la Figure 1 (a). Dans ce cas, l'habileté du sujet i s'exprime en termes des paramètres m_i et h_i , h_i pouvant être interprété comme le temps où l'habileté atteint la moitié de sa valeur maximale. L'équation de Keats peut être reformulée pour exprimer des variantes de cette fonction de développement (voir

Figure 1. Allure générale des lois du changement de Keats.

Figure 1 (b)). Finalement, il est important de souligner que cette approche s'accommode de deux façons dominantes de décrire l'intelligence, que ce soit en termes :

- a) de croissance continue (Halford et Keats, 1978 ; Keats, 1978) ;
- b) de phases clairement démarquées (voir Figure 1 (c)) voire distinctes, où le changement est conçu non seulement comme un processus additif et cumulatif, mais aussi comme un processus où une nouvelle compétence entre en interaction avec les compétences existantes (théories de Piaget).

L'intérêt de telles lois dans le domaine de l'évaluation diagnostique des apprentissages est évident. Les tests qui tiennent compte des caractéristiques logiques des niveaux de développement pourraient être utiles aux enseignants à condition qu'on les analyse de façon pertinente. Les résultats devraient permettre de déterminer les niveaux cognitifs individuels et donc de fournir des informations de nature diagnostique, essentielles à tout correctif pédagogique.

Pour être décelables, les lois précédentes nécessitent habituellement un intervalle de temps assez long. Un chercheur intéressé par un intervalle de temps relativement court peut considérer qu'une loi linéaire de développement est souvent utile comme première approximation d'une loi non linéaire. Il peut aussi étudier la linéarité en soi, c'est-à-dire comme une loi expliquant le changement. Finalement, on peut analyser le cas où un traitement précède la prise de mesure à chaque occasion. Dans ce cas, la fonction de développement n'a pas recours au facteur temps ; son allure générale est définie de façon casuelle. Ces trois familles de lois — linéaire, non linéaire et sans référence au temps — sont loin d'être exhaustives ; on peut aussi imaginer d'autres lois du développement. Dans tous les cas, la variable représentant le trait mesuré (par exemple a_{ij} dans le cas des lois de Keats) est alors assimilée au score factoriel x_{ij} obtenu par le sujet i au facteur j . L'estimation de ce score est considérée comme un indicateur de l'habileté ou du trait mesuré de chaque individu.

La famille de modèles proposée par Dassa (1979, 1982) est donc fondée sur une stratégie d'analyse factorielle où les scores factoriels, à déterminer, sont fixes, où des contraintes d'intérêt sont imposées à divers paramètres, et où diverses courbes de développement reflètent la nature longitudinale des données. On obtient alors, en plus de l'information habituelle sur la structure factorielle des données, une information relative aux profils individuels et à leurs évolutions. Pour l'instant, les trois lois du changement exposées plus haut ont été incorporées au modèle général. Plusieurs logiciels ont été mis au point et ont permis de valider les modèles à l'aide de données simulées et de l'illustrer à l'aide de données réelles. Les problèmes techniques sont nombreux et tiennent au grand nombre de paramètres à estimer. À ce stade-ci de la recherche, une étude préliminaire récente³ a établi que dans le cas du modèle linéaire on peut améliorer l'estimation des paramètres. Pour ce qui est des deux autres modèles, les résultats obtenus nous semblent encourageants. À titre d'illustration, nous présentons dans le point qui suit un exemple d'analyse de données réelles à l'aide d'un modèle linéaire faisant partie d'une évaluation institutionnelle et portant sur des variables affectives.

4- Illustration du modèle à l'aide d'un exemple

Les données analysées proviennent de la banque de données d'une étude longitudinale à long terme portant sur les programmes et sur l'organisation scolaire des écoles primaires et secondaires de l'Ontario, réalisée par Weiss et Traub (1978). Le but de l'étude consistait à évaluer l'impact de certaines innovations pédagogiques sur les différents agents éducatifs. Le groupe retenu comprend 100 enseignants du niveau primaire qui ont répondu à un questionnaire de 45 items au cours des années 1973-1974, 1974-1975 et 1975-1976. Parmi ces items, dix-huit portent plus particulièrement sur l'attitude des répondants à l'égard de l'enseignement. À la suite d'analyses préliminaires, ces données ont été réduites à 6 variables, chaque variable étant définie à partir des scores de 3 items semblables. Les trois premières variables portent sur la préférence, la satisfaction et l'intérêt relatifs à la profession d'enseignant. Le deuxième ensemble de trois variables est relié à l'acceptation de nouvelles méthodes d'enseignement et d'expérimentation, à la perception de l'effet des changements et des innovations pédagogiques sur les performances des enseignants, puis à l'acceptation globale du changement. L'intérêt central de la recherche réside dans l'identification de la structure sous-jacente des variables, c'est-à-dire des facteurs latents, et dans la détermination des profils de développement individuels définis à partir de ces facteurs. Les premières analyses ayant rendu plausible l'existence d'une structure simple invariante dans le temps, les contraintes structurales suivantes furent définies :

a) les saturations (F) traduisent une structure simple à deux facteurs :

		Variables					
		1	2	3	4	5	6
Facteurs	1	α_2	α_2	α_3	0	0	0
	2	0	0	0	α_4	α_5	α_6

b) F demeure invariant dans le temps ;

c) les scores factoriels suivent une loi linéaire.

De tous les ensembles de contraintes possibles, c'est celui qui précède qui donne les résidus les plus petits, c'est-à-dire que le modèle linéaire ainsi contraint explique les données observées. Examinons maintenant la structure résultant de notre analyse. Les saturations⁴ obtenues sont les suivantes :

		Variables					
		1	2	3	4	5	6
Facteurs	1	1,903	1,480	1,247	0	0	0
	2	0	0	0	1,904	2,798	0,813

Le premier facteur est défini par les trois premières variables et le deuxième facteur par les trois dernières. À partir des 6 variables on peut identifier les facteurs comme suit :

Facteur 1 : La *satisfaction globale* des enseignants à l'égard de leur profession ;

Facteur 2 : L'*ouverture* des enseignants en ce qui concerne l'expérimentation et l'innovation pédagogique.

On peut également déterminer les attitudes individuelles aussi bien que l'attitude moyenne du groupe. La Figure 2 représente les relations linéaires spécifiques de trois individus dont les attitudes sont nettement distinctes. Le sujet 1 présente une diminution de sa « satisfaction globale » associée à une diminution semblable du facteur « ouverture ». Le sujet 72 se comporte de façon opposée au sujet 1 et enregistre des augmentations pour les deux facteurs. Enfin, la « satisfaction globale » du sujet 37 augmente à partir d'un degré initial élevé, alors que son « ouverture » envers l'expérimentation et l'innovation pédagogique décroît d'un degré initial élevé à un degré final faible. La Figure 2 décrit également les moyennes des relations linéaires qui traduisent les développements des attitudes du groupe. On constate qu'elles demeurent stables dans le temps.

Pour terminer, soulignons que l'exemple précédent met en relief la possibilité d'obtenir des profils de développements individuels relatifs à des facteurs déterminés empiriquement, contrairement aux autres méthodes d'analyse exposées au début de l'article.

Figure 2. Les relations linéaires entre les scores factoriels et le temps pour l'ensemble du groupe et pour trois sujets typiques.

Conclusion

L'importance croissante de l'apprentissage individuel et de l'évaluation formative, avec ses exigences de diagnostic pédagogique axé sur l'étudiant, nécessite une information tant sur la structure globale des données que sur les profils individuels. La détermination des structures rejoint les préoccupations des recherches relatives aux processus cognitifs et affectifs. Quant aux profils d'apprentissage, ils constituent une partie essentielle de toute recherche sur les processus éducatifs. Or, les modèles d'analyse factorielle existants ne peuvent estimer uniquement les scores factoriels individuels relatifs à ces processus. Ceci est toutefois possible par une nouvelle approche d'analyse factorielle permettant d'obtenir simultanément la double information désirée.

La famille de modèles proposée relève d'une stratégie d'analyse des données longitudinales différente, axée sur une approche d'analyse factorielle fixe (c'est-à-dire où les scores factoriels sont fixes et suivent des lois de changement) et de type confirmatoire (c'est-à-dire où des contraintes d'intérêt sont imposées à divers paramètres). Ces modèles constituent donc la synthèse de trois domaines : l'analyse factorielle fixe, l'analyse factorielle confirmatoire et l'étude des courbes de développement. Les avantages d'une telle approche sont multiples. Tout d'abord, on obtient une catégorisation des variables en facteurs et on dispose d'un moyen statistique pour vérifier son adéquation aux données. L'invariance de la structure dans le temps est également vérifiable. Dans ce contexte, les profils individuels de développement et leurs lois sous-jacentes sont facilement interprétables. Le chercheur peut, selon ses besoins, employer une loi indépendante du facteur temps mais capable de refléter des interventions expérimentales ; il peut aussi spécifier des lois dépendant du temps de façon linéaire ou non linéaire. La linéarité peut s'avérer suffisante dans la plupart des cas où le nombre d'occasions n'est pas très élevé. Dans certains domaines, et notamment dans celui qui touche les apprentissages scolaires, la spécification d'une loi non linéaire de changement peut se révéler nécessaire. Ainsi, le problème engendré par la dichotomie quasi générale qui existe entre l'information relative à la structure des variables étudiées et l'information propre aux profils individuels de développement, ne se pose plus. Selon les méthodes usuelles, au contraire, ces deux types d'informations sont cloisonnés, les moyens de les obtenir sont distincts et les traits étudiés doivent être bien définis préalablement à la prédiction de la performance individuelle : il en résulte des problèmes d'interprétation que nous avons discutés ici même. La méthode proposée a l'avantage d'éliminer cette dichotomie et de présenter une approche intégrée. Cette méthode, encore au stade du développement, offre de nouvelles perspectives d'analyse des données longitudinales. Elle pourrait contribuer à l'avancement de la recherche en sciences de l'éducation car, centrée sur le changement, qui est au cœur de tout acte éducatif, elle permettrait d'explorer les éléments fondamentaux qui le déterminent.

NOTES

1. Cette étude a fait l'objet d'une communication au Congrès International de l'A.S.U. à Nancy (France), le 3 juin 1981.

2. Habituellement on utilise l'un des critères suivants : les moindres carrés, les moindres carrés généralisés ou le maximum de vraisemblance.
3. Dassa, C. *Estimation des paramètres du modèle LONGFA à l'aide d'une procédure séquentielle*. Rapport de recherche soumis au CAFIR, Université de Montréal, 1981.
4. L'analyse est réalisée à partir de la matrice des variances-covariances et non des corrélations, ce qui explique les valeurs numériques des saturations supérieures à 1.

RÉFÉRENCES

- Ajar, Djavid, *L'invariance factorielle et le problème de l'échantillonnage des sujets*, Thèse de doctorat (Ph.D.), Université de Montréal, 1978.
- Ajar, Djavid, Le problème de la détermination du nombre de facteurs en analyse factorielle, *Revue des Sciences de l'Éducation*, Vol. VIII, n° 1, 1982, p. 46-62.
- Bayley, N., Development of Mental Abilities, dans P.H. Mussen (éd.), *Carmichael's Manual of Child Psychology* (3ème éd.), vol. I. New York : Wiley, 1970.
- Bentler, Peter M., Assessment of Developmental Factor Change at the Individual and Group Level, dans J.R. Nesselroade et H.W. Reese (éd.), *Life-span Developmental Psychology*, New York : Academic Press, 1973, p. 145-174.
- Bentler, Peter M. et Lee Sik-Yum, Statistical Aspects of a Three-Mode Factor Analysis Model, *Psychometrika*, 1978, 43, p. 343-352.
- Bloxom, B., A note on invariance in three-mode factor analysis, *Psychometrika*, 1968, 33, p. 347-350.
- Bock, R. Darrell, *Multivariate Statistical Methods in Behavioral Research*, New York : McGraw-Hill, 1975.
- Cattell, Raymond B., The structuring of change by P-Technique and Incremental R-Technique, dans C.W. Harris (éd.), *Problems in measuring change*, The University of Wisconsin Press, 1963, p. 167-198.
- Corballis, M.C., A factor model for analyzing change, *Br. J. Math. Statist. Psychol.*, 1973, 26, p. 90-97.
- Corballis, M.C. et Traub, R.E., Longitudinal Factor Analysis, *Psychometrika*, 1970, 35, p. 79-98.
- Cronbach, Lee J et Furby, L., "How we should measure change — or should we?", *Psychological Bulletin*, 1970, 74, p. 68-80, voir errata, *ibid.*, 1970, 74, p. 218.
- Dassa, Clément, *A Factor Analytic Model for Longitudinal Data*, Thèse de doctorat (Ph.D.), University of Toronto, 1979.
- Dassa, Clément, *Les méthodes quantitatives propres aux études longitudinales*, *Repères*, vol. I, n° 1, 1982, p. 35-81.
- Evans, Glen T., Factor analytic treatment of growth data, *Multivariate Behavioral Research*, 1967, 2, p. 109-134.
- Garside, R.F., The regression of gains upon initial scores, *Psychometrika*, 1956, 21, p. 67-77.
- Guttman, Louis, The determinacy of factor score matrices with implications for five other basic problems of common factor theory, *Brit. J. Statist. Psychol.*, 1955, 8, p. 65-82.
- Halford, G.S. et Keats, J.A., An integration, dans J.A. Keats, K.F. Collis et G.S. Halford (éd.), *Cognitive Development*, London : Wiley, 1978.
- Harris, Chester W., Canonical factor models for the description of change, dans C.W. Harris (éd.), *Problems in measuring change*, Madison : The University of Wisconsin Press, 1963, p. 138-155.
- Jöreskog, Karl G., Factoring the multitest-multioccasion correlation matrix, *Research Bulletin* 69-62. Princeton, N.J. : Educational Testing Service, 1969.
- Keats, J.A., A proposed form for a developmental function, dans J.A. Keats, K.F. Collis & G.S. Halford (éd.), *Cognitive development*. London : Wiley, 1978.
- L'Hermier des Plantes, H., *Structuration des tableaux à trois indices de la statistique*, Thèse de 3ème cycle, Centre de Recherche en Informatique et Gestion, Montpellier, 1976.
- Linn, R.L. et Slinde, J.A., The Determination of the Significance of Change Between Pre- and Posttesting Periods, *Rev. of Educ. Res.*, 1977, 47, p. 121-150.

- Lord, Frederic M., The measurement of growth, *Educational and Psychological Measurement*, 1956, 16, p. 421-437, voir errata, *ibid.*, 1957, 17, p. 452.
- McDonald, Roderick P., The simultaneous estimation of factor loadings and scores, *Brit. J. Math. Statist. Psychol.*, 1979, 32, p. 212-228.
- McDonald, Roderick P. et Mulaik, S.A., Determinacy of common factors : A nontechnical review, *Psychological Bulletin*, 1979, 86, p. 297-306.
- McNemar, Quinn, On growth measurement, *Educational and Psychological Measurement*, 1958, 19, p. 47-55.
- Mulaik, Stanley A. et McDonald, R.P., The Effect of Additional Variables on Factor Indeterminacy in Models with a Single common Factor, *Psychometrika*, 1978, 43, p. 177-192.
- Munn, N.L., *The Growth of Human Behavior*, Boston : Houghton Mifflin, 1974.
- O'Connor, Edward F., Extending classical test theory to the measurement of change, *Review of Educational Research*, 1972, 42, p. 73-97.
- Saporta, Gilbert, *Méthodes exploratoires d'analyse de données temporelles*, Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris 6, 1981.
- Steiger, James H., Factor indeterminacy in the 1930's and the 1970's : some interesting parallels, *Psychometrika*, 1979, 44, p. 157-167.
- Swaminathan, Hariharan, *Factor analysis of longitudinal data*, Article inédit, 1978.
- Thomson, Godfrey H., A formula to correct for the effect of errors of measurement on the correlation of initial values with gains, *Journal of Experimental Psychology*, 1924, 7, p. 321-324.
- Thomson, Godfrey H., An alternative formula for the true correlation of initial values with gains, *Journal of Experimental Psychology*, 1925, 8, p. 323-324.
- Thorndike, Edward L., The influence of chance imperfections of measures upon the relationship of initial score to gain or loss, *Journal of Experimental Psychology*, 1924, 7, p. 225-232.
- Thorndike, Robert L., Intellectual status and intellectual growth, *Journal of Educational Psychology*, 1966, 57, p. 121-127.
- Tucker, Ledyard R., Implications of factor analysis of Three-Way matrices for measurement of change, dans C.W. Harris (éd.), *Problems in Measuring Change*, The University of Wisconsin Press, 1963, p. 122-137.
- Tucker, Ledyard, R., Damarin, F. et Messick, S., A base-free measure of change, *Psychometrika*, 1966, 31, p. 457-474.
- Wall, W.D. et Williams, H.L., *Longitudinal Studies & the Social Sciences*, London : Heinemann, 1970.
- Weiss, Joël et Traub, R.E., Long term study of program and architecture, Toronto : OISE, 1973-1979.
- Wiseman, S. et Wrigley, J., The comparative effects of coaching and practice on the results of verbal intelligence tests, *British Journal of Psychology*, 1953, 44, p. 83-94.
- Wohlwill, Joachim F., Methodology and research strategy in the study of developmental change, dans L.R. Goulet et P.B. Baltes (éd.), *Life-span developmental psychology*, New York : Academic Press, 1970, p. 150-191.
- Zieve, Leslie, Note on the correlation of initial scores with gain, *Journal of Educational Psychology*, 1940, 31, p. 391-394.