Document généré le 18 avr. 2024 03:11

**Revue des sciences de l'eau**
**Journal of Water Science**

# Un modèle débit-durée-fréquence pour caractériser le régime d'étiage d'un bassin versant
# A discharge-duration-frequency model adapted for low flows

G. Galéa, P. Javelle et N. Chaput

Volume 13, numéro 4, 2000

URI : https://id.erudit.org/iderudit/705401ar
DOI : https://doi.org/10.7202/705401ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

Université du Québec - INRS-Eau, Terre et Environnement (INRS-ETE)

ISSN

0992-7158 (imprimé)
1718-8598 (numérique)

Découvrir la revue

Citer cet article

Galéa, G., Javelle, P. & Chaput, N. (2000). Un modèle débit-durée-fréquence pour caractériser le régime d'étiage d'un bassin versant. *Revue des sciences de l'eau / Journal of Water Science*, *13*(4), 421–440. https://doi.org/10.7202/705401ar

Résumé de l'article

La méthodologie débit-durée-fréquence (QdF), appliquée ces dernières années aux étiages, a permis de définir quatre modèles types recouvrant l'ensemble des rivières étudiées. L'identification de la typologie du site étudié et l'estimation de deux descripteurs hydrologiques locaux suffisent au modèle, dit de référence, pour en déduire les courbes QdF ($1j \leqslant d \leqslant 30j$) en débit moyen minimum sur l'année (VCNd) ou débit seuil minimum annuel (QCNd) non dépassé sur ces mêmes durées. S'il est relativement aisé de définir les descripteurs hydrologiques, il est plus difficile d'identifier, sans observation de débit, le modèle à prendre en compte. En reconsidérant avec plus de rationalité la démarche d'identification des typologies, et en particulier les distributions multidurées relatives à chaque bassin, il est apparu possible d'évoluer vers un modèle unique pouvant être calé en chaque site observé. Ce nouveau concept de modélisation repose sur la propriété d'affinité des distributions, relatives aux échantillons de valeurs de durées d. Par souci de continuité avec l'approche QdF à référence typologique, la loi statistique log-normale à deux paramètres a été choisie. Le modèle, dont la conceptualisation est indépendante de la loi statistique choisie, aura dans le cas de la loi log-normale trois paramètres à ajuster sur les VCNd échantillonnés. Trente six sous bassins du bassin hydrographique de la Moselle ont été étudiés. Le modèle développé pour les débit moyens VCNd peut être appliqué aux débits seuils QCNd en conservant le même jeu de paramètres, grâce à une relation observée entre débits moyens et débits seuils. Cette nouvelle modélisation rationalise l'approche antérieure basée sur la typologie d'écoulement de basses eaux des bassins versants.

Tous droits réservés © Revue des sciences de l'eau, 2000

Ce document est protégé par la loi sur le droit d'auteur. L'utilisation des services d'Érudit (y compris la reproduction) est assujettie à sa politique d'utilisation que vous pouvez consulter en ligne.

https://apropos.erudit.org/fr/usagers/politique-dutilisation/

Cet article est diffusé et préservé par Érudit.

Érudit est un consortium interuniversitaire sans but lucratif composé de l'Université de Montréal, l'Université Laval et l'Université du Québec à Montréal. Il a pour mission la promotion et la valorisation de la recherche.

https://www.erudit.org/fr/

REVUE DES SCIENCES DE L'EAU, Rev. Sci. Eau 13/4(2000) 421-440

# Un modèle débit-durée-fréquence pour caractériser le régime d'étiage d'un bassin versant

## A discharge-duration-frequency model adapted for low flows

G. GALÉA * [1], P. JAVELLE [1] et N. CHAPUT [2]

Reçu le 28 novembre 1999, accepté le 12 octobre 2000**.

**SUMMARY**

**The flow-duration-frequency (QdF) concept, as applied in recent years to low flows, has made it possible to establish four reference models (GALEA *et al.*, 1999a), corresponding to four typologies. The hydrological variables concerned are the minimum mean discharge of the year defined for various continuous durations d (*1 day* $\leq d \leq$ *30 day*), called VCNd, and the annual minimum threshold discharge not exceeded over these same durations, called QCNd, according to OBERLIN (1992). These QdF models allow a description of the temporal variability of low flows observed for a river basin, from a statistical point of view. The typology of the basin and two local hydrological descriptors have to be known. For ungauged basins, these two descriptors (GALEA *et al.*, 1999b) are well estimated by various methods, such as multivariate analysis relating to the physiographic characteristics of the basin. Nevertheless, the choice of the reference model still remains contentious.**

**By reconsidering in a more rational manner the step of identification of typologies, and in particular the discharge distributions (*for durations d*) relating to each basin, it appeared interesting to establish a local model. This new model has a simpler formulation, thanks to a scale invariance assumption. This research (CHAPUT, 1999) was undertaken on 36 sub-basins of the Mosel basin. In order to ensure continuity with the earlier QdF models described above, the two-parameter log-normal law was chosen and adjusted on the distribution of mean discharges. The scale invariance assumption is deduced from the observed parallelism of distributions related to different durations, when discharges are represented in a logarithm scale. This observation means that all of the distributions can be translated to a common point, in order to obtain one « consolidated » distribution, independent on the considered duration. This parallelism has been observed on many basins, and seems**

1. Cemagref-Lyon, Unité de Recherche Hydrologie Hydraulique, 3 bis quai Chauveau, 69336 Lyon cedex 09, France.
2. ENSA de Rennes, 65 rue de St Brieuc, 35042 Rennes cedex, France.

* Correspondance. E-mail : gilles.galea@cemagref.fr

** Les commentaires seront reçus jusqu'au 14 septembre 2001.

to be a realistic assumption. Furthermore, these observations have been made on samples, and do not depend on the choice of statistical law. The methodology described in this paper makes it possible to adjust the local QdF model on sampled discharges. Only three parameters have to be determined: $s^c$, the "consolidated" standard deviation, $\Delta e$ the low flow characteristic duration and *VCN (2,1)*, which represents the quantile of the one-day distribution, with the two-year return period ($F = 0.5$).

This model is also useful for the determination of threshold discharges (*QCNd*). An observed property gives a relation between the *VCN* and *QCN* quantiles, for a fixed return period, considering different durations *d*: *VCN* quantiles can been deduced from *QCN* quantiles by integrating them, according to *d*. Consequently, the analytical formulation of the *VCN* model can be derived according to *d*, in order to obtain a *QCN* model. This model has the same three parameters $s^c$, $\Delta e$ and *VCN (2,1)* described above. The comparison between *QCN* quantiles adjusted on samples and *QCN* quantiles deduced from the *VCN* model by derivation shows good results.

As a conclusion, this new modelling approach unifies the typological approach for both mean discharges and threshold discharges. It is based on a local adjustment and avoids having to choose between one of the four former reference models. This local model opens up perspectives for a regional model, as it has been done for floods, for example by the Group of Research in Statistical Hydrology (1996). This will make it possible to estimate the low flow regime on an ungauged basin.

**Key-words:** *low flow, statistical hydrology, synthetic models (discharge-duration-frequency).*

## RÉSUMÉ

La méthodologie débit-durée-fréquence (*QdF*), appliquée ces dernières années aux étiages, a permis de définir quatre modèles types recouvrant l'ensemble des rivières étudiées. L'identification de la typologie du site étudié et l'estimation de deux descripteurs hydrologiques locaux suffisent au modèle, dit de référence, pour en déduire les courbes QdF ($1\ j \leq d \leq 30\ j$) en débit moyen minimum sur l'année (*VCNd*) ou débit seuil minimum annuel (*QCNd*) non dépassé sur ces mêmes durées. S'il est relativement aisé de définir les descripteurs hydrologiques, il est plus difficile d'identifier, sans observation de débit, le modèle à prendre en compte. En reconsidérant avec plus de rationalité la démarche d'identification des typologies, et en particulier les distributions multidurées relatives à chaque bassin, il est apparu possible d'évoluer vers un modèle unique pouvant être calé en chaque site observé. Ce nouveau concept de modélisation repose sur la propriété d'affinité des distributions, relatives aux échantillons de valeurs de durées *d*. Par souci de continuité avec l'approche *QdF* à référence typologique, la loi statistique log-normale à deux paramètres a été choisie. Le modèle, dont la conceptualisation est indépendante de la loi statistique choisie, aura dans le cas de la loi log-normale trois paramètres à ajuster sur les *VCNd* échantillonnés. Trente six sous bassins du bassin hydrographique de la Moselle ont été étudiés. Le modèle développé pour les débit moyens *VCNd* peut être appliqué aux débits seuils *QCNd* en conservant le même jeu de paramètres, grâce à une relation observée entre débits moyens et débits seuils. Cette nouvelle modélisation rationalise l'approche antérieure basée sur la typologie d'écoulement de basses eaux des bassins versants.

**Mots clés :** *débits d'étiage, hydrologie statistique, modélisation de synthèse (débit-durée-fréquence).*

## 1 – INTRODUCTION

L'article présenté ci-après découle d'un précédent article paru dans la même revue en 1999 (12 janvier 1999, p. 93-122). Nous n'avons pas voulu alourdir le texte par trop de rappels, aussi nous conseillons au lecteur, pour une meilleure compréhension éventuelle, de bien vouloir s'y reporter.

Au stade actuel de développement, les modèles de synthèse des régimes d'étiage à référence typologique ont montré de fortes propriétés de régionalisation grâce au choix délibéré d'une loi simple et de deux descripteurs locaux de régime pertinents (GALEA *et al.*, 1999a ; KOBOLD, 1998). Dans le cadre des bassins hydrographiques de la Moselle (*France*) et de l'Arges (*Roumanie*), l'accent a porté ces derniers temps sur l'amélioration de l'usage opérationnel de ces modèles QdF d'étiage sur des sites non observés (GALEA *et al.*, 1999b). En particulier, ont été développées des relations entre les descripteurs locaux de régime et les caractéristiques physiographiques et météorologiques des bassins versants. Ces estimations obtenues par régressions multiples, en particulier pour le descripteur de débit, peuvent être confortées et améliorées par la méthode dite « des jaugeages épisodiques » (OBERLIN *et al.*, 1973). Cependant, une difficulté plus grande demeure pour définir la typologie d'appartenance du site étudié (CHAPUT, 1999), d'où un choix plus ou moins objectif du modèle de référence. Des travaux récents sur les régimes (Cemagref, 1998 ; OBERLIN *et al.*, 1999) et les régimes de crue en particulier (JAVELLE, 1997 ; JAVELLE *et al.*, 1999) nous ont permis de reconsidérer le concept de modélisation des courbes débit-durée-fréquence observées lors des étiages des cours d'eau. Cette nouvelle démarche ne remet pas en cause la précédente (GALEA *et al.*, 1999a), elle la rationalise grâce à l'élaboration d'un seul modèle au nombre de paramètres réduit et dont le choix de la loi théorique n'est pas figé *a priori*.

## 2 – RAPPELS SUR LES MODÈLES DE SYNTHÈSE DE RÉFÉRENCE DES RÉGIMES D'ÉTIAGE

C'est un rappel de l'essentiel, pour plus d'information on pourra se reporter aux travaux de Cemagref (1998) ; GALEA *et al.* (1999a). Les étiages sont décrits à partir de deux variables de débit caractéristiques (*figure 1*) définies sur la saison (année) et pour une durée continue (d), le débit moyen minimum (*VCNd*) et le débit seuil minimum non dépassé (*QCNd*). Le bassin hydrographique de la Loire (*115 000 km²*) et plus précisément 57 sous-bassins ont permis de regrouper les différentes courbes QdF établies en quatre types bien différents, représentés par quatre modèles à référence typologique. La loi de distribution choisie, pour toutes les durées retenues ($1 \leq d\ (j) \leq 30$)[1], est la loi Log-Normale. Elle a été choisie pour sa simplicité, deux paramètres (*moyenne et écart-type des logarithmes des débits*), et sa relativement bonne adéquation pour les

1. Les durées continues (d) sont définies une fois pour toute : 1 j, 3 j, 6 j, 10 j et 30 j.

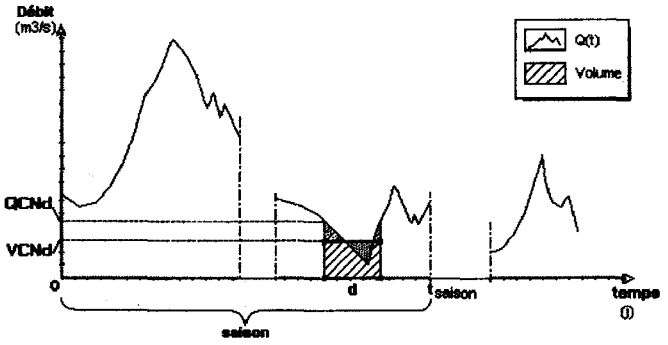


**Figure 1** Variables caractéristiques d'étiage.
*Characteristic variables of the low-flow regime.*

chroniques d'observation quotidienne disponibles, d'environ une vingtaine d'années en moyenne. L'écart-type représente la pente de la distribution représentée sur un papier de Gauss et renseigne qualitativement sur la plus ou moins grande différenciation entre quantiles forts (*dits humides*, $F > 0{,}5$)[2] et quantiles faibles (*dits secs*, $F \leq 0{,}5$)[3], $F$ étant la fréquence au non dépassement. En se référençant à l'écart-type de la distribution de un jour ($d = 1$ *j*), on a pu de manière empirique bâtir une typologie de comportement des bassins versants en étiage (*figure 2*).

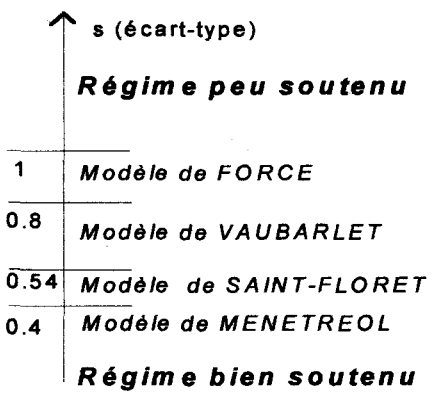


**Figure 2** Typologie des régimes d'étiage.
*Typology of low flows.*

2. Les quantiles dits humides sont toujours relatifs à la période moyenne de retour T : 5, 10, 20 et 50 ans : T = 1/(1-F).

3. Les quantiles dits secs concernent essentiellement les périodes de retour T : 2 (*année moyenne*), 5, 10, 20 et 50 ans : T = 1/F.

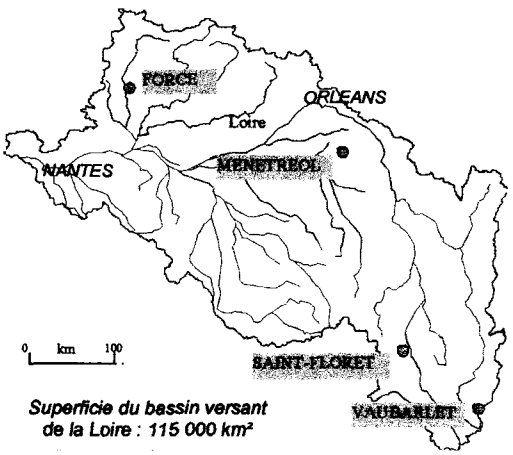


**Figure 3** Localisation des bassins de référence.
*Location of reference basins.*

Quatre familles hydrologiques de bassins versants, chacune d'elles étant nommée par son bassin de référence (*figure 3*), permettent ainsi de passer d'un régime bien soutenu à un régime peu soutenu. Par rapport au sens classique de la régionalisation qui privilégie au sein d'une région hydrologique homogène toute l'information disponible, le modèle « régional » au sens des QdF ne concerne que les seules observations de débit du bassin versant choisi comme représentant de la famille des régimes d'étiages identifiés. À partir de la connaissance des étiages en débit-durée-fréquence de chaque bassin de référence, un modèle « régional » a été ensuite élaboré. Chaque courbe débit-durée-fréquence est adimensionnalisée en débit et durée (d), respectivement par le quantile de l'année moyenne (*F = 0,5, ou T = 2 ans*) de la distribution de un jour (*VCN (2,1)*) et la durée caractéristique d'étiage (*De*) du bassin versant. De est définie au sens du modèle de tarissement de MAILLET, il est pris égal à $1/\alpha_{médian}$ (*figure 4*), chaque $\alpha_i$ ($dln\ (Qj)/dt$) étant relatif à la courbe de tarissement retenue (*figures 5 et 6*). Le concept de typologie d'appartenance, qui peut être rapproché de celui de région hydrologique homogène, a montré une large représentativité spatiale du modèle « régional » QdF tant au niveau national, qu'au niveau international (GALEA *et al.*, 1999b). La forme la plus simple du modèle QdF « régional » est donnée par la relation (*1*), où *a* et *b* sont des fonctions de *T* calées une fois pour toute, pour des plages de variation de *d/De* en année humide ou sèche.

$$\frac{Q(T,d)}{VCN(2,1)} = a(T)\cdot\frac{d}{De} + b(T) \qquad (1)$$

*Q(T, d)* représente indifféremment le quantile des deux caractéristiques d'étiage étudiées : VCNd ou QCNd. Lors du transfert d'information à partir de (*1*) sur un bassin étudié, les hypothèses établies selon (*2*) et (*3*) sont vérifiées.

$$\left(\frac{d}{De}\right)_{bv\text{-}étudié} = \left(\frac{d}{De}\right)_{bv\text{-}référence} \qquad (2)$$

$$\left(\frac{Q(T,d)}{VCN(2,1)}\right)_{bv\text{-}étudié} = \left(\frac{Q(T,d)}{VCN(2,1)}\right)_{bv\text{-}référence} \quad (3)$$

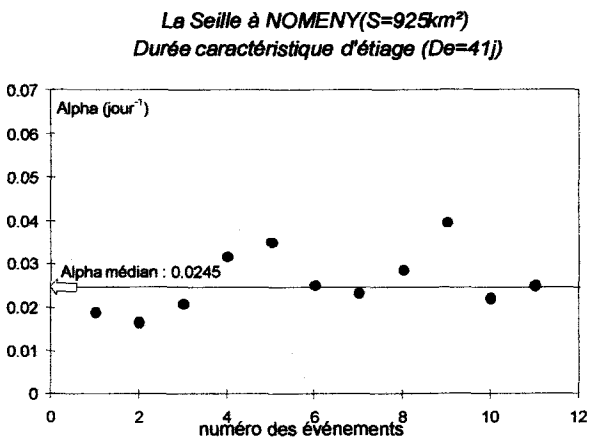


**Figure 4** Estimation de $\alpha_{médian}$.
*Estimation of* $\alpha_{median}$.

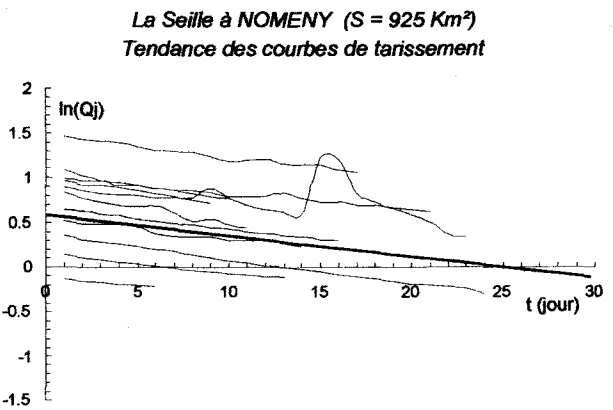


**Figure 5** Estimation des $\alpha_i$.
*Estimation of* $\alpha_i$.

Lorsqu'un bassin versant fait l'objet d'un suivi hydrométrique, il est aisé à partir de la chronique de débit quotidien d'en déduire les descripteurs locaux de régime ainsi que le choix du modèle « régional » de référence. Nous présentons ci-après (*figures 7* et *8*), pour les deux caractéristiques d'étiage du bassin de la Sarre à Hermelange (*figure 9*), les résultats des lois de distribution rela-

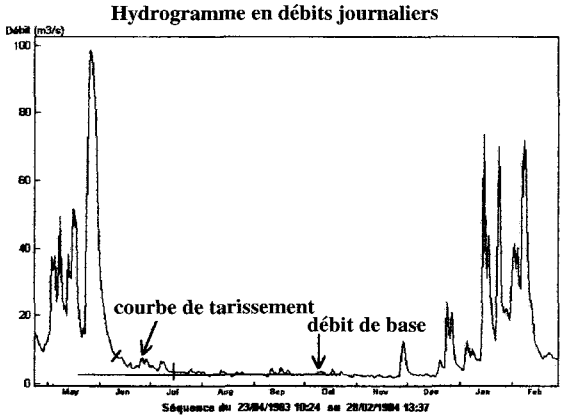


**Figure 6** Choix d'une courbe de tarissement.
*Choice of a recession curve.*

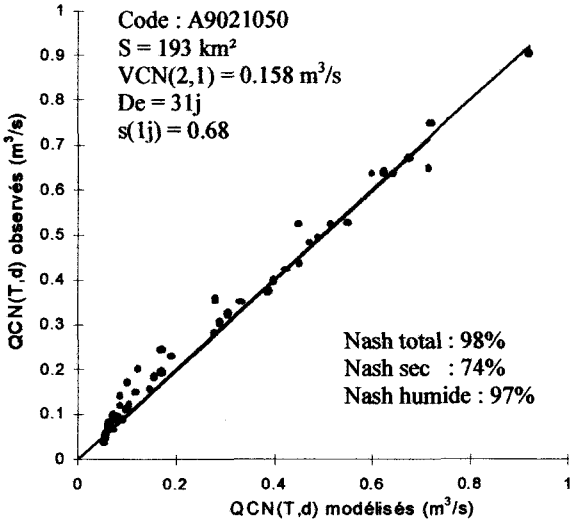


**Figure 7** Sarre à Hermelange (QCNd).
*Hermelange basin (QCNd).*

tives aux observations et ceux du modèle de référence de VAUBARLET. Nous rappelons que le choix du modèle (*figure 2*) est relatif à l'écart-type de la distribution de un jour (s (1 j) = 0,68).

À défaut d'observation de débit, la difficulté essentielle de l'usage opérationnel des modèles de référence relève du choix du modèle pour le site étudié. En effet, si les récentes régionalisations des descripteurs locaux de régime, réalisées sur le bassin de la Moselle (CHAPUT, 1999) et sur le bassin de l'Arges (MIC, 1999), permettent d'obtenir des estimations acceptables de VCN (2,1) et

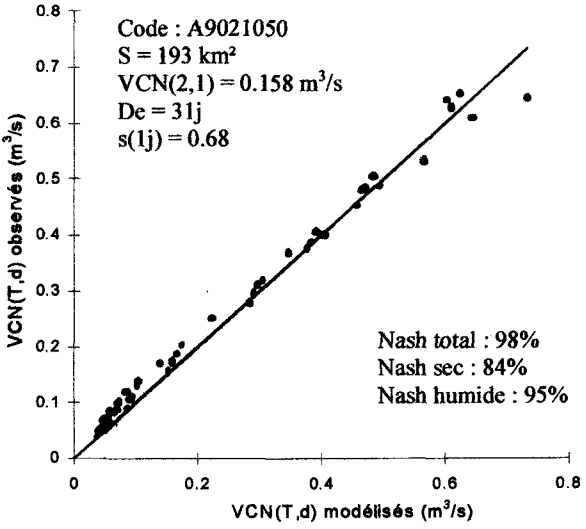


**Figure 8** Sarre à Hermelange (VCNd).
*Hermelange basin (VCNd).*

De pour un site non observé, il n'en est pas de même pour le critère de choix du modèle de référence. On peut cependant constater que sur un même linéaire, la typologie du régime d'étiage est généralement conservée (GALEA *et al.*, 1999b). Devant la difficulté de ce choix qui relève encore du domaine de l'expertise et à la suite de récents travaux sur les régimes de crue (JAVELLE *et al.*, 1999), une recherche d'unification de la modélisation de synthèse à référence typologique, menée en collaboration avec CHAPUT (1999), a été développée et nous en présentons ci-après les principaux résultats.

## 3 - MODÈLE DÉBIT-DURÉE-FRÉQUENCE D'ÉTIAGE À 3 PARAMÈTRES

Le cadre de développement de cette recherche est le bassin hydrographique de la Moselle et plus précisément 36 sous-bassins dont la superficie varie de 16 km$^2$ (*L'Elvon à Bazoncourt, codé A9737310*) à 9 387 km$^2$ (*la Moselle à Hauconcourt, codé A7930610*). Le repérage par code permet de situer les 36 sous-bassins (*figure 9*) dont nous donnons (*figure 10*) une répartition par classes de superficie.

L'idée est d'unifier la modélisation à base typologique, tant du point de vue des 4 familles hydrologiques que de la différenciation paramétrique des modèles de référence selon que l'on traite des quantiles secs ou des quantiles humides (GALEA *et al.*, 1999a). Par ailleurs, le concept de modélisation ne devrait pas être lié à une loi de distribution particulière, ce qui est le cas de la relation (*1*), implicitement liée à la loi log-normale par les fonctions *a (T)* et *b (T)*.

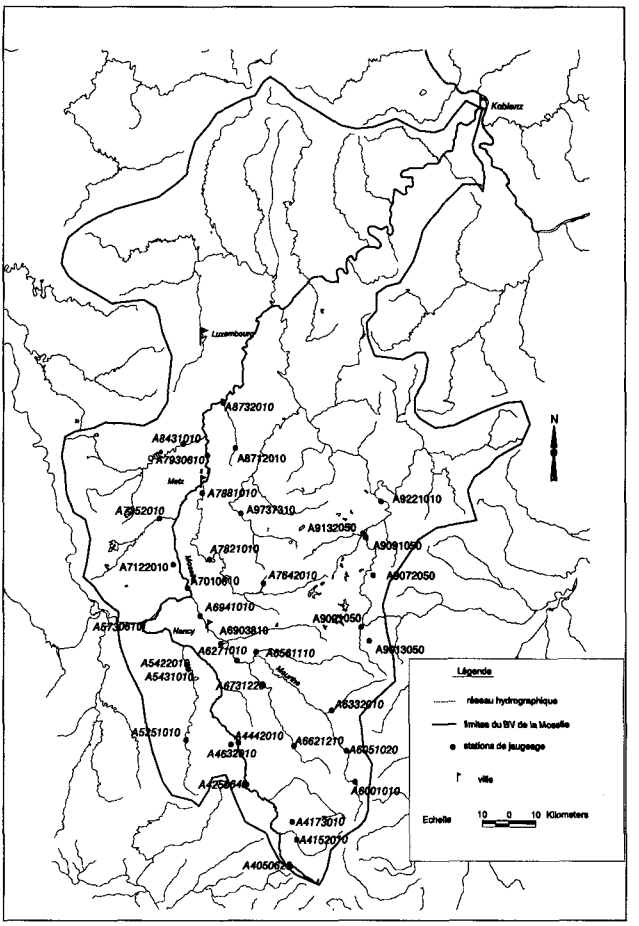


**Figure 9** Localisation des 36 sous-bassins de la Moselle.
*Location of 36 sub-catchments in the Moselle River basin.*

## 3.1 Conceptualisation du modèle

Pour assurer la continuité avec la modélisation à référence typologique, nous présentons notre démarche en choisissant comme loi théorique la loi log-normale à 2 paramètres (*4*)[4] :

$$ln\left[VCN_{di}(uF)\right] = s_{d_i} \cdot uF + m_{d_i} \qquad (4)$$

avec : $m_{d_i} = \dfrac{\sum ln\left[vcn_{d_i}(r)\right]}{n}$ où les $n$ valeurs annuelles $vcn_{d_i}(r)$ ordonnées (*rang*) correspondent à l'échantillon des valeurs sur la durée d = $d_i$ (*figure 11*).

4. Pour plus de clarté, les écritures en indice correspondent à une valeur discrète de la variable et celles entre parenthèses à une variation continue de la variable.

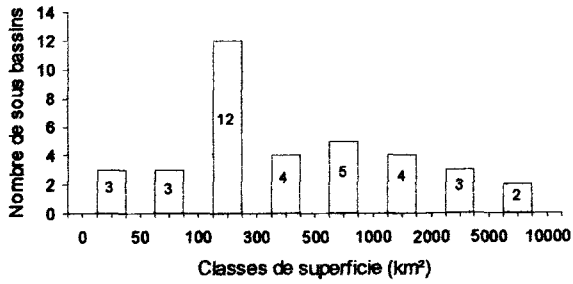


**Figure 10** Classes de superficie des 36 bassins.
*Classification of the 36 catchments by area.*

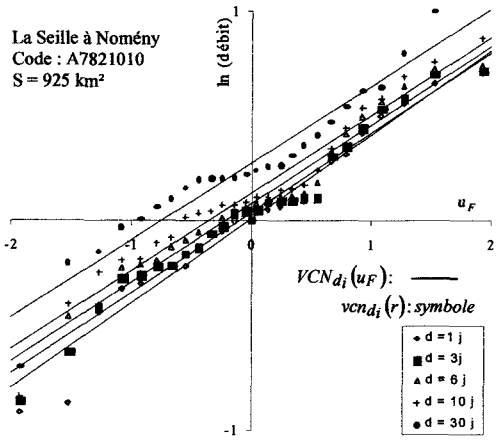


**Figure 11** Distributions multidurées.
*Discharge-duration-frequency curves.*

$$s_{d_i} = \sqrt{\frac{\sum\left[ln\left(vcn_{d_i}(r)\right) - m_{d_i}\right]^2}{n-1}}$$

où $u_F$ est la variable centrée réduite de Gauss, en particulier $u_F = 0$ correspond à F = 0,5 et donc à T = 2 ans (*année moyenne*).

La conceptualisation du modèle QdF à 3 paramètres repose sur deux hypothèses :

### 3.1.1 Analyse en fonction de $u_F$

La première hypothèse « force » le parallélisme des distributions relatives aux différentes durées considérées. En effet, diverses études sur les régimes d'étiage de nombreux sous bassins de la Loire, de la Moselle, du Lay en Vendée, de l'Arges (*Roumanie*), etc., montrent pour chaque bassin en général un

parallélisme plus ou moins parfait des distributions multidurées. Comme illustration, nous présentons ci-après (*figure 11*) les distributions obtenues pour le bassin de la Seille à Nomény (*Moselle, figure 9*). Ce parallélisme des distributions en valeur de débit logarithmique traduit la propriété d'affinité des débits exprimés en valeur naturelle.

Faire l'hypothèse que les distributions sont parallèles, revient à définir un écart-type $s_{d_i}$ indépendant de la durée ($d_i$) des valeurs échantillonnées $vcn_{d_i}(r)$ et que nous appellerons par la suite écart-type consolidé ($s^c$). Si cette hypothèse est vérifiée (*figure 12*), les quantiles des distributions $d_i$ ($d_1$ ou $d_2$) translatés de $m_{d_i}$ permettent d'obtenir en fonction de $u_F$ une même droite $y$ ($u_F$) passant par l'origine quelle que soit la distribution de durée $d_i$ considérée. Autrement dit, l'égalité (5) suivante est indépendante de la durée $d_i$.

$$ln\left[VCN^c_{d_1}(u_F)\right] - m_{d_1} = ln\left[VCN^c_{d_2}(u_F)\right] - m_{d_2} \qquad (5)$$

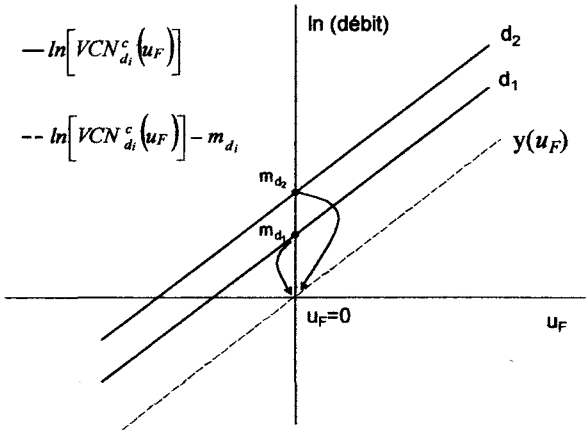


**Figure 12** Principe de consolidation de l'écart-type ($s_{d_i}$).
*Consolidation of the standard deviation ($s_{d_i}$).*

Pratiquement, la droite (*figure 13*) est calée sur l'ensemble de l'information $ln[vcn_{d_i}(r)] - m_{d_i}$, cette droite $y$ ($u_F$) a pour pente l'écart-type consolidé ($s^c$ = *0,3906* pour la Seille à Nomény). Les ajustements consolidés (*figure 14*), se déduisent de l'équation (*6*) qui reste identique à (*4*), à la différence près que l'écart-type ($s^c$) ne dépend plus de la durée $d_i$.

$$ln\left[VCN^c_{d_1}(u_F)\right] = s^c \cdot u_F + m_{d_i} \qquad (6)$$

L'équation (*6*) peut se mettre sous la forme (*7*) :

$$VCN^c_{d_1}(u_F) = e^{s^c \cdot u_F} \cdot e^{m_{d_i}} \qquad (7)$$

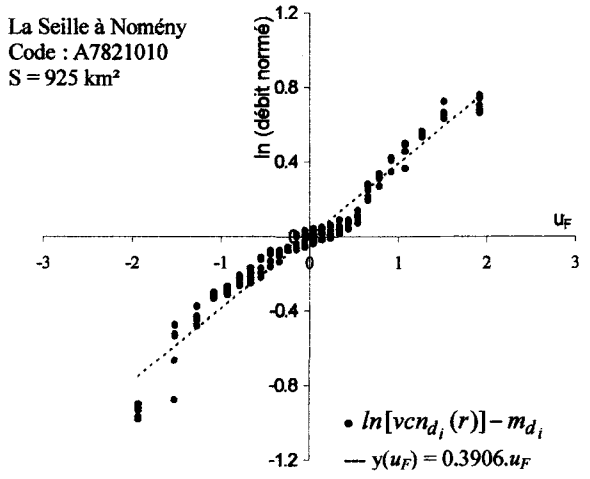


**Figure 13** Estimation de l'écart-type consolidé.
*Estimate of the consolidated standard deviation.*

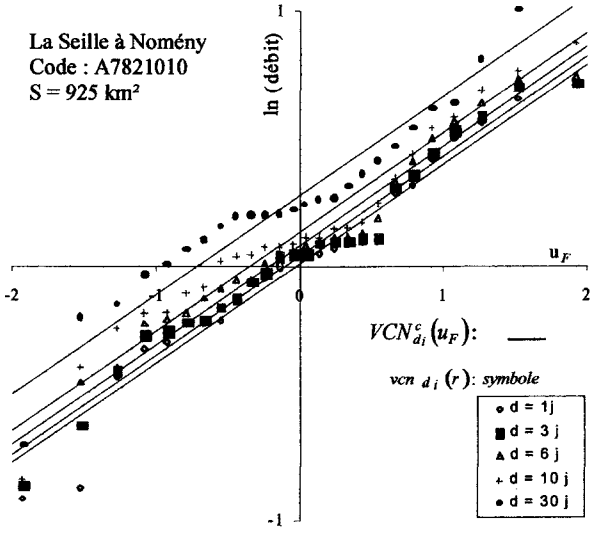


**Figure 14** Distributions multidurées consolidées ($s^C$).
*Consolidated discharge-duration-frequency curves ($s^C$).*

### 3.1.2 Analyse en fonction de d

Les quantiles $VCN^c_{di}(u_F)$ ne sont définis que pour les durées $d_i$ étudiées. L'idée est d'avoir une formulation qui permette d'estimer ces quantiles pour tout $d$ et $u_F$. Ils seront notés $VCN\ (u_F, d)$, soit :

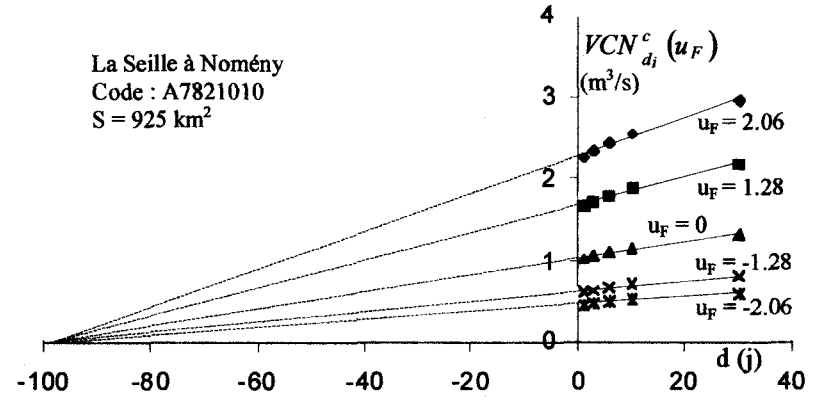


**Figure 15** Convergence des courbes QdF.
*Convergence of the QdF curves.*

$$VCN(u_F, d) = e^{s^c \cdot u_F} \cdot e^{m(d)} \tag{8}$$

La « deuxième hypothèse », pour $u_F$ fixé, est que la variation des valeurs naturelles des quantiles $VCN^c_{di}(u_F)$ en fonction de la durée $d_i$ peut être représentée par une droite. Ces différentes droites, compte tenu de la première hypothèse, présentent une affinité orthogonale d'axe X (*figure 15*).

Si la deuxième hypothèse est vérifiée (*figure 16*) l'égalité (*9*) est indépendante de $u_F$, elle ne dépend que de $d$ ; la distribution consolidée de un jour $VCN^c_{di=1}(u_F)$ étant prise comme norme de référence.

$$\frac{VCN^c_{d_2}(u_{F2})}{VCN^c_{d_i=1}(u_{F2})} = \frac{VCN^c_{d_2}(u_{F1})}{VCN^c_{d_i=1}(u_{F1})} \tag{9}$$

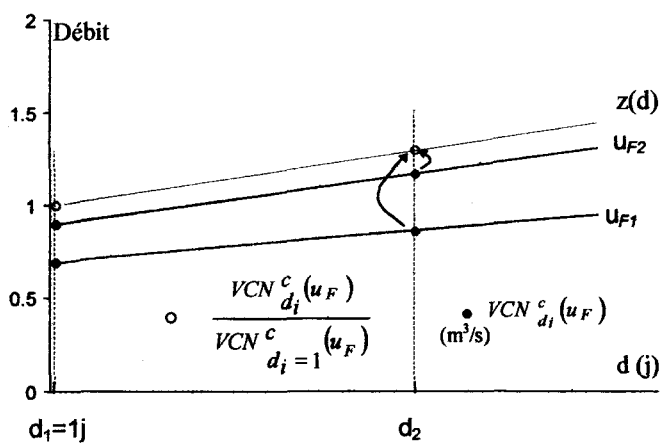


**Figure 16** Principe de la généralisation multidurée.
*Principle of generalization according to duration.*

En posant $d_2$ = d (j) et $d_1$ = 1 (j), la fonction de variation *z (d)* des quantiles normés (*figure 16*), pour tout *d* et quel que soit $u_F$, s'écrit (*10*) :

$$z(d) = \frac{VCN(u_F, d)}{VCN(u_F, d=1)} = a(d-1)+1 \qquad (10)$$

Pratiquement (*figure 17*), la droite *z(d)* est calée sur l'ensemble de l'information[5] $\frac{VCN_{d_i}(r)}{VCN^c_{d_i=1}(u_F)}$.

L'empilage des valeurs obtenues, pour chaque durée $d_i$, est dû à la dispersion expérimentale de ces valeurs autour des ajustements consolidés (*figure 14*). Dans le cas de la Seille à Nomény cette droite à pour équation : *z(d) = 0,0113 (d – 1) + 1.*

Compte tenu de ce qui précède, on peut écrire pour $u_F = 0$ :

$$\frac{VCN(u_F = 0, d)}{VCN(u_F = 0, d = 1j)} = a(d-1)+1 \qquad (11)$$

Comme pour les modèles à référence typologique, le descripteur de débit *VCN* ($u_F$ = 0, *d* = 1j) s'écrira *VCN*(2,1), où 2 correspond à T = 2 ans (*§ 3.1*). En posant $u_F$ = 0 dans (*8*), puis en y introduisant (*11*), on obtient :

$$e^{m(d)} = [a(d-1)+1]VCN(2,1) \qquad (12)$$

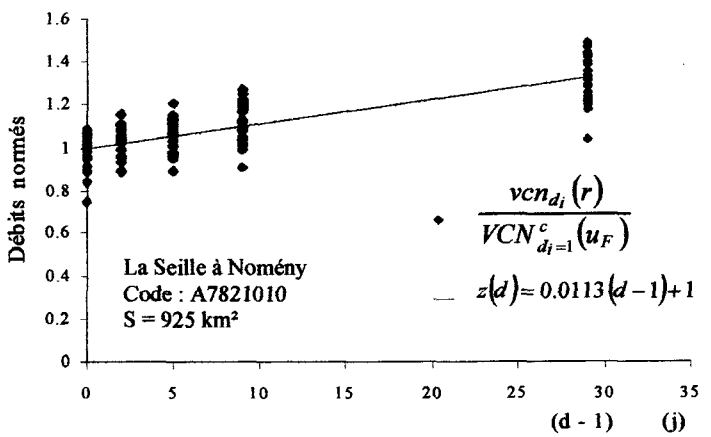


**Figure 17** Généralisation multidurée.
*Generalization with the duration.*

5. $u_F$ variable centrée réduite de Gauss, correspond à la probabilité de rang r : *F = (r – 0,3)/(n + 0,4)*, choisie pour être approximativement non biaisée en quantile.

En introduisant dans la relation (*8*) la valeur de $e^{m(d)}$ déduite de (*12*), nous obtenons le modèle continu à 3 paramètres (*13*) dont nous présentons ci-après deux exemples d'application (*figures 18* et *19*).

$$VCN(u_F d) = e^{s^c u_F}\left[VCN(2,1)\left(\frac{d-1}{\Delta e}+1\right)\right] \qquad (13)$$

où $\Delta e = 1/a$ a la dimension d'un temps (j)

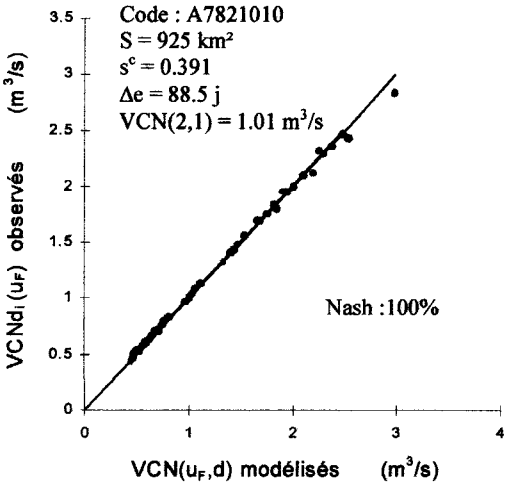


**Figure 18** La Seille à Nomény (VCNd).
*Nomeny basin (VCNd).*

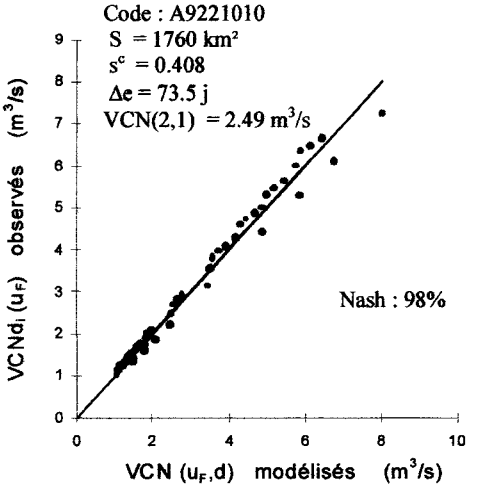


**Figure 19** La Sarre à Sarreinsming (VCNd).
*Sarreinsming basin (VCNd).*

### 3.2 Validation du modèle à 3 paramètres sur les 36 sous-bassins (figure 9)

Afin de comparer sur un même graphique les quantiles issus des observations $VCN_{di}(u_F)$ et de la modélisation $VCN(u_F,d)$ des 36 sous-bassins (*figure 9*), une transformation est effectuée respectivement en $VCN'_{di}(u_F)$ et $VCN'(u_F,d)$.

avec :
$$VCN'_{d_i}(u_F) = \frac{VCN_{d_i}(u_F)}{VCN(u_F, d=1)} \quad (14)$$

et
$$VCN'(u_F, d) = \frac{VCN(u_F, d)}{VCN(u_F, d=1)} \quad (15)$$

Cette transformation permet de ramener la comparaison des quantiles $VCN_{di}(u_F)$ et $VCN(u_F,d)$ à celle des valeurs $VCN'_{di}(u_F)$ et $VCN'(u_F,d)$. $VCN'(u_F,d)$ et $VCN'_{di}(u_F)$ n'étant plus fonction que de $\frac{(d-1)}{\Delta e}$, il devient alors possible de représenter sur un même graphe les résultats des 36 sous-bassins de la Moselle (*figure 20*). Cette représentation permet d'estimer directement, toute durée confondue, l'erreur relative maximale due à la modélisation, par exemple 12 % pour T = 2 ans et environ 16 % pour T = 5 ans.

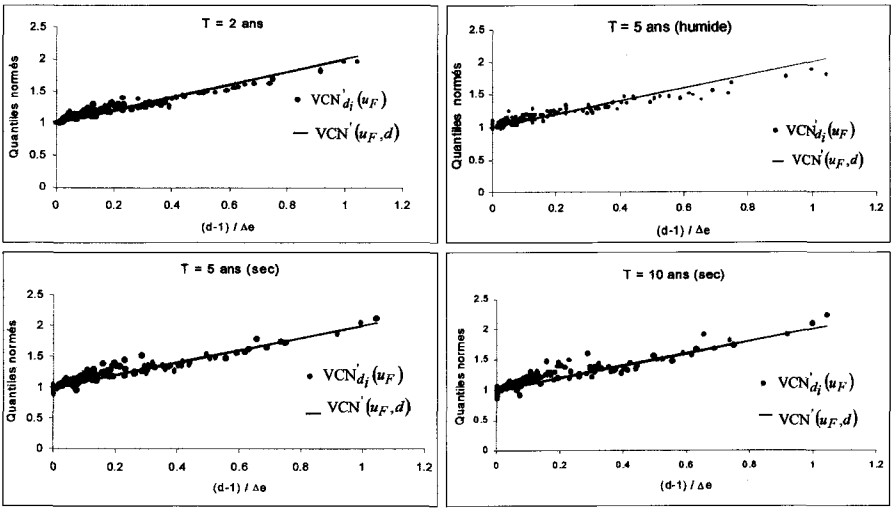


**Figure 20** Validation du modèle (13).
*Model validation (13).*

### 3.3 Passage du modèle $VCN(u_F, d)$ au modèle $QCN(u_F, d)$

De même, que pour la variable *VCNd*, il peut être ajusté sur les échantillons constitués $QCN_{di}(r)$ de la variable *QCNd* une loi log-normale qui permet d'en déduire les quantiles $QCN_{di}(u_F)$. Dans un même graphe (*figure 21*) sont reportés

les quantiles moyens $VCN_{di}(u_F)$ et seuils observés $QCN_{di}(u_F)$.relatifs à $u_F = 0$ et pour les durées $d_i$ prédéfinies (*ex. : Sarre à Hermelange, A9021050*). On constate empiriquement, qu'en intégrant (*figure 21*) pour chaque durée $d_N$ la courbe $QCN_{di}(u_F)$, qu'il est possible d'obtenir une courbe (*16*) $VCN^*_{dN}(u_F)$ dont les quantiles sont cohérents avec ceux de la courbe $VCN_{di}(u_F)$.

$$VCN^*_{d_N}(u_F) = \frac{1}{d_N - t_0}\sum_{i=2}^{N}(d_i - d_{i-1})\frac{QCN_{d_i}(u_F) + QCN_{d_{i-1}}(u_F)}{2} \qquad (16)$$

En généralisant (*16*) à une fonction continue avec la durée $d$ on obtient :

$$VCN^*(u_F, d) = \frac{1}{d - t_0}\int_{t_0}^{d} QCN(u_F, t)dt \qquad (17)$$

Le constat empirique précédent va permettre d'obtenir, le modèle (*18*) relatif à la variable *QCNd*, en dérivant $[(d-1)VCN(u_F,d)]$ par rapport à $d$ ; $VCN(u_F, d)$ étant donné par (*13*).

$$QCN(u_F, d) = VCN(2,1)e^{s^c u_F}\left[2\frac{d-1}{\Delta e} + 1\right] \qquad (18)$$

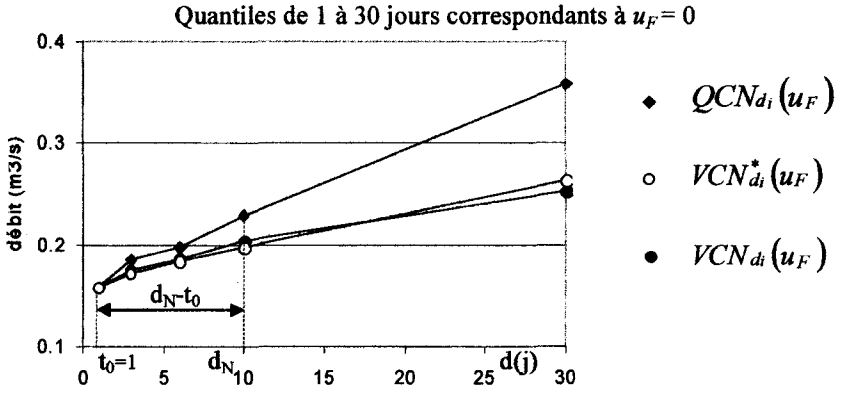


**Figure 21** Cohérence des volumes.
*Coherence of volumes.*

Pour le bassin de la Sarre à Sarreinsming, à partir de l'expression (*18*) et des trois paramètres identifiés pour la variable *VCNd* (*figure 19*), nous donnons (*figure 22*) une représentation des quantiles observés et modélisés. Le fait d'avoir un même jeu de paramètres, pour caractériser le régime d'étiage d'un bassin versant selon *VCNd* (*13*) ou *QCNd* (*18*), simplifiera d'autant les approches ultérieures de régionalisation.

Pour pouvoir comparer (*figure 23*) les résultats obtenus par modélisation (*18*) à ceux déduits des observations (*36 sous-bassins*), la même transformation faite en (*14*) et (*15*) est effectuée, en remplaçant *VCN* par *QCN*.

L'erreur relative maximale sur les quantiles secs est de l'ordre de 15 % et de 25 % pour les quantiles humides.

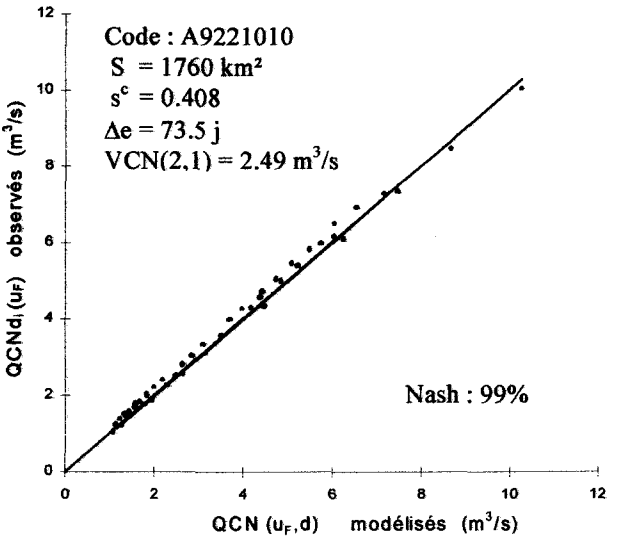


**Figure 22** La Sarre à Sarreinsming (QCNd).
*Sarreinsming basin (QCNd).*

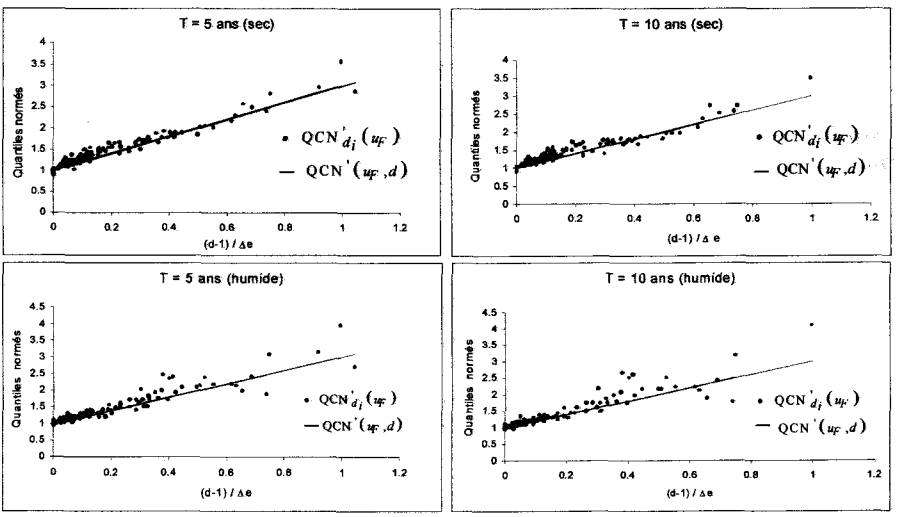


**Figure 23** Validation du modèle (18).
*Model validation (18).*

## 4 - CONCLUSION

Cette conceptualisation du modèle unique (*13*) rationalise la modélisation de synthèse à référence typologique (GALEA *et al.*, 1999a) des régimes d'étiage observés. Un seul modèle au nombre de paramètres réduit à trois dans le cas de la loi log-normale choisie. Ces trois paramètres $s^c$, $\Delta e$ et $VCN(2,1)$, dont les deux premiers sont calés à partir de l'ensemble des valeurs échantillonnées $VCN_{di}$ (*figures 13* et *17*), constituent les marqueurs de la variabilité des débits de basses eaux observés tant du point de vue des débits moyens que des débits seuils. Cette homogénéisation de l'information disponible permet une consolidation des résultats obtenus, en ce sens que les erreurs d'échantillonnage et de mesure, souvent importantes en étiage, sont en quelque sorte lissées. La méthodologie n'étant pas a priori dépendante d'une loi théorique en particulier, une autre loi telle que Weibull (*ou log-normale*) à 3 paramètres pourrait être testée afin d'améliorer, en particulier, l'adéquation aux valeurs extrêmes des échantillons (MASSON et LUBES, 1992). Par ailleurs, cette modélisation à 3 paramètres n'a concerné que des bassins pérennes ; en présence de débits nuls la démarche présentée devrait pouvoir être appliquée, après correction des probabilités de la loi ajustée aux valeurs non nulles. En ce qui concerne l'estimation des quantiles d'étiages de sites non observés, un premier essai de régionalisation du modèle à 3 paramètres, sur le bassin de la Moselle, a permis d'obtenir des résultats encourageants (CHAPUT, 1999). De manière générale, cette nouvelle modélisation locale a priori plus robuste devrait nous permettre de poursuivre en régionalisation, dans le sens des travaux menés au Québec sur les crues par le Groupe de Recherche en Hydrologie Statistique (GREHYS, 1996).

## REMERCIEMENTS

Nous remercions les services de gestion des réseaux hydrométriques et d'annonce de crue, en particulier le Service de la navigation de Strasbourg et la Direction régionale de l'environnement de Lorraine (*échelon de Nancy*), pour leur collaboration sur l'évaluation de la qualité des données de basses eaux.

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Cemagref-HHLY, Lyon, ESA-CNRS 5023, INPG-UMR LTHE, IRD, CIG, UMR Sysiphe, 1998. Programme National de Recherche en Hydrologie, Régimes hydrologiques. *Projet « Régimes » n° 97-PNRH-23*, rapport de première année 1997-1998.

CHAPUT N., 1999. Modèles débit-durée-fréquence des régimes d'étiage, concept et usage opérationnel. Mémoire de fin d'étude, ENSA de Rennes. *Unité de Recherche et d'expertise Hydrologie Hydraulique*, Cemagref *groupement de Lyon*.

GALEA G., MERCIER G.X., ADLER M.J*, 1999a. Modèles débit-durée-fréquence d'étiage, concept et usage pour une approche régionale des régimes de basses eaux des bassins hydrographiques de la Loire (*France*) et du Crisu-Alb (*Roumanie*). Cemagref-Lyon, Division Hydrologie Hydraulique. (*) INMH, Bucarest, Roumanie. Revue des *sciences de l'eau*, 12/1, 93-122.

GALEA G., MIC R., CHAPUT N., 1999b. Prise en compte d'observations locales épisodiques pour un meilleur usage opérationnel des modèles débit-durée-fréquence d'étiage au sein d'un réseau hydrométrique. Cinquième rencontre hydrologique Franco-Roumaine, *Cemagref, Lyon 6-8 septembre 1999*, « Suivi intégré des eaux continentales ».

GREHYS, 1996. Presentation and review of some methods for regional flood frequency analysis. *Journal of Hydrology,* 186, 63-84.

JAVELLE P., 1997. Prise en compte de paramètres géomorphologiques et d'utilisation du sol dans la caractérisation du régime hydrologique des bassins versants. Thèse (*en cours*), Cemagref *groupement de Lyon*, Unité de Recherche et d'expertise Hydrologie-Hydraulique.

JAVELLE P., GRESILLON J.M., GALEA G., 1999. Modélisation des courbes Débit-durée-Fréquence en crues et invariance d'échelle. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences Paris*, Sciences de la terre et des planètes, 329, 39-44.

KOBOLD M., 1998. Modélisation de synthèse des régimes d'étiage appliquée à quelques bassins de la Slovénie. Cemagref-Lyon, *Division Hydrologie Hydraulique*, Hydrometeorological Institute of Slovenia, Ljubljana, Slovenia.

MASSON J.M., LUBES H., 1992. Lois de probabilité adaptées à l'analyse fréquentielle des débits d'étiage. Note interne, Laboratoire d'Hydrologie et de Modélisation, Université Montpellier II, Laboratoire d'hydrologie ORSTOM, 6 p.

OBERLIN G., GALEA G., TONI J., 1973. Intérêt des jaugeages épisodiques pour l'estimation des étiages de petits bassins non équipés. *Cahier ORSTOM, série hydrologie,* vol. X, 4.

OBERLIN G., 1992. Normalisation des variables dans les modèles hydrologiques descriptifs. *Informations Techniques du Cemagref, mars 1992*, 85, note 4.

OBERLIN G., HUBERT P., 1999. Refondation du concept de régime hydrologique. *CNFGG* - Rapport quadriennal 95-98, *XXII^e Assemblée Générale de l'Union Géodésique et Géophysique Internationale*, Birmingham, Angleterre, du 18 au 30 juillet 1999.