

## Revue des sciences de l'eau

# Modélisation des échanges thermiques et de la circulation d'air dans un lit bactérien

J. Nicolas et J. L. Vasel

---

Volume 3, numéro 3, 1990

URI : [id.erudit.org/iderudit/705077ar](https://id.erudit.org/iderudit/705077ar)  
<https://doi.org/10.7202/705077ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

---

Éditeur(s)

Université du Québec - INRS-Eau, Terre et Environnement (INRS-ETE)

ISSN 0992-7158 (imprimé)  
1718-8598 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

---

Citer cet article

Nicolas, J. & Vasel, J. (1990). Modélisation des échanges thermiques et de la circulation d'air dans un lit bactérien. *Revue des sciences de l'eau*, 3 (3), 303-324. <https://doi.org/10.7202/705077ar>

---

Tous droits réservés © Revue des sciences de l'eau, 1990

### Résumé de l'article

La température dans un lit bactérien a une influence prépondérante sur les réactions biologiques qui s'y déroulent.

Le modèle développé ici présente une formulation qui permet de calculer un profil de température, et donc une température moyenne de l'eau à l'intérieur du lit bactérien, à partir des grandeurs suivantes : débit et température d'entrée du liquide, température et humidité de l'air extérieur et caractéristiques d'échange thermique de la tour. De plus, il permet d'appréhender la circulation de l'air induite par tirage naturel dans la tour, moyennant la connaissance des coefficients de pertes de charge associés au garnissage utilisé, ainsi qu'aux ouïes d'aération.

En sus de la formulation du modèle, les tout premiers résultats d'ajustement du modèle obtenus sur installations pilotes sont présentés. Le développement de la méthode devrait permettre d'optimiser la température de fonctionnement du lit tout en garantissant une circulation suffisante de l'air dans l'appareil.

Ce document est protégé par la loi sur le droit d'auteur. L'utilisation des services d'Érudit (y compris la reproduction) est assujettie à sa politique d'utilisation que vous pouvez consulter en ligne. [<https://apropos.erudit.org/fr/usagers/politique-d-utilisation/>]

---



Cet article est diffusé et préservé par Érudit.

Érudit est un consortium interuniversitaire sans but lucratif composé de l'Université de Montréal, l'Université Laval et l'Université du Québec à Montréal. Il a pour mission la promotion et la valorisation de la recherche. [www.erudit.org](http://www.erudit.org)

# Modélisation des échanges thermiques et de la circulation d'air dans un lit bactérien

Model of thermal exchanges and of airflow in a trickling filter

J. NICOLAS<sup>1</sup>, J.L. VASEL<sup>1</sup>

## RÉSUMÉ

La température dans un lit bactérien a une influence prépondérante sur les réactions biologiques qui s'y déroulent.

Le modèle développé ici présente une formulation qui permet de calculer un profil de température, et donc une température moyenne de l'eau à l'intérieur du lit bactérien, à partir des grandeurs suivantes : débit et température d'entrée du liquide, température et humidité de l'air extérieur et caractéristiques d'échange thermique de la tour. De plus, il permet d'appréhender la circulation de l'air induite par tirage naturel dans la tour, moyennant la connaissance des coefficients de pertes de charge associés au garnissage utilisé, ainsi qu'aux ouïes d'aération.

En sus de la formulation du modèle, les tout premiers résultats d'ajustement du modèle obtenus sur installations pilotes sont présentés. Le développement de la méthode devrait permettre d'optimiser la température de fonctionnement du lit tout en garantissant une circulation suffisante de l'air dans l'appareil.

**Mots clés :** *Lit bactérien, modèle thermique, circulation de l'air, aération.*

## SUMMARY

The temperature is one of the main parameters governing the biological reactions in a trickling filter.

The present model proposes a set of equations applicable for the determination of a temperature profile, and therefore of an average temperature, inside the trickling filter, when the flowrate and the temperature at entry of the liquid, the ambient air conditions (temperature and humidity) and the thermal exchange coefficients of the tower are known. Moreover, the airflow induced by natural draft is also computed when the head loss coefficients in the media and at entry are known.

1. Fondation Universitaire Luxembourgeoise, rue des Déportés, 140, B-6700 Arlon, Belgique.

Beside this formulation, the first results of model fitting on pilot plants are discussed. With few further developments, the method could be useful for the optimization of the operating temperature in a trickling filter which guarantees a sufficient airflow rate in the tower.

**Key-words :** *Trickling filter, thermal model, airflow, aeration.*

## NOMENCLATURE

A	section horizontale du lit bactérien	(m <sup>2</sup> )
a	surface spécifique mouillée du garnissage	(m <sup>2</sup> /m <sup>3</sup> )
c <sub>x</sub>	chaleur spécifique	(J/kg°K)
C	coefficient de performance	(kg d'eau/kg d'air sec)
G	débit pondéral de l'air humide	(kg d'air sec/s)
G <sub>A</sub>	débit volumique d'air	(m <sup>3</sup> /m <sup>2</sup> . jour)
g	accélération due à la pesanteur	(m/s <sup>2</sup> )
h	coefficient de transfert convectif	(W/m <sup>2</sup> K)
H	enthalpie de l'air humide	(J/kg d'air sec)
k	coefficient de diffusion de la vapeur d'eau	$\left( \frac{\text{kg d'eau}}{\text{m}^2 \text{ s}} \right) / \left( \frac{\text{kg d'eau}}{\text{kg d'air sec}} \right)$
K <sub>T</sub>	coefficient cinétique d'épuration	(dim. variable suivant modèle)
K <sub>20</sub>	coefficient cinétique d'épuration à 20°C	
K <sub>g</sub> et K <sub>b</sub>	constantes de proportionnalité pour le calcul des pertes de charges	(m <sup>-1</sup> )
L	débit pondéral de l'eau	(kg d'eau/s)
N	coefficient de perte de charge	(-)
n	nombre d'ouïes d'aération	
P	pression totale de l'air humide	(Pa)
p'	pression partielle de la vapeur d'eau dans l'air à saturation	(Pa)
P <sub>atm</sub>	pression atmosphérique	(Pa)
P <sub>o</sub>	densité de puissance thermique due à la dégradation de la matière organique	(W/m <sup>3</sup> de garnissage)
Q <sub>A</sub>	charge hydraulique superficielle	(m <sup>3</sup> effluent/m <sup>2</sup> section.sec)
q	flux d'énergie transférée entre l'eau et l'air	(J/kg d'eau)
r	chaleur latente de vaporisation de l'eau	(J/kg d'eau)
S <sub>o</sub>	concentration en substrat à la sortie du lit	(mg/l)
S <sub>i</sub>	concentration en substrat appliqué à l'entrée du lit	(mg/l)
s	volume d'air par kg d'air sec	(m <sup>3</sup> /kg d'air sec)

t	température	(°C)
T	température absolue	(°K)
v	vitesse de l'air humide (mélange) dans le lit bactérien, en dehors du garnissage = G/A	(m/s)
x	teneur en eau de l'air humide	(kg d'eau/kg d'air sec)
z	coordonnée verticale du lit bactérien	(m)
Z	hauteur du lit, du garnissage, etc.	(m)

## LETTRES GRECQUES

$\varphi$	humidité relative de l'air	(-)
$\rho$	masse volumique de l'air humide	(kg d'air humide/m <sup>3</sup> )
$\Delta p$	perte de charge	(Pa)
$\alpha$	coefficient de refroidissement (Merkel)	(kg d'eau/kg d'air sec)
$\theta$	facteur de correction de température pour le coefficient cinétique d'épuration	

## INDICES UTILISÉS

v = vapeur	m = moyen, à l'intérieur du garnissage
e = eau	ext = extérieur au lit bactérien
a = air	T = total
' = saturation	g = garnissage
h = haut	l = lit bactérien complet
b = bas	s = sous le garnissage

## 1 - INTRODUCTION

L'introduction du lit bactérien comme moyen d'épuration biologique remonte à la fin du siècle dernier.

Cependant, depuis une vingtaine d'années, on a assisté à un regain d'intérêt pour cette technique, suite à l'apparition de nouveaux garnissages plastiques en modules, dont les qualités principales sont : taux de vide très élevé,

permettant de réduire les risques de colmatage, grande aire spécifique et faible poids. Ces caractéristiques ont notamment permis l'usage de ces filtres dans des conditions de fortes charges, avec des rendements moyens d'épuration.

Concurremment à ces éléments modulaires, on a eu recours plus récemment (1975) aux garnissages plastiques en vrac, développés à partir des emballages synthétiques (dérivés des anneaux de Raschig) utilisés dans les colonnes de distribution et d'absorption en industrie chimique. Ces garnissages nécessitent des taux d'irrigation minimum plus faibles et deviennent utilisables pour le traitement d'effluents peu ou moyennement chargés, tels les eaux usées domestiques.

La plupart des modèles de dimensionnement habituellement utilisés conduisent à une expression du type (VANDEVENNE, 1984) :

$$\frac{S_o}{S_i} = e^{-\frac{K_T a Z_g}{Q_A}} \quad (1)$$

- où  $S_o$  = concentration en substrat à la sortie du lit  
 $S_i$  = concentration en substrat appliqué à l'entrée du lit  
 $K_T$  = coefficient cinétique d'épuration  
 $a$  = surface spécifique mouillée du garnissage  
 $Z_g$  = hauteur du garnissage  
 $Q_A$  = charge hydraulique superficielle.

L'influence de la température sur le processus se marque au travers d'une forme modifiée de la loi de van't Hoff-Arrhénius (EDELIN, 1979).

$$K_T = K_{20} \theta^{t-20} \quad (2)$$

- où  $\theta$  = facteur de correction de température  
 $t$  = température  
 $K_{20}$  = coefficient cinétique d'épuration à 20 °C.

La température dans le lit bactérien a donc une influence prépondérante sur les réactions biologiques qui s'y déroulent. Or, cette température est fixée essentiellement par l'intensité des échanges thermiques entre l'effluent liquide et l'air qui circule dans la tour. Les pertes thermiques relatives aux fluides mis en jeu seront moins prépondérantes que ces échanges, étant donné les faibles écarts de température avec l'ambiance extérieure.

Le premier but du présent article consistera donc à proposer un modèle qui permet de connaître la température moyenne de l'eau (ou le profil de température) en fonction des conditions ambiantes : température de l'eau à l'entrée, température et humidité de l'air, débit d'alimentation,...

D'autre part l'oxygène, nécessaire à la dégradation de la matière organique, provient exclusivement de l'air qui circule dans l'appareil. Le plus souvent, la circulation de l'air est obtenue par tirage naturel dans la tour (draft). Le draft est la différence de pression entre la colonne d'air contenu dans le lit bactérien et l'air extérieur. Cette différence de pression sert à compenser les pertes de charge pour mettre l'air en mouvement.

On se propose donc également de quantifier le débit d'air induit par tirage naturel dans l'appareil. La régulation de ce dernier permettrait en effet d'optimiser les performances du lit bactérien.

Malheureusement, il existe peu d'informations sur la manière de calculer ce débit. ROQUES (1979) cite HALVARSON-SAVAGE et PIRET qui auraient obtenu la règle pratique empirique suivante :

$$G_A = 5(t_0 - t_{a, \text{ext}} - t_e) \quad (\text{m}^3/\text{m}^2 \text{ section.jour}) \quad (3)$$

où  $t_0$  = constante pour un type de filtre donné (= 2 °C pour les filtres à garnissages conventionnels)

$G_A$  = débit volumique d'air par m<sup>2</sup> de section

$t_{a, \text{ext}}$  = température de l'air à l'extérieur de la tour

$t_e$  = température de l'eau.

SCHROEDER (1977), quant à lui, propose une méthode de calcul plus sophistiquée, en calculant le « draft » sur les températures du liquide et de l'air extérieur, c'est-à-dire en assimilant la tour à un échangeur idéal, ce qui est malheureusement loin d'être le cas. On comprend dès lors qu'il serait particulièrement utile, tant pour le dimensionnement que pour la gestion de ces ouvrages, de disposer d'un modèle mathématique qui permettrait à la fois de connaître la température moyenne de l'eau dans le lit, ainsi que le débit d'air qui y circule.

## 2 - MATÉRIEL ET MÉTHODE

### 2.1 La plate-forme

La plate-forme qui a servi aux essais appartient au Cebedeau (VANDEVENNE, 1986). Elle est schématisée à la figure 1.

Elle est constituée essentiellement de trois lits bactériens pilotes fonctionnant en parallèle sur une eau urbaine dégrillée et dessablée.

L'alimentation est assurée par des pompes Moineau H30 à débit variable. Chaque conduite est équipée d'un débitmètre à flotteur Krohne. Des échantillonneurs automatiques (Ea) permettent de prélever des échantillons moyens à l'entrée et à la sortie des trois lits.

Les lits bactériens consistent chacun en une tour de 4 mètres de haut, réalisée en fibre de verre. Chaque tour comporte trois modules distincts :

– Le *premier module* constitue l'élément de distribution de l'eau usée sur le lit. L'aspersion se fait par un Sprinkler à deux bras.

– Le *second module* n'est autre que le lit bactérien proprement dit (lit A, B, C). Il peut recevoir un ou deux modules de 3,46 m<sup>3</sup> de matériau de garnissage sur une hauteur de 1,7 m. Les ouïes d'aération, au nombre de six, représentent 1,5 % de la section horizontale du lit.

– Le *troisième module* constitue le décanteur secondaire (DEC 2). La section est de  $\pm 2 \text{ m}^2$  et la profondeur de 0,75 m, soit un volume de  $1,5 \text{ m}^3$ .

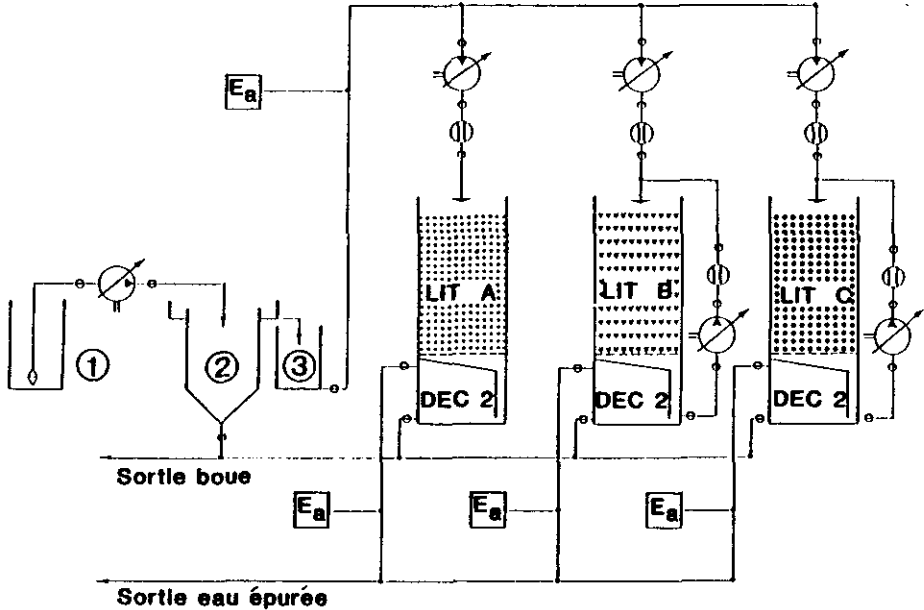


Figure 1 Schéma de principe de l'installation pilote.  
Schematic representation of pilot trickling filters.

## 2.2 Éléments de garnissage

Les caractéristiques essentielles des trois garnissages utilisés sont rassemblées dans le tableau ci-après.

Tableau 1 Caractéristiques des garnissages utilisés dans l'installation pilote.  
Table 1 Mean features of media used in pilot trickling filters.

	Filterpak CR	Filterpak 1120 M	Conventionnel
Dimensions (mm)	50 x 30	187 x 50	40/150
Empilage	vrac	vrac	vrac
Nature	PVC	polypropylène	lave
Surface spécifique ( $\text{m}^2/\text{m}^3$ )	220	95	114
% vide	95	96	57
Hauteur de remplissage maximale (m)	4,0	4,0	4,0
Charge hydraulique minimale ( $\text{m}^3/\text{m}^2\text{h}$ )	$\pm 0,04$	$\pm 0,21$	$\pm 0,4$

### 2.3 Mesures réalisées

En ce qui concerne les grandeurs thermiques, les mesures suivantes ont été effectuées à la plate-forme d'essais :

- température de l'effluent à l'entrée et à la sortie ;
- température et humidité relative de l'air à l'entrée et à la sortie ;
- débits de l'eau et de l'air.

Le débit et les températures de l'eau sont mesurés constamment à la plate-forme d'essais. La température et l'humidité de l'air sont mesurées au moyen d'un hydro-thermomètre RH Mark 2 type D6T-RH-II.

Le débit d'air est déterminé en mesurant la vitesse de l'air dans la tour, à quelques centimètres au-dessus du garnissage. L'appareil utilisé est un « Höntzsch flow-therm » de la firme Hoentzsch Instruments.

Les mesures ont été faites lors des visites bi-hebdomadaires du préposé à la station d'essais.

## 3 - LE MODÈLE

### 3.1 Hypothèses

Fondamentalement, le modèle développé pour le lit bactérien est très peu différent de celui que l'on utilise pour les tours de refroidissement à tirage naturel et les mêmes hypothèses simplificatrices sont applicables. Il s'agit en effet d'un modèle stationnaire qui ne tient compte notamment ni de la capacité thermique des matériaux de garnissage, ni du comportement transitoire des fluides. On négligera également le transfert horizontal par conduction et par convection et les pertes thermiques latérales de la structure. Cette dernière hypothèse est justifiée par le faible écart de température existant entre l'intérieur et l'extérieur du lit. Par contre, l'hypothèse généralement admise de considérer l'air à la sortie comme complètement saturé en vapeur d'eau sera rejetée ici : nous le constaterons plus loin, cette situation n'est en effet observée pour des hauteurs finies de garnissage, que lorsque l'eau est sensiblement plus chaude que l'air.

### 3.2 Relations fondamentales

Les échanges thermique et massique entre un fluide en phase gazeuse (l'air) et un autre fluide en phase liquide (l'eau) peuvent être schématisés comme sur la figure 2.

L'interface eau/air est supposée être un film mince d'air saturé dont la température  $t$  et la teneur en eau  $x$  varient linéairement entre des valeurs considérées uniformes au sein des deux milieux.



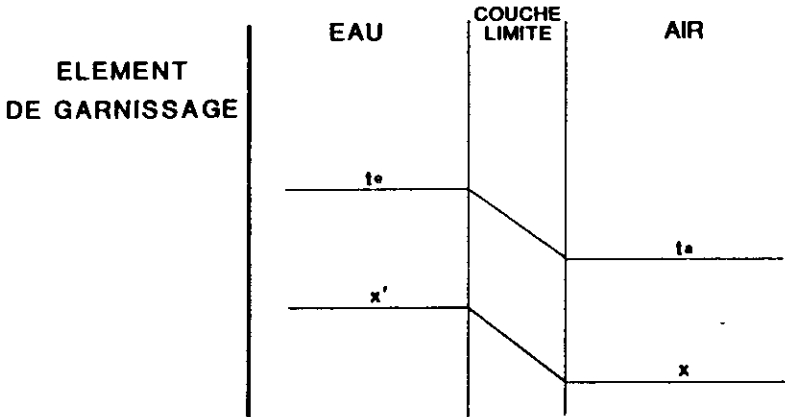


Figure 2 Schéma des échanges d'énergie et de matière à l'interface eau/air.  
 Diagram representing heat and mass transfer between water, interfacial film, and air

L'échange de chaleur convectif de l'eau vers l'air sur l'élément de tour dz est caractérisé par la relation :

$$Gc_a dt_a = haAdz (t_e - t_a) \quad (4)$$

avec G = débit pondéral de l'air humide

$c_a$  = chaleur spécifique de l'air

h = coefficient de transfert convectif

A = section horizontale du lit bactérien

$t_a$  = température de l'air

z = coordonnée verticale du lit bactérien.

Dans cette relation, le produit aAdz représente la surface d'échange effective.

Par ailleurs, il existe une diffusion de vapeur de l'eau vers l'air telle que :

$$Gdx = kaAdz (x_e' - x_a) \quad (5)$$

où k = coefficient de diffusion de la vapeur d'eau

$x_e'$  = teneur en eau d'un air saturé à la température de l'eau

et  $x_a$  = teneur en eau de l'air humide à la température de l'air.

Si on multiplie les deux membres de cette équation par l'enthalpie de la vapeur d'eau,  $H_v$ , à la température  $t_a$ , on déduit l'équation de l'échange thermique correspondant à l'évaporation :

$$GH_v dx = kaAdz (x_e' - x_a) H_v \quad (6)$$

L'enthalpie  $H_v$  est la somme de la chaleur latente de vaporisation de l'eau, r, et de la chaleur sensible de la vapeur d'eau  $c_v t_a$ .

Ces relations cependant exigent la connaissance de deux coefficients d'échange,  $h$  et  $k$ . Pour simplifier le problème, on peut utiliser la relation de LEWIS (1922). La démarche de Lewis repose sur l'hypothèse d'égalité des quantités de chaleur décrites par les équations (4) et (6) atteintes à l'équilibre au niveau d'un film-interface en conditions adiabatiques.

L'identification du bilan ainsi calculé avec celui d'un air saturé après un passage infiniment long sur un film d'eau permet de tirer la relation :

$$h = kc_a \quad (7)$$

C'est cette relation qui explique notamment pourquoi la température humide de l'air est quasi identique à la température de saturation adiabatique dans un mélange air + vapeur d'eau, et qui justifie la présentation du diagramme CARRIER (1911) de l'air humide.

Nous accepterons donc cette relation, qui nous permet de remplacer  $h$  par  $kc_a$  dans l'équation (4).

Le transfert total de chaleur sera la somme du transfert convectif (4) et du transfert de vapeur (6), soit :

$$q = GdH_a = kaAdz (H'_a - H_a) \quad (8)$$

car l'enthalpie totale de l'air humide est constituée d'un terme de chaleur sensible et d'un terme de chaleur latente, soit :

$$H_a = c_a t_a + H_v x \quad (9)$$

où l'on néglige la chaleur sensible  $c_v t_a$ , due à la vapeur d'eau.

Cette quantité de chaleur  $q$ , prise par l'air, doit être égale à la chaleur transférée par l'eau, soit :

$$Lc_e dt_e = kaAdz (H'_a - H_a) \quad (10)$$

où  $L$  = débit pondéral de l'eau

$c_e$  = chaleur spécifique de l'eau.

En écrivant cette relation, on suppose que la quantité totale d'eau est restée constante, c'est-à-dire qu'on néglige dans le débit d'eau  $L$  la quantité d'eau évaporée.

La relation (10) est valable pour l'élément  $dz$  de garnissage. Le bilan thermique sur tout le lit bactérien s'obtient par intégration sur toute la hauteur  $Zg$  du garnissage, soit :

$$\int_{t_{eb}}^{t_{eh}} \frac{c_e dt_e}{H'_a - H_a} = \frac{kaAZg}{L} \quad (11)$$

Cette expression représente ce que l'on a coutume d'appeler le nombre d'unités de transfert (NTU) qui exprime le nombre de fois que la différence d'enthalpie entre l'air saturé et l'air humide est contenue dans la chaleur sensible due à la variation de température de l'eau ( $t_{eh} - t_{eb}$ ) entre le haut et le

bas du garnissage. C'est une mesure de la « difficulté de la tâche » de refroidissement de l'eau.

Les équations ainsi définies ne sont pas suffisantes par elles-mêmes et elles n'admettent pas de solution mathématique directe. Elles expriment les bilans d'énergie et de matière en un point, indépendamment des mouvements relatifs des fluides. L'étape suivante, l'intégration, doit tenir compte du sens des débits d'eau et d'air. Elle peut être effectuée, soit numériquement, en divisant le lit bactérien en mailles élémentaires, soit analytiquement en usant d'hypothèses simplificatrices.

### 3.3 Méthode numérique

Si nous supposons connus le débit, la température et la teneur en eau de l'air à l'entrée du garnissage, ainsi que la température de l'effluent alimentant le lit, il est possible d'en déduire la température de l'eau après son passage dans le lit bactérien.

La méthode que nous avons choisie est une résolution numérique unidimensionnelle des équations de bilans.

Le garnissage est divisé en mailles de hauteur  $dz$ . Dans chaque petit volume ainsi défini, la relation (4) modifiée par l'hypothèse de Lewis, permet de calculer l'incrément de température d'air  $dt_a$ , la relation (5) permet de calculer l'incrément de teneur en eau  $dx$  et la relation (10) permet de clôturer le bilan en déduisant la variation  $dt_e$  de la température d'eau.

Le principe de résolution est le suivant : supposons que l'eau soit injectée du haut vers le bas et que l'air extérieur soit aspiré au bas du garnissage avec un débit positif vers le haut. Dans ces conditions de contre-courant, le calcul commence dans la première cellule au bas de la tour. La température de l'air extérieur et son humidité relative sont connues, ce qui fixe les conditions de départ pour l'air. En ce qui concerne l'eau, on ne connaît la température qu'au sommet du garnissage, ce qui impose une estimation préalable de la température de l'eau au bas de la tour pour commencer le processus itératif.

De l'humidité relative  $\phi$  et de la température  $t_a$  de l'air, on peut déduire la teneur en eau par la relation :

$$x = \frac{0,62198 \phi p'}{p_{atm} - p'} \quad (12)$$

où  $p_{atm} = 101\,325$  Pa est la pression atmosphérique, dans les conditions normales

et  $p'$  est la pression partielle de vapeur d'eau contenue dans l'air à la saturation (Pa) et peut être exprimée par la formule suivante (ASHRAE, 1985) :

$$\ln p' = \frac{b_1}{T_a} + b_2 + b_3 T_a + b_4 T_a^2 + b_5 T_a^3 + b_6 \ln(T_a) \quad (13)$$

où  $T_a = 273,16 + t_a$  est la température absolue de l'air humide (K)

$$b_1 = -5\,800,2206$$

$$b_2 = 1,39114993$$

$$b_3 = -0,04860239$$

$$b_4 = 0,41764768 \times 10^{-4}$$

$$b_5 = -0,14452093 \times 10^{-7}$$

$$b_6 = 6,5459673$$

La teneur en eau  $x'$  à la saturation est calculée par les mêmes formules, en remplaçant la température de l'air par celle de l'eau et en fixant  $\varphi = 1$ .

Les enthalpies intervenant dans la relation (10) sont estimées par la formule (9).

Enfin, pour chaque maille, on calcule la masse volumique du mélange air-vapeur. La démarche employée est la recherche d'une expression approchée de la masse volumique en linéarisant autour de la température de 15 °C (CHILTON, 1952).

Considérons 1 kg d'air sec à la pression atmosphérique et à la température  $t$  (°C). La masse du mélange air-vapeur sera :  $1 + x$  kg.

À 15 °C, que nous prendrons comme température moyenne des phénomènes dans un lit bactérien, le volume de 1 kg d'air sec est 0,816 m<sup>3</sup>.

La masse volumique relative de la vapeur d'eau comparée à celle de l'air sec à la même température et à la même pression totale est 0,62198.

Le volume du mélange, à 15 °C, est donc :

$$s_a = 0,816 \left( 1 + \frac{x}{0,62198} \right) \quad (14)$$

Pour connaître le volume à d'autres températures, on établit une correction en multipliant l'expression (14) par le rapport des températures absolues :

$$s_a = 0,816 \left( 1 + \frac{x}{0,62198} \right) \left( \frac{273,16 + t_a}{288,16} \right) \quad (15)$$

La masse volumique du mélange air-vapeur sera donc :

$$\rho_a = \frac{1 + x}{s_a} \quad (16)$$

Toutes ces relations permettent alors de calculer la température de l'effluent en sortie. La démarche est itérative, elle est schématisée dans la partie encadrée en traits discontinus de la figure 4 (fournie plus loin).

En établissant le bilan sur la première cellule, on peut calculer les températures d'eau et d'air et la teneur en eau de l'air à l'entrée de la cellule suivante en ajoutant aux valeurs de départ les incréments  $dt_a$ ,  $dt_e$  et  $dx$ .

De proche en proche, on déduit donc les valeurs de ces 3 variables au sommet du garnissage. On compare la température d'eau ainsi calculée à la température d'eau réelle injectée à ce niveau et l'on peut ainsi corriger l'estimation de la température d'eau prise au bas du garnissage. Le processus itératif peut alors recommencer. Il s'arrêtera au moment où la valeur de température d'eau calculée est suffisamment proche de la valeur mesurée (0,05 K dans notre cas).

Dans des conditions de co-courant, c'est-à-dire lorsque l'air se meut du haut vers le bas du garnissage, le calcul commence dans la cellule du sommet où l'on connaît de façon exacte la valeur des trois variables. De proche en proche, on en déduit les valeurs en bas du garnissage et le calcul s'arrête là.

### 3.4 Expression du débit d'air

Jusqu'à présent, on a supposé que le débit d'air utilisé dans les relations (4) et (5) était connu. En réalité, il est le résultat d'un tirage naturel provoqué par la différence de pression entre l'intérieur et l'extérieur du lit bactérien.

Si on établit l'équilibre des pressions au même niveau (fig. 3), on obtient :

$$p + Z_1 g \rho_{\text{ext}} + Z_s g \rho_{\text{ext}} = p + Z_1 g \rho_m + Z_s g \rho_{\text{ext}} + \Delta p_T \quad (17)$$

soit :

$$Z_1 g (\rho_{\text{ext}} - \rho_m) = \Delta p_T \quad (18)$$

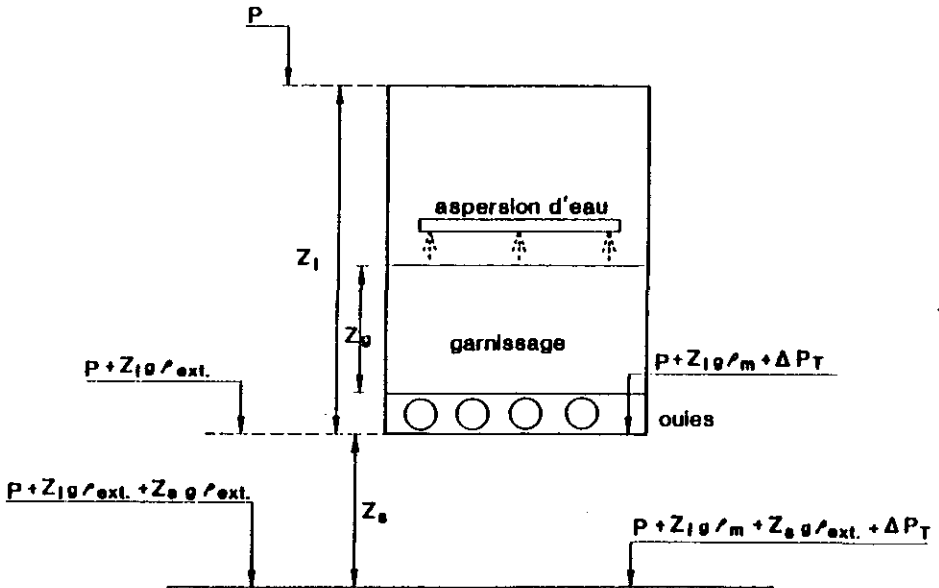


Figure 3 Equilibre des pressions à l'intérieur et à l'extérieur du lit bactérien  
Pressure balance inside and outside the trickling filter

Le tirage naturel est donc dû à la différence de masse volumique de l'air entre l'extérieur et l'intérieur du lit, en équilibre avec la perte de charge totale,  $\Delta p_T$ , dans le lit bactérien. Cette perte de charge peut être exprimée par :

$$\Delta p_T = N_T \rho_m \frac{v^2}{2} \quad (19)$$

où  $N_T$  représente le coefficient de perte de charge totale sur toute la hauteur du lit bactérien.

La vitesse de l'air ( $v$ ) est le rapport du débit volumique à la section droite ( $A$ ), et donc, les relations (18) et (19) fournissent une expression du débit pondéral ( $G$ ) :

$$G = \frac{1}{s_a} \sqrt{\frac{2gA^2 Z_1 (\rho_{\text{ext}} - \rho_m)}{N_T \rho_m}} \quad (20)$$

Le facteur  $1/s_a$  permet de convertir le débit volumique d'air humide en débit massique d'air sec. La masse volumique moyenne,  $\rho_m$ , est calculée comme la moyenne arithmétique des masses volumiques estimées par (16) au niveau de chaque cellule élémentaire. La même relation (16) permet de calculer la masse volumique de l'air extérieur,  $\rho_{\text{ext}}$ .

Au terme d'un premier processus itératif sur le lit bactérien, on peut calculer un nouveau débit d'air qui corrigera l'estimation de départ et recommencer un nouveau processus itératif pour le calcul de nouvelles températures. Dès que la correction relative du débit d'air devient inférieure à une valeur fixée (ici  $10^{-4}$ ), on arrête le calcul.

La figure 4 montre l'organigramme de ce processus itératif.

Les données nécessaires à l'ensemble des calculs sont indiquées dans le bloc de départ de l'organigramme.

En bref, le débit sera calculé à partir des paramètres de dimensionnement du lit bactérien (hauteur, diamètre, diamètre des ouïes,...), dont certains devront être souvent estimés (perte de charge, source interne de chaleur,...), des caractéristiques de l'air extérieur (température, humidité relative et pression) et de la valeur des variables concernant l'effluent liquide à l'entrée du dispositif (température et débit).

### 3.5 Méthode analytique

Pour les tours de refroidissement, MERKEL (1926) propose l'intégration analytique de l'expression (11). Pour cela, il simplifie le problème en prenant pour les enthalpies  $H'_a$  et  $H_a$  des valeurs moyennes considérées comme constantes pour toute la tour.

Il en déduit l'expression du « cooling factor »  $\alpha$  :

$$\alpha = \frac{H'_{am} - H_{ab}}{c_e \Delta t_e} = \frac{L}{ka AZg} + \frac{L}{2G} \quad (21)$$

Ce coefficient  $\alpha$  est un paramètre caractéristique des tours de refroidissement : il exprime le rapport du gain moyen d'enthalpie entre l'air humide en bas de la tour et l'air saturé à l'intérieur de celle-ci, sur la variation de chaleur sensible de l'eau  $c_e \Delta t_e$  provoquée par la tour.

La situation idéale serait celle d'un processus purement adiabatique où l'on suit une isenthalpique sur le diagramme de l'air humide : c'est le cas d'un débit d'eau nul. Dans ce cas, la différence d'enthalpie étant nulle, le coefficient  $\alpha$  vaut également zéro et l'on tend vers un état d'équilibre où l'air est saturé à la température correspondant à la température humide de l'air au départ, cette température étant également la température finale de l'eau.

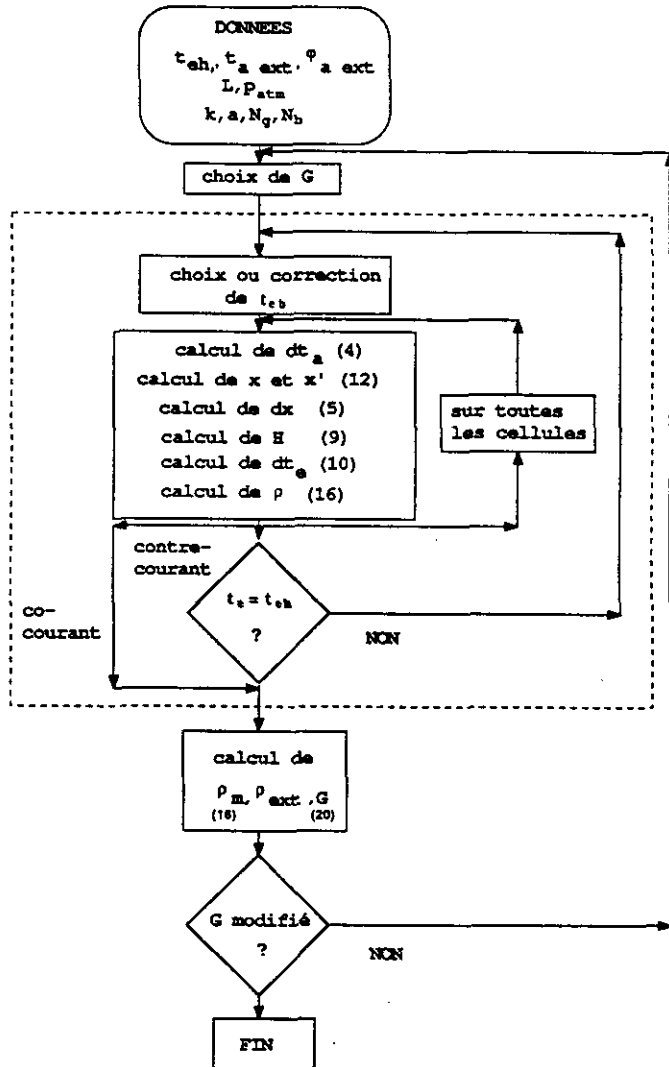


Figure 4 Organigramme du processus itératif utilisé pour le modèle.

*Illustration of the main calculation steps used in the iterative process.*

En réalité, le processus n'est pas adiabatique et l'eau amène une charge thermique permanente. L'écart de cette situation réelle par rapport à la situation adiabatique idéale est donc mesurée par  $\alpha$  : plus ce coefficient est grand, moins la tour de refroidissement est efficace.

Mais  $\alpha$  dépend des débits d'eau et d'air. C'est la raison pour laquelle CHILTON (1952) pousse le raisonnement plus loin : il exprime  $\alpha$  sous forme d'une fonction de

$$\left( \frac{L}{G N_T^{1/3}} \right)$$

Cette fonction s'avère pratiquement linéaire et la pente

$$C = \frac{\alpha G N_T^{1/3}}{L}$$

de cette droite est considérée comme un coefficient de performance caractéristique d'une tour, constant pour une configuration donnée, indépendant des débits : plus C est petit, meilleure sera la tour.

Le facteur  $\alpha$  étant connu, pour connaître C, il reste à évaluer

$$\frac{L}{G N_T^{1/3}}$$

ce que Chilton réalise en utilisant une expression simplifiée du débit G.

Il évalue ainsi :

$$\frac{L}{G N_T^{1/3}} = L (Z_g A^2 L \Delta t_o f)^{-1/3} \quad (22)$$

où f est une fonction définie en unités SI par

$$f = 87,56 \times 10^{-3} C_o \left( \frac{\Delta t_a}{\Delta H_a} + 75,61 \times 10^{-6} \right) (\text{kg}^2 / \text{Ks}^2 \text{m}^5) \quad (23)$$

En considérant l'hypothèse que l'air atteint la saturation à la sortie de la tour, on peut montrer que la fonction f ne dépend que de la température sèche et de la température humide de l'air extérieur.

Pour notre part, nous en avons tiré une formule approchée obtenue par régression sur les valeurs réelles de f :

$$f = (676,365 - 22,226 t_{a, \text{humide}} + 0,253222 t_{a, \text{humide}}^2) \times (0,310026 \times 10^{-3} - 0,019759 \times 10^{-3} \Delta t) \quad (24)$$

où  $\Delta t = t_{a, \text{sèche}} - t_{a, \text{humide}}$ .

Dans le cadre du présent travail, un calcul du coefficient de performance C a été effectué sur base d'expressions purement analytiques des différentes variables intervenant en psychométrie.

### 3.6 Spécificité du lit bactérien par rapport à la tour de refroidissement

Par rapport à la théorie des tours de refroidissement, le modèle thermique d'un lit bactérien doit prendre en compte des phénomènes spécifiques.

Il faut tenir compte d'un apport de chaleur provenant de la dégradation de la matière organique

Dans un lit bactérien, cet apport de chaleur constitue en effet une source supplémentaire d'énergie que l'on ne retrouvera pas dans une tour de refroidissement.



dissement. Par gramme de carbone dégradé, on peut estimer un dégagement de chaleur de 29 à 54 kJ (PÖPEL, 1972).

Une charge en DBO typique d'un lit bactérien est de l'ordre de 300 grammes de demande en oxygène par m<sup>3</sup> de garnissage et par jour, ce qui pourrait représenter une puissance thermique d'environ 50 W/m<sup>3</sup>. Selon les débits des fluides et les dimensions du garnissage, cette puissance représente de 5 à 30 % de la chaleur totale cédée à l'air.

Avec les valeurs de paramètres choisies pour les essais dans le cadre de cette étude, cette charge organique peut modifier d'environ 10 % le différentiel de température de l'eau et d'environ 1 % le débit d'air dans le lit bactérien.

Dans le bilan thermique du lit bactérien, il faudra donc ajouter à la chaleur prise par l'air un terme de dégagement d'énergie due à la dégradation de la matière organique contenue dans l'eau. Sur le volume Sdz, ce terme, à ajouter au membre de gauche de la relation (10) sera :

$$\rho_0 A dz \quad (25)$$

où  $\rho_0$  est la densité de puissance ainsi produite (W/m<sup>3</sup>).

La valeur de  $\rho_0$  est actuellement introduite sous forme de paramètre d'entrée dans le modèle, mais elle pourrait avantageusement être remplacée par le résultat d'un calcul tenant compte notamment du débit d'eau et du type de garnissage.

Les différentes composantes de la perte de charge totale dans le lit bactérien sont, en négligeant les pertes par frottement sur les parois (« skin effect ») :

- la perte de charge dans le garnissage ;
- la perte de charge dans le bas du lit bactérien (ouïes d'aération) ;
- la perte de charge en haut du lit bactérien.

La perte de charge dans le garnissage est :

$$\Delta p_g = N_g \rho_m \frac{v^2}{2} \quad (26)$$

où  $\rho_m$  est la densité moyenne de l'air dans le garnissage

v est la vitesse de l'air mesurée dans le lit bactérien juste avant son entrée dans le garnissage.

Le coefficient  $N_g$  de perte de charge est proportionnel à la hauteur du garnissage  $Z_g$ , soit :

$$N_g = K_g Z_g \quad (27)$$

où  $K_g$  est une constante de proportionnalité caractéristique d'un garnissage donné.

La perte de charge dans le bas du lit bactérien due aux ouïes d'aération placées sur le périmètre extérieur de la structure, peut s'exprimer par la relation :

$$\Delta p_b = N_b \rho_m \frac{v^2}{2} \quad (28)$$

Pour la facilité du calcul, la densité moyenne dans le lit bactérien,  $\rho_m$ , a été utilisée dans cette expression au lieu de la densité  $\rho_b$  au bas de la structure.

L'erreur commise sur la pression est inférieure à 1 % dans la majorité des cas. Mais également, la vitesse utilisée dans l'expression (28) est celle de l'air circulant dans le lit bactérien supposé vide, et non dans les ouïes.

Pour  $n$  ouïes ouvertes, la vitesse dans chaque ouïe sera proportionnelle à  $v/n$ . Pour tenir compte de ce fait, le coefficient de perte de charge due aux  $n$  ouïes sera :

$$N_b = \frac{K_b}{n^2} \quad (29)$$

où  $K_b$  est une constante de proportionnalité caractéristique des dimensions et de la forme de l'ouïe.

Enfin, la conception du lit bactérien permet de négliger la perte de charge en haut de la structure par rapport aux deux autres.

Le coefficient de perte de charge totale utilisé dans la relation (19) pourra donc s'exprimer comme la somme de deux coefficients :

$$N_T = K_g Z_g + \frac{K_b}{n^2} \quad (30)$$

La principale différence entre la tour de refroidissement et le lit bactérien est l'ordre de grandeur des écarts de température entre l'air d'entrée et l'eau d'alimentation.

Dans le cas d'une tour de refroidissement, l'écart minimum est de l'ordre de 10 °C. Dans le cas d'un lit bactérien, cet écart est généralement plus faible, et il peut même arriver, en période estivale, que l'eau d'alimentation à épurer soit plus froide que l'air ambiant.

Par contre, l'hiver, lorsque les écarts de température sont plus grands, le lit bactérien fonctionne quasiment comme une tour de refroidissement. Notons alors que les risques de gel, durant les périodes froides, pourraient être prédits par le modèle.

Il en résulte une vitesse d'air au moins 10 fois plus faible dans le lit bactérien. Très souvent même, le flux d'air est dirigé du haut vers le bas de la tour, c'est-à-dire, selon nos conventions, que la vitesse de l'air est négative. Les conséquences au niveau de la résolution des équations sont prépondérantes. D'abord, les faibles puissances thermiques mises en jeu (quelques centaines de watts, par rapport à plusieurs dizaines de kilowatts dans le cas des tours de refroidissement) ne rendent plus tout à fait négligeables les pertes thermiques latérales, ni les influences météorologiques (vent, ensoleillement, précipitations).

En outre, la possibilité de débit d'air circulant vers le bas implique la nécessité d'un double algorithme de résolution des équations de bilans.

Ceci peut entraîner des instabilités numériques lors des itérations, lorsque le débit estimé est proche de zéro ou change de signe pour l'itération suivante.

Le modèle devra idéalement être affiné pour prendre en compte ces cas extrêmes, sans toutefois compliquer exagérément les relations.

Par exemple, la prise en compte des pertes thermiques latérales nécessiterait, en toute rigueur, un modèle bidimensionnel, au détriment de la simplicité de la résolution et de la souplesse d'emploi du logiciel considéré comme outil de gestion.

Par contre, si dans une première approche, on inclut simplement dans les relations (4) et (10) un terme de perte proportionnel à l'écart entre la température moyenne (de l'air ou de l'eau) et la température de l'air extérieur, on peut mettre en évidence une influence importante (de 5 à 25 %, selon le coefficient de déperdition considéré) des pertes thermiques sur le différentiel de température de l'eau et sur le débit d'air.

Cependant, cette approche est loin d'être rigoureuse et une démarche empirique pourrait éventuellement être envisagée dans ce cas précis.

#### 4 - RÉSULTATS

Dans un premier temps, le modèle a été calibré sur les données récoltées sur l'installation décrite au chapitre 2.

L'ajustement se fait en deux temps.

Pour différentes configurations d'ouverture des ouïes (de 1 à 6 ouïes ouvertes), on détermine le coefficient global de perte de charge,  $N_T$ , de manière à satisfaire le bilan thermique sur la phase gazeuse (équation 4) intégré sur toute la tour.

Notons que cet ajustement pourrait être réalisé d'une autre manière, en comparant le débit d'air calculé par la relation (20) au débit d'air mesuré.

Cependant, nous avons constaté que les débits d'air mesurés se situaient à la limite inférieure de la résolution des appareils de mesure, ce qui conduisait à des imprécisions trop importantes.

Cette méthode reste utilisable à la condition de mesurer le débit d'air par une technique plus appropriée (par exemple, anémomètre à fil chaud).

Des coefficients globaux  $N_T$  ajustés pour chaque tour, pour au moins deux configurations différentes des ouïes, on peut déduire les facteurs  $K_g$  et  $K_b$ , respectivement pour le garnissage et les ouïes d'aération (2 équations, 2 inconnues).

Une deuxième série de données de contrôle a permis de vérifier que les valeurs  $K_g$  et  $K_b$  obtenues conduisaient effectivement aux valeurs correctes des températures d'air à la sortie de la tour.

Dans une deuxième étape, le produit  $ka$  dépendant des débits d'air et d'eau, est alors ajusté pour chaque expérience de manière à satisfaire le bilan thermique sur la phase liquide (équation 10) intégré sur toute la tour.

Les données récoltées jusqu'à présent indiquent que la valeur ainsi obtenue du produit  $ka$  varie relativement peu pour un lit bactérien donné, ce qui, dans un premier temps, justifie l'emploi d'une valeur moyenne.

Un exemple typique d'ajustement est donné au tableau 2 suivant.

**Tableau 2** Application du modèle à une expérience donnée.

**Table 2** Application of the model to a given experiment.

Date de l'essai	Novembre 1988	
Type de garnissage	Filterpak CR	
Hauteur du garnissage (m)	1,73	
Débit d'eau (m <sup>3</sup> /h)	0,8	
Nombre d'ouïes ouvertes	6	
Température de l'eau au sommet du lit (°C)	9,6	
Température sèche de l'air extérieur (°C)	3,8	
Humidité relative de l'air extérieur (%)	71,2	
Produit $ka$ utilisé (kg air sec/s m <sup>3</sup> )	0,034	
Coefficient $K_a$ utilisé	0,086	
Coefficient $K_b$ utilisé	7,0	
	<b>Mesuré</b>	<b>Calculé</b>
Température de l'eau en bas du lit (°C)	8,0	8,0
Température sèche de l'air au sommet du lit (°C)	4,3	4,4
Humidité relative de l'air au sommet du lit (%)	82,4	76,4
Débit d'air calculé (m <sup>3</sup> /h)	2 632	
Coefficient $\alpha$ de Merkel	2,09	
Coefficient de performance C	7,11	

La figure 5 illustre les profils de température d'air et d'eau que le modèle permet d'obtenir à partir de ce même exemple.

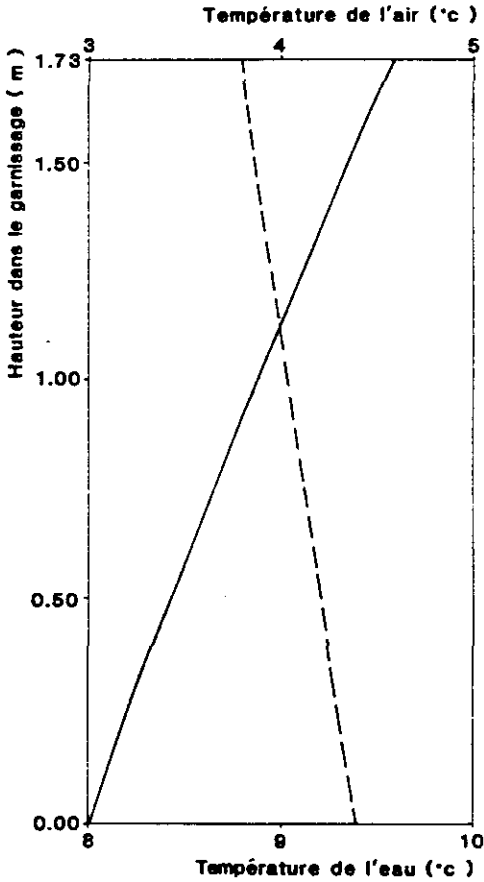
Ces profils pourraient, par exemple, être utilisés par le gestionnaire du système d'épuration pour optimiser son contrôle.

Les résultats obtenus sur les 3 lits pilotes sont résumés dans le tableau 3 où sont également reprises les valeurs du coefficient C moyen de performances de Chilton (1952), ainsi que les valeurs des coefficients  $K_{20}$  et  $\theta$  obtenus par ailleurs sur ces lits pilotes (VANDEVENNE, 1986)

**Tableau 3** Résultats moyens obtenus par le modèle sur les 3 lits pilotes.

**Table 3** Average results computed by the model on the 3 pilot plants.

Type de garnissage	$K_a$	$ka$ moyen (kg air sec/s m <sup>3</sup> )	C moyen	$K_{20a}$	$\theta$
Filterpak CR	0,088	0,0320	7,7	2,6620	1,029
Filterpak 1 120 M	0,018	0,0241	8,6	1,9665	1,037
Conventionnel	0,048	0,220	8,6	2,0292	1,045



**Figure 5** Profils des températures d'air (traits discontinus, échelle supérieure) et d'eau (trait plein, échelle inférieure) obtenus au moyen du modèle pour l'exemple décrit au tableau 2.

*Temperatures profiles for air (dotted line, upper scale) and water (solid line, lower scale) computed by the model applied to the example described in table 2.*

Les coefficients de perte de charge du garnissage,  $K_p$ , semblent caractéristiques du matériau mis en œuvre ; une analyse sur un plus grand nombre de types d'éléments serait nécessaire pour pouvoir corréler de façon certaine ce coefficient aux caractéristiques du support (pourcentage de vide, surface spécifique,...).

Lorsque le lit bactérien est examiné en tant qu'échangeur thermique, il s'avère que c'est le support développant la plus grande surface spécifique (filterpak CR) qui présente les meilleures performances :  $k_a$  moyen élevé et  $C$  moyen le plus faible. Les deux autres supports présentent des caractéristiques

très similaires. C'est aussi le premier support qui présente la moindre sensibilité de l'efficacité d'épuration à la température ( $\theta$ ).

Notons cependant, pour les études futures, que pour examiner plus en détail l'influence de la température de la phase liquide sur l'épuration de la charge organique, il y a lieu de tenir compte des taux de recirculation habituellement utilisés avec chaque type de garnissage.

Remarquons enfin que les valeurs du rapport  $ka/K_{20}a$  calculé pour les 3 lits restent dans une fourchette relativement étroite (respectivement : 0,0123, 0,0120 et 0,0108), ce qui confirme la cohérence du modèle.

## 5 - CONCLUSIONS

Dans cet article, nous introduisons un modèle simple qui permet de calculer la température moyenne du liquide dans un lit bactérien, connaissant son débit et sa température d'entrée, les conditions extérieures de l'air et les coefficients d'échange thermique du support. Le modèle permet également de calculer le débit d'air, ainsi que le sens de circulation.

On peut vérifier aisément que cette méthode conduit à la détermination de températures moyennes plus exactes que, par exemple, l'utilisation de la moyenne logarithmique entre la température de l'eau à l'entrée et l'air extérieur (SCHROEDER, 1977).

L'application du modèle aux données récoltées sur des lits bactériens pilotes fournit des résultats satisfaisants. Cependant, le modèle devra encore être amélioré pour les très faibles débits d'air, lorsqu'on est proche de l'inversion de la circulation.

– L'application du modèle au dimensionnement des lits bactériens pourrait être réalisée aisément à la condition de disposer des valeurs des coefficients d'échange ( $k$ ) et de pertes de charges ( $K_g$ ,  $K_b$ ) pour différents types de filtres et garnissages.

– L'utilisation du modèle est dès à présent possible pour aider à la gestion des installations existantes. En effet, moyennant un calage préalable du modèle, on peut examiner l'influence de paramètres tels que recirculation, ouverture des ouïes d'aération, et ainsi optimiser la température de fonctionnement, tout en garantissant une circulation suffisante de l'air dans l'appareil.

– Enfin, le modèle pourrait avoir d'autres applications, notamment en aidant à la détermination de la surface mouillée de garnissage.

Les mesures sont actuellement en cours pour rechercher des corrélations de type  $ka$  en fonction du rapport  $L/G$  et, de manière plus générale, pour lier ce modèle thermique à l'optimisation du fonctionnement épuratoire du lit bactérien.

Ce modèle présenté est actuellement dans une phase de test afin d'en vérifier la validité et de déterminer ses limites d'application.

En effet, les simplifications faites deviennent discutables pour les très faibles débits d'air, lorsqu'on est proche de l'inversion de la circulation.

De même, les mesures hivernales permettront de déterminer si le modèle est applicable à de telles conditions.

Les premiers résultats présentés apparaissent satisfaisants.

Par la suite, nous nous proposons de montrer comment il peut être utilisé, tant en dimensionnement, qu'en simulation.

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ASHRAE, 1985. Handbook – Fundamentals, ASHRAE.
- CARRIER W.H., 1911. Rational psychrometric formulae, *ASME Transactions*, 23 : 1005.
- CHILTON H., 1952. Performance of natural draught water-cooling towers, *Proceedings, Inst. Elec. Eng. London*, 99 : 440-452.
- EDELIN F., 1979. *L'épuration biologique des eaux résiduaires – théorie et technologie*, Cebedoc.
- LEWIS W.K., 1922. The evaporation of a liquid into a gas, *ASME Transactions*, 44 : 325-340.
- MERKEL F., 1926. Evaporative cooling, *Zeits Vereindeutscher Ingenieure*, 70 : 123-128.
- PEETERS R., 1988. *Mémoire TFE*, Gramme – FUL.
- PÖPEL, 1972. Thermophilic bacterial oxydation of highly concentrated substrates, *Water Research*, 6 (7).
- ROQUES H., 1979. *Fondements théoriques du traitement biologique des eaux*, Technique et documentation, Paris.
- SCHROEDER E.D., 1977, *Water and waste-water treatment*, McGraw-Hill.
- VANDEVENNE L., 1984. *Problèmes liés à la modélisation et au dimensionnement de l'épuration par lit bactérien aérobie*. 37 th Int. Cong. Cebedeau.
- VANDEVENNE L., 1986. *Epuration par lits bactériens aérobies (rapport final)*, Cebedeau, 1986.